

## § 31.

**Allgemeines in Betreff der Polygonausgleichung.**

Wegen der in den Polygonabschlüssen enthaltenen Widersprüche würde die Berechnung der absoluten Höhen verschiedene Werthe für denselben Punkt ergeben, wenn man hierbei verschiedene Nivellementswege verfolgte. Es ist daher nothwendig, die gefundenen Höhenunterschiede im Polygonnetz so auszugleichen, dass diese Widersprüche wegfallen und man immer für denselben Punkt gleiche Höhenkoten erhält, auf welchem der verschiedenen Wege auch die Berechnung der letzteren erfolgen mag. Diese Ausgleichung, selbstverständlich nach der Methode der kleinsten Quadrate, kann entweder die vermittelnde oder die bedingte sein. Es wird hier die vermittelnde Ausgleichung der bedingten vorgezogen, weil sie mehrfache Bequemlichkeiten bietet und den Vortheil gewährt, dass gleich bei der Auflösung der Normalgleichungen die Gewichte und mit diesen alsdann auch die mittleren Fehler der gefundenen absoluten Höhen erhalten werden.

Obwohl es wissenschaftlich geboten ist, aus den Ergebnissen zweier Nivellements, welche zu derselben Zeit, in entgegengesetzter Richtung, mit gleichen Instrumenten und von beiden Beobachtern auch in den kleinsten Nebenumständen völlig übereinstimmend angestellt werden, zur Elimination gewisser systematischer Fehler das einfache arithmetische Mittel zu nehmen, so darf doch nicht auf die peinliche Erfüllung aller dieser Bedingungen gerechnet werden. Deshalb sind beide Nivellementsergebnisse nicht mit gleichem Gewicht in die Rechnung einzuführen, man hat vielmehr vorher diese Ergebnisse selbst zur Ermittlung der ungleichen Gewichte zu benutzen.

Die Polygonabschlüsse, welche in der Tabelle II für das I. und das II. Nivellement besonders aufgestellt worden sind, zeigen, dass die Schlussfehler des I. Nivellements in der Hauptsache grösser auftreten als die des II., woraus zu schliessen ist, dass das II. Nivellement eine grössere Genauigkeit besitzt als das I. Diese Erscheinung erklärt sich einigermaßen durch den Umstand, dass das II. Nivellement fast stets mit demselben Instrument und in der Hauptsache bis zum Jahre 1874 auch von demselben Beobachter ausgeführt worden ist, während beim Nivellement I ein grösserer Wechsel in den Personen sowohl als in den Instrumenten stattgefunden hat, auch nicht selten Klage über die Mangelhaftigkeit der dabei verwendeten Freiburger Latten geführt worden ist.

Daher ist die Ausgleichung so zu bewirken, dass man zunächst die ausgeglichenen Werthe für jedes der beiden Nivellements für sich erhält, aus den übrigbleibenden Fehlern beider die Verhältnisszahl der Gewichte derselben ermittelt und endlich mit derselben den endgiltigen Mittelwerth beider Nivellementsergebnisse feststellt.

## § 32.

**Allgemeine Ausgleichung eines Doppelsystems Fehlergleichungen.**

In der Gleichung

$$U = xE_1 + yE_2 + zE_3 + \dots$$

seien  $E_1, E_2, E_3, \dots$  Elemente, die durch vermittelnde Ausgleichung dadurch bestimmt werden können, dass man für verschiedene Werthe der unabhängigen Variablen  $x, y, z, \dots$  die entsprechenden Werthe der abhängigen Variablen  $U$  beobachtet. Wegen der unterlaufenden unvermeidlichen Beobachtungsfehler findet man aber statt der  $U$  nur die denselben nahe liegenden Beobachtungswerte  $u$ , an denen die Verbesserungen  $v$  anzubringen sind.

Auf diese Weise wird die allgemeine Form der Fehlergleichungen erhalten zu

$$v = -u + xE_1 + yE_2 + zE_3 + \dots$$