$$s_{n-1} \cdot \cos \alpha_{n-1} = p \text{ und } s_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1} = q \text{[1]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 109)$$

setzt, mit einer Genauigkeit von 1 mm, so lange Dreiecksseiten und Ordinaten kleiner als 100 km bleiben, zu

$$\left.\begin{aligned}
\Delta y_n &= y_n - y_{n-1} = q - \frac{p^2}{2\varrho^2}\left(y_{n-1} + \frac{q}{3}\right) \\
\Delta x_n &= x_n - x_{n-1} = p + p\left\{\frac{(y_{n-1} + \Delta y_n)^2}{2\varrho^2} - \frac{q^2}{6\varrho^2}\right\} \\
\Delta \alpha_n'' &= -\varrho'' \cdot \frac{p}{\varrho}\left(\frac{y_{n-1}}{\varrho} + \frac{q}{2\varrho}\right) \\
\alpha_n &= \alpha_{n-1} + w_n + \Delta\alpha_n - 180^{\circ}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 110)$$

worin $\varrho'' = 206\,264{,}80625$, ϱ den Krümmungshalbmesser der Kugel und w_n den Winkel bedeutet, welcher zwischen den aufeinanderfolgenden Polygonseiten (s_{n-1} und s_n) so bestimmt ist, dass immer der rückwärtsliegende Winkelschenkel (hier s_{n-1}) als der linke betrachtet wird.

Richtungswinkel. In dem Polygonzuge der Fig. 30 ist α_0 das im Punkte o beobachtete Azimuth. Man kann daher die Coordinaten der Punkte 1, 2, 3, . . . , vom Ursprunge angefangen, successive nach obigen Formeln berechnen. Setzt man in der Gleichung für α_n nach und nach $n = 1, 2, 3, \ldots$ und addirt die so erhaltenen Gleichungen, so ergiebt sich allgemein für das letzte α, welches α_i genannt werden mag:

$$\alpha_i = \alpha_0 + (w_1 + w_2 + \ldots + w_i) + (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 + \ldots + \Delta\alpha_i) - i \cdot 180^{\circ} \quad \ldots \quad 111)$$

Diese Gleichung kann benutzt werden, den i^{ten} Richtungswinkel zu controliren, wenn derselbe durch successive Berechnung aller zwischenliegenden Richtungswinkel nach der Formel in 110) erhalten worden ist.

Hat man ein geschlossenes Polygon von n Ecken, so würde von dem letzten α_{n-1} zu dem ersten $\alpha_n = \alpha_0$ durch die Formel

$$\alpha_n = \alpha_0 + (w_1 + w_2 + \ldots + w_{n-1} + w_0) + (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 + \ldots + \Delta\alpha_{n-1} + \Delta\alpha_0) - n \cdot 180^{\circ}$$

übergegangen werden können, wodurch man eine analoge Controle erhält, wie durch die Coordinatenberechnung selbst, welche in diesem Falle

$$y_n = y_0 \text{ und } x_n = x_0,$$

also die Coordinaten des Ausgangspunkte ergeben muss.

§ 115.

Rechtwinklige geodätische Coordinaten.

Es ist im vorigen Paragraphen bereits bemerkt worden, dass die Soldner'schen Formeln für rechtwinklige sphärische Coordinaten nur so lange angewendet werden können, als die Coordinaten unter 100 km bleiben und keinen grösseren Genauigkeitsgrad als 1 mm beanspruchen. Im Königreiche Sachsen fallen aber einige Coordinaten nicht unwesentlich grösser als 100 km aus, weshalb wir das

[1]) Soldner hat am angegebenen Orte für p und q die Bezeichnungen m und n eingeführt. Da diese Buchstaben sehr mannigfach anderweite Verwendung finden, ist hier eine andere Bezeichnungsweise gewählt worden.