Bezeichnet man zur Abkürzung

$$\left.\begin{array}{lll} p_1u_1' + gp_1u_1'' = (p_1u_1); & p_1 + gp_1 = (p_1); & p_1 + gp_1 + p_2 + gp_2 = (p_1 + p_2); \\ p_2u_2' + gp_2u_2'' = (p_2u_2); & p_2 + gp_2 = (p_2); & p_2 + gp_2 + p_3 + gp_3 = (p_2 + p_3); \\ p_3u_3' + gp_3u_3'' = (p_3u_3); & p_3 + gp_3 = (p_3); & p_3 + gp_3 + p_4 + gp_4 = (p_3 + p_4); \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array}\right\} \quad 53)$$

so finden sich, indem man obige Fehlergleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, folgende

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 0 = -\{(p_1 \cdot u_1) - (p_2 \cdot u_2) + (p_1) \cdot H_0\} + (p_1 + p_2) \cdot H_1 - (p_2) \cdot H_2 \quad . \quad . \quad ; \\ 0 = -\{(p_2 \cdot u_2) - (p_3 \cdot u_3)\} - (p_2) \cdot H_1 + (p_2 + p_3) \cdot H_2 - (p_3) \cdot H_3 \quad . \quad ; \\ 0 = -\{(p_3 \cdot u_3) - (p_4 \cdot u_4)\} \quad . \quad - (p_3) \cdot H_2 + (p_3 + p_4) \cdot H_3 - (p_4) \cdot H_4 ; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ; \\ 0 = -\{(p_{n-2} \cdot u_{n-2}) - (p_{n-1} \cdot u_{n-1})^{*)}\} \quad . \quad - (p_{n-2}) \cdot H_{n-3} + (p_{n-2} + p_{n-1}) \cdot H_{n-2} - (p_{n-1}) \cdot H_{n-1}; \\ 0 = -\{(p_{n-1} \cdot u_{n-1}) - (p_n \cdot u_n) + (p_n) H_n\} \quad . \quad . \quad . \quad - (p_{n-1}) \cdot H_{n-2} + (p_{n-1} + p_n) \cdot H_{n-1}. \end{array}\right\} \quad 54)$$

Zur Auflösung dieser Normalgleichungen übergehend fügt man zur ersten derselben nach und nach die Gleichungen bei, welche man durch successive Summirung der ersten beiden, der ersten drei, der ersten vier u. s. w. erhält. Wird alsdann die erste Gleichung dieses neuen Systems durch (p_2), die zweite durch (p_3), die dritte durch (p_4) u. s. w., die $(n-1)^{\text{ste}}$ durch (p_n) dividirt, so ergiebt sich folgendes System:

$$\left.\begin{array}{l} 0 = -\dfrac{(p_1u_1) - (p_2u_2) + (p_1) H_0}{(p_2)} + \dfrac{(p_1)}{(p_2)} \cdot H_1 + H_1 - H_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad ; \\ 0 = -\dfrac{(p_1u_1) - (p_3u_3) + (p_1) H_0}{(p_3)} + \dfrac{(p_1)}{(p_3)} \cdot H_1 \quad . \quad + H_2 - H_3 \quad . \quad . \quad . \quad ; \\ 0 = -\dfrac{(p_1u_1) - (p_4u_4) + (p_1) H_0}{(p_4)} + \dfrac{(p_1)}{(p_4)} \cdot H_1 \quad . \quad . \quad + H_3 - H_4 \quad . \quad . \quad ; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 = -\dfrac{(p_1u_1) - (p_{n-1}u_{n-1}) + (p_1) H_0}{(p_{n-1})} + \dfrac{(p_1)}{(p_{n-1})} \cdot H_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + H_{n-2} - H_{n-1}; \\ 0 = -\dfrac{(p_1u_1) - (p_nu_n) + (p_1)H_0 + (p_n)H_n}{(p_n)} + \dfrac{(p_1)}{(p_n)} \cdot H_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + H_{n-1}. \end{array}\right\} \quad 55)$$

Man sieht aus dieser Zusammenstellung sofort, dass durch Addition des ganzen Systems die sämmtlichen Unbekannten von H_2 bis H_{n-1} verschwinden und dass man dann erhält:

$$0 = -\left\{(p_1u_1) + (p_1)H_0\right\} \cdot \left\{\frac{1}{(p_2)} + \frac{1}{(p_3)} + \ldots + \frac{1}{(p_n)}\right\} + \left\{\frac{(p_2u_2)}{(p_2)} + \frac{(p_3u_3)}{(p_3)} + \ldots + \frac{(p_nu_n)}{(p_n)}\right\} - H_n$$
$$+ (p_1) \cdot \left\{\frac{1}{(p_1)} + \frac{1}{(p_2)} + \frac{1}{(p_3)} + \ldots + \frac{1}{(p_n)}\right\} \cdot H_1.$$

Setzt man zum ersten Gliede dieser Gleichung $-\frac{(p_1u_1)}{(p_1)} - \frac{(p_1)}{(p_1)} H_0$ und zum zweiten $+\frac{(p_1u_1)}{(p_1)} + H_0$ zu und reducirt alsdann auf H_1, so ergiebt sich

*) In den beiden letzten der Gleichungen 54) hat wegen beschränkter Blattbreite der in den ersten drei Gleichungen angewendete schematische und übersichtliche Satz müssen verlassen werden.