

ABHANDLUNGEN

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

32503

ABHANDLUNGEN

NEUNZWEIHNSTER BAND

1898



2011/11/11

2011/11/11

2011/11/11

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

MIT ACHT TAFELN.



LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1887.



ABHANDLUNGEN
DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE
DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN
GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



DREIZEHNTER BAND.

MIT ACHT TAFELN.



LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1887.





INHALT.

G. TH. FECHNER, Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinnes	S. 44
— Ueber die Methode der richtigen und falschen Fälle in Anwendung auf die Massbestimmungen der Feinheit oder extensiven Empfindlichkeit des Raumsinnes	- 40909
W. BRAUNE und O. FISCHER, Die bei der Untersuchung von Gelenkbewegungen anzuwendende Methode, erläutert am Gelenkmechanismus des Vorderarms beim Menschen. Mit 4 Tafeln.	- 3433
F. KLEIN, Ueber die elliptischen Normalcurven der n^{ten} Ordnung und zugehörige Modulfunctionen der n^{ten} Stufe	- 33737
C. NEUMANN, Ueber die Kugelfunctionen P_n und Q_n , insbesondere über die Entwicklung der Ausdrücke $P_n(z z_1 + \sqrt{1-z^2} \sqrt{1-z_1^2} \cos \Phi)$ und $Q_n(z z_1 + \sqrt{1-z^2} \sqrt{1-z_1^2} \cos \Phi)$	- 4004
W. HIS, Zur Geschichte des menschlichen Rückenmarkes und der Nervenwurzeln. Mit 4 Tafel und 10 Holzschnitten	- 47777
H. BRUNS, Ueber eine Aufgabe der Ausgleichsrechnung	- 54545
RUD. LEUCKART, Neue Beiträge zur Kenntniss des Baues und der Lebensgeschichte der Nematoden. Mit 3 Tafeln	- 56565
C. NEUMANN, Ueber die Methode des arithmetischen Mittels. Erste Abhandlung	- 70505



INHALT.

	G. Th. Fuchs, Ueber die Frage der Weiblichkeit des Menschen und	
	Periodicität des Geschlechts im Gebiete des Menschen	
	Ueber die Methode der richtigen und falschen Fälle in	
	Anwendungen auf die Messbestimmungen der Erbschaft oder Erb- sachen	197
	H. Bartsch und G. Fuchs, Ueber die bei der Fortpflanzung von Tieren	
	bestehenden anwesenden Methode, allgemein an Gebirgs- pflanzen des Fortpflanzens beim Menschen. Mit 4 Tafeln.	213
	N. Kraus, Ueber die alligulischen Körperformen der n^{ten} Ordnung	
	und zugehörige Modulationsformen der n^{ten} Stufe	231
	C. Neumanz, Ueber die Funktionen Γ und Ψ insbesondere über	
	die Ableitung der Ableitungen $\Gamma' = \Gamma - \frac{1}{x}$ und $\Psi' = \Psi - \frac{1}{x}$	241
	W. Hirs, Zur Geschichte des menschlichen Hörsinnes und der	
	Nervenwurzel. Mit 1 Tafel und 10 Holzschnitten	277
	H. Bartsch, Ueber eine Aufgabe der Ausgleichsrechnung	285
	H. Bartsch, Neue Beiträge zur Kenntnis des Jutes und der	
	Lebensgeschichte der Nematoden. Mit 2 Tafeln	303
	C. Neumanz, Ueber die Methode der arithmetischen Mittel. Erste	
	Abhandlung	305

W. BRAUNE,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN,

IN VERBINDUNG MIT

O. FISCHER.

DIE BEI DER

**UNTERSUCHUNG VON GELENKBEWEGUNGEN
ANZUWENDENDE METHODE,**

ERLÄUTERT AM

**GELENKMECHANISMUS DES VORDERARMS
BEIM MENSCHEN.**

Des XIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl.
Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

N^o III.

MIT VIER TAFELN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1885.

ABHANDLUNGEN

DER
KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN
ZU LEIPZIG.

MATHEMATISCH-PHYSISCHE CLASSE.

- ERSTER BAND. (I. Bd.)*) Mit 3 Tafeln. hoch 4. 1852. brosch. Preis 13 M 60 Pf.**
- A. F. MÖBIUS, Ueber die Grundformen der Linien der dritten Ordnung. Mit 1 Tafel. 1849. 2 M 40 Pf.
P. A. HANSEN, Auflösung eines beliebigen Systems von linearischen Gleichungen. — Ueber die Entwicklung der Grösse $(1 - 2\alpha H + \alpha\alpha)^{-\frac{1}{2}}$ nach den Potenzen von α . 1849. 1 M 20 Pf.
A. SEEBECK, Ueber die Querschwingungen elastischer Stäbe. 1849. 1 M.
C. F. NAUMANN, Ueber die cyclocentrische Conchospirale und über das Windungsgesetz von Planorbis Corneus. 1849. 1 M.
W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen (Widerstandsmessungen). 1851. 3 M.
F. REICH, Neue Versuche mit der Drehwaage. 1852. 2 M.
M. W. DROBISCH, Zusätze zum Florentiner Problem. Mit 1 Tafel. 1852. 1 M 60 Pf.
W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen (Diamagnetismus). Mit 1 Tafel. 1852. 2 M.
- ZWEITER BAND. (IV. Bd.) Mit 19 Tafeln. hoch 4. 1855. brosch. Preis 20 M.**
- M. W. DROBISCH, Ueber musikalische Tonbestimmung und Temperatur. 1852. 3 M.
W. HOFMEISTER, Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. Mit 18 Tafeln. 1852. 4 M.
P. A. HANSEN, Entwicklung des Products einer Potenz des Radius Vectors mit dem Sinus oder Cosinus eines Vielfachen der wahren Anomalie in Reihen, die nach den Sinussen oder Cosinussen der Vielfachen der wahren, excentrischen oder mittleren Anomalie fortschreiten. 1853. 3 M.
— Entwicklung der negativen und ungraden Potenzen der Quadratwurzel der Function $r^2 + r'^2 - 2rr'(\cos U \cos U + \sin U \sin U' \cos J)$. 1854. 3 M.
O. SCHLÖMILCH, Ueber die Bestimmung der Massen und der Trägheitsmomente symmetrischer Rotationskörper von ungleichförmiger Dichtigkeit. 1854. 80 Pf.
— Ueber einige allgemeine Reihenentwicklungen und deren Anwendung auf die elliptischen Functionen. 1854. 1 M 60 Pf.
P. A. HANSEN, Die Theorie des Aequatoreals. 1855. 2 M 40 Pf.
C. F. NAUMANN, Ueber die Rationalität der Tangenten-Verhältnisse tautozonaler Krystallflächen. 1855. 1 M.
A. F. MÖBIUS, Die Theorie der Kreisverwandtschaft. 1855. 2 M.
- DRITTER BAND. (V. Bd.) Mit 15 Tafeln. hoch 4. 1857. brosch. Preis 19 M 20 Pf.**
- M. W. DROBISCH, Nachträge zur Theorie der musik. Tonverhältnisse. 1855. 1 M 20 Pf.
P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. 1856. 5 M.
R. KOHLRAUSCH und W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass. 1856. 1 M 60 Pf.
H. D'ARREST, Resultate aus Beobachtungen der Nebelflecken und Sternhaufen. Erste Reihe. 1856. 2 M 40 Pf.
W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Erste Abhandlung: Ueber der Messung der atmosphärischen Elektrizität nach absolutem Maasse. Mit 2 Tafeln. 1856. 6 M.
W. HOFMEISTER, Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. No. II. Mit 13 Tafeln. 1857. 4 M.
- VIERTER BAND. (VI. Bd.) Mit 29 Tafeln. hoch 4. 1859. brosch. Preis 22 M 50 Pf.**
- P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Zweite Abhandlung. 1857. 4 M.
W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Zweite Abhandlung: Ueber die thermo-elektrischen Eigenschaften des Boracites. 1857. 2 M 40 Pf.
— Elektrische Untersuchungen. Dritte Abhandlung: Ueber Elektrizitätserregung zwischen Metallen und erhitzten Salzen. 1858. 1 M 60 Pf.
P. A. HANSEN, Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen. Mit 2 Tafeln. 1858. 6 M.
G. T. FECHNER, Ueber ein wichtiges psychophysisches Grundgesetz und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrössen. 1858. 2 M.
W. HOFMEISTER, Neue Beiträge zur Kenntniss der Embryobildung der Phanerogamen. I. Dikotyledonen mit ursprünglich einzelligem, nur durch Zelltheilung wachsendem Endosperm. Mit 27 Tafeln. 1859. 8 M.
- FÜNFTER BAND. (VII. Bd.) Mit 30 Tafeln. hoch 4. 1861. brosch. Preis 24 M.**
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Vierte Abhandlung: Ueber das Verhalten der Weingeistflamme in elektrischer Beziehung. 1859. 2 M.
P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Dritte Abhandlung. 1859. 7 M 20 Pf.
G. T. FECHNER, Ueber einige Verhältnisse des binocularen Sehens. 1860. 5 M 60 Pf.
G. METTENIUS, Zwei Abhandlungen: I. Beiträge zur Anatomie der Cycadeen. Mit 5 Tafeln. II. Ueber Seitenknospen bei Farnen. 1860. 3 M.
W. HOFMEISTER, Neue Beiträge zur Kenntniss der Embryobildung der Phanerogamen. II. Monokotyledonen. Mit 25 Tafeln. 1861. 8 M.
- SECHSTER BAND. (IX. Bd.) Mit 10 Tafeln. hoch 4. 1864. brosch. Preis 19 M 20 Pf.**
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Fünfte Abhandlung: Maassbestimmungen der elektromotorischen Kräfte. Erster Theil. 1861. 1 M 60 Pf.
— Messungen über die Absorption der chemischen Strahlen des Sonnenlichtes. 1862. 1 M 20 Pf.
P. A. HANSEN, Darlegung der theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. Erste Abhandlung. 1862. 9 M.
G. METTENIUS, Ueber den Bau von Angiopteris. Mit 10 Tafeln. 1863. 4 M 40 Pf.
W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über elektrische Schwingungen. 1864. 3 M.

*) Die eingeklammerten römischen Ziffern geben die Zahl des Bandes in der Reihenfolge der Abhandlungen beider Classen an.

DIE BEI DER
UNTERSUCHUNG VON GELENKBEWEGUNGEN
ANZUWENDENDE METHODE,
ERLÄUTERT AM
GELENKMECHANISMUS DES VORDERARMS
BEIM MENSCHEN

VON

WILHELM BRAUNE,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN,

IN VERBINDUNG MIT

OTTO FISCHER.

Des XIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl.
Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

N^o III.



MIT VIER TAFELN.

LEIPZIG
BEI S. HIRZEL.

1885.

Vom Verfasser übergeben den 5. Mai 1885.
Der Abdruck vollendet den 2. Juni 1885.



LEIPZIG
BEI S. HIRNDEL

1885

Abhandl. d. S. A. d. Wissensch. XXV



DIE BEI DER

UNTERSUCHUNG VON GELENKBEWEGUNGEN

ANZUWENDENDE METHODE,

ERLÄUTERT AM

GELENKMECHANISMUS DES VORDERARMS

BEIM MENSCHEN.

VON

WILHELM BRAUNE UND OTTO FISCHER.

DIE ART DER

ENTSTEHUNG VON GELÄNDERWESEN

ANZEHENDE METHODE

Die Entstehung des Geländes ist ein Prozess, der sich über lange Zeiträume erstreckt. Er wird durch verschiedene Faktoren beeinflusst, die in der folgenden Tabelle dargestellt sind.

GELÄNDERWESEN UND VERÄNDERUNG

Die Veränderung des Geländes ist ein kontinuierlicher Prozess, der durch verschiedene Faktoren beeinflusst wird. Diese Faktoren sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Die Veränderung des Geländes ist ein kontinuierlicher Prozess, der durch verschiedene Faktoren beeinflusst wird. Diese Faktoren sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Die Veränderung des Geländes ist ein kontinuierlicher Prozess, der durch verschiedene Faktoren beeinflusst wird. Diese Faktoren sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Die Veränderung des Geländes ist ein kontinuierlicher Prozess, der durch verschiedene Faktoren beeinflusst wird. Diese Faktoren sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Die Bewegung der Vorderarmknochen des Menschen bei der Pronation und Supination, die man nach einer langen Reihe eingehender und wiederholter Untersuchungen vollständig zu kennen meinte, ist durch eine Arbeit Lecomte's¹⁾, der die allgemein angenommene Lehre hierüber wieder in Frage stellte, neuerdings Gegenstand einer lebhaften Discussion geworden. Sie führte dazu, diesen Gegenstand bei dem medizinischen internationalen Congress zu Kopenhagen im vergangenen Herbst auf die Tagesordnung zu setzen. Die Verhandlungen, welche an die Arbeiten von Welcker, Lecomte, Braune und Flügel, Koster, Einthoven, Heiberg, Morris u. A. anknüpften, führten zu keinem abschliessenden Resultate, und konnten auch nicht zu einem solchen führen, weil die Autoren verschiedene Untersuchungsmethoden angewendet hatten und keine derselben Anspruch auf Exactheit erheben konnte.

Es erscheint daher geboten, den Gegenstand neu aufzunehmen, und zwar mit mathematischem Apparat, um die kinematischen Grundsätze, die allein bei derartigen Untersuchungen sichere Resultate versprechen, anwenden zu können.

Das Bedürfniss exacter Untersuchung auf dem Gebiete der Gelenklehre hat auch Einthoven schon empfunden und ausdrücklich ausgesprochen (Archives Néerlandaises des sciences etc. Harlem, T. XVII. 3. liv. p. 392. Anmerkung). Bei dieser unserer Arbeit, welche durch Vorversuche mit Herrn stud. math. Fiedler aus Zürich vorbereitet wurde, soll ausdrücklich von einer eingehenden Berücksichtigung der Literatur abgesehen werden, sowohl deshalb, weil sich sehr schwer namentlich aus den Citaten der Lehrbücher das Ver-

¹⁾ Le coude et la rotation de la main. Archives générales de médecine août 1874 et mai et juin 1877.

dienst des einzelnen Autors feststellen lässt, als auch aus dem Grunde, weil Heiberg fast das ganze literarische Material in seinem Buche über die Drehungen der Hand (Wien und Leipzig, 1884) niedergelegt hat. Auch könnten sehr leicht neuere Publicationen in fremden Sprachen übersehen werden. Auf das in Kopenhagen Vorgetragene und auf die früher mit Herrn Flügel angestellten Versuche wird hier nicht zurückgegriffen noch Bezug genommen werden, um die Arbeit möglichst frei von allen historischen Rückblicken und persönlichen Beziehungen zu halten. Es wird dadurch wohl am besten jeder Prioritätsstreit ausgeschlossen. Es geschah nur aus Unkenntniss, dass bei der früheren Arbeit die Koster'sche Arbeit (Weekblad van het Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde 1880. p. 213) nicht angeführt wurde.

Ferner soll gleich anfangs erklärt werden, dass die Arbeit wieder aufgenommen werden wird. Das Folgende hat die Bedeutung einer principiellen Feststellung der Methode, wie man bei einer exacten Untersuchung der hier einschlägigen Fragen zu verfahren hat.

Die Beobachtungen, die hier zu Grunde gelegt sind, haben den Zweck, die Methode und deren Anwendbarkeit überhaupt zu zeigen, ohne den Anspruch zu machen, endgültige Resultate zu liefern. Denn es ist selbstverständlich, dass eine exacte Untersuchung auch die individuellen Erscheinungen zu Tage fördert, die nur durch eine grosse Zahl von Beobachtungen eliminirt werden können. — Die Arbeiten von Lecomte und Heiberg gingen darauf hinaus, die Bewegungen der Vorderarmknochen am lebenden Körper zu untersuchen. Namentlich betonte Lecomte, dass die Versuche am Cadaver nicht der Wirklichkeit entsprächen. Darauf hin soll nochmals ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die Messungen Lecomte's und Heiberg's, die am Lebenden gemacht wurden, keine brauchbaren Resultate lieferten. Und zwar liegt dies nicht nur in den von beiden Untersuchern angewendeten Methoden, die jeder Genauigkeit entbehrten (siehe Heiberg's Pinselkurven a. a. O. p. 64, 65, 72, 73, 76), sondern überhaupt in der Unmöglichkeit, am Lebenden einzelne Knochenpunkte genügend zu fixiren.

Eine genaue Untersuchung am freigelegten Gelenk des Cadavers muss die Grundlage bilden, damit man zunächst die Construction des Skeletmechanismus an sich erfasst. Erst dann können die be-

wegenden Muskeln und überhaupt die Art der Functionirung des lebenden Organismus ins Auge gefasst werden, um die Erscheinung in ihrer Totalität zu erkennen.

Schon Cartesius hat in seinem Discours de la méthode es ausgesprochen, dass man jede complicirte Erscheinung zum Zwecke der Untersuchung in ihre einzelnen Theile zerlegen müsse.

Zur genauen Kenntniss der Bewegungen des Knochensystems ist vorerst nöthig, dass man die relative Bewegung eines jeden Knochens zu dem nächsten Skelettheil untersucht, der mit ihm durch ein Gelenk beweglich verbunden ist.

Wenn es sich um die Bewegung des Knochens als Ganzes handelt, so ist derselbe als starres Massensystem aufzufassen. Und dabei ist vornehmlich zu fragen, wie viel Bedingungen vorhanden sind, die das starre Massensystem an der freien Bewegung im Raume hindern. Durch 6 »Bedingungen« wird das System festgelegt. Je nachdem nun 1, 2, 3, 4, 5, 6 Bedingungen der Bewegung auferlegt werden, unterscheidet man in der Kinematik 1, 2, 3, 4, 5, 6 Grade des Zwanges, resp. 5, 4, 3, 2, 1, 0 Grade der Freiheit der Bewegung. In diesem Sinne besitzt z. B. ein mit Nussgelenk am Nebenknochen befestigter Knochen gegen jenen 3 Grade der Freiheit, während ein im Charniergelenk drehbarer Knochen im Allgemeinen nur 1 Grad der Freiheit in seiner relativen Bewegung zu seinem Nachbarknochen hat.

Für eine ideale Gestaltung der Gelenke der oberen Extremität beim Menschen d. h. für den Fall, dass je 2 zu einander gehörende Gelenkflächen ganz genau in einander passten und kein Schlottern der Knochen im Gelenke gestatteten, würden sich folgende Verhältnisse herausstellen. Der Humerus hat in Folge des Nussgelenkes relativ zur Scapula eine Beweglichkeit von 3 Graden der Freiheit. Jeder Punkt desselben ist auf eine bestimmte Fläche, welche in diesem Falle annähernd eine Kugelfläche ist, gezwungen. Auf dieser kann derselbe dann innerhalb gewisser Grenzen jeden beliebigen Ort einnehmen. Das würde nun an sich 2 Grade der Freiheit bedingen, wenn eine Festlegung des Knochens dadurch möglich wäre, dass man einen beliebigen seiner Punkte an einer bestimmten Stelle seiner Fläche festhält. Da man jedoch dann immer noch um eine durch diesen Punkt und den Humeruskopf hindurchgehende Axe

den Knochen rotiren kann, so kommt noch 4 Grad der Freiheit hinzu.

Die Ulna hat in ihrer Bewegung gegen den Humerus 4 Grad der Freiheit, wenn man vom Schlottern im Gelenk absieht, was in gewissem Sinne 2 Grade der Freiheit hervorruft. Unter »Schlottern« soll eine Beweglichkeit verstanden werden, etwa ähnlich dem Wackeln eines durch Ausnutzung nicht mehr genau functionirenden Maschinenteils. Es wird später darauf zurückgekommen werden.

Der Radius hat in seiner Bewegung gegen die Ulna nur 1 Grad der Freiheit. Ein Punkt der Ulna, oder was kinematisch dasselbe ist, ein starr mit der Ulna verbundener Punkt besitzt gegenüber der Scapula 4 Grade, ein Punkt des Radius somit gegenüber der Scapula 5 Grade der Freiheit.

Während man jeden Punkt des Humerus bei feststehender Scapula nur an eine beliebige Stelle einer bestimmten Fläche bringen kann, ist es möglich, jeden Punkt der Ulna an eine beliebige Stelle des Raumes bei feststehender Scapula zu versetzen. Dies ist selbstverständlich auch nur innerhalb gewisser durch die Dimensionen der Knochen gesetzter Grenzen möglich. Was für die Ulna gilt, gilt natürlich um so mehr vom Radius und den Handknochen.

Bei der exacten Untersuchung der Bewegung eines im Nussgelenk spielenden Knochens erstreckt sich das Hauptinteresse auf die Flächen, innerhalb deren die einzelnen Punkte des Knochens sich bewegen können. Bei der Bewegung mit 4 Grade der Freiheit hat man für jeden einzelnen Punkt des Knochens nur eine bestimmte, im Allgemeinen doppelt gekrümmte Curve, auf die er gezwungen ist.

Deshalb wird z. B. die Untersuchung der Bewegung des Radius gegen die Ulna und, wenn man von den Schlotterbewegungen absieht, der Bewegung der Ulna gegen den Humerus sich zunächst damit zu beschäftigen haben, auf welche Curven die verschiedensten Punkte des betreffenden Knochens bei der Bewegung gezwungen sind. Da ein Körper festgelegt ist, wenn man 3 nicht in gerader Linie liegende Punkte von ihm festhält, so müssen sich die sämtlichen Curven aus denen zu 3 nicht in gerader Linie befindlichen, sonst aber beliebigen Punkten gehörenden ableiten lassen. Man braucht zu diesem Zwecke nur die 3 Abstände des betreffenden

Knochenpunktes, dessen Curve man construiren will, von den 3 Punkten, deren Curve man schon construiert hat, zu messen.

Bezeichnen wir die rechtwinkligen Coordinaten der letzten 3 Punkte in irgend einer Lage des Knochens mit x_1, y_1, z_1 ; x_2, y_2, z_2 ; und x_3, y_3, z_3 , und die Abstände des ersteren Punktes von diesen 3 mit d_1, d_2, d_3 , dann läuft die Aufgabe, die zugehörigen Coordinaten dieses Punktes zu finden, auf die elementare aber etwas unbequeme Aufgabe hinaus, die Coordinaten eines der beiden in diesem Falle reellen Schnittpunkte der 3 Kugeln:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = d_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = d_3^2$$

zu bestimmen. Es ergeben sich dann 3 Ausdrücke der Form:

$$x' = \varphi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, d_1, d_2, d_3)$$

$$y' = \psi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, d_1, d_2, d_3)$$

$$z' = \chi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, d_1, d_2, d_3),$$

was nur bezeichnen soll, dass die 3 Coordinaten Functionen der in Klammer stehenden Grössen sind. Die wahren Functionswerthe sind wegen ihrer ausgedehnten Form nicht explicit hergeschrieben. Es kam überdies nur darauf an, zu zeigen, nach welchem Princip man bei der Aufstellung der Bahncurven der einzelnen Punkte zu verfahren hat.

Die wichtigste Frage aber bei der Bewegung eines starren Massensystems ist die Analyse der Bewegung des ganzen Systems überhaupt. Ein starres Massensystem kann, wie in der Kinematik bewiesen wird, aus einer Lage in eine von ihr verschiedene durch eine Schraubenbewegung versetzt werden. Untersucht man daher bei der Bewegung eines Knochens die jedesmalige Lage desselben nach successiven endlichen Verrückungen, so kann man für jede dieser Verrückungen eine Axe construiren, um welche der Knochen aus der ersten Lage in die folgende geschraubt werden kann. Demnach kann man die ganze Bewegung mit gewisser Annäherung durch eine Folge von Schraubenbewegungen ersetzen. Hat man bei dieser Construction die verschiedenen Lagen in grossen Entfernungen von einander genommen, so wird die Folge der Schraubenaxenbewegungen mit der wirklichen Bewegung des Knochens nur die mar-

kirten Lagen gemeinsam haben, sonst aber im Allgemeinen von ihr abweichen. Schaltet man aber zwischen je 2 auf einander folgende dieser Lagen andere Lagen des Knochens ein, und construirt dann die zu jeder Verrückung aus der einen Lage in die folgende gehörende Schraubenaxe, so wird man mit der jetzt resultirenden Schraubenaxenbewegung der wirklichen Bewegung schon viel näher kommen. Setzt man den Prozess der Einschaltung neuer Lagen und der Construction der zugehörigen Schraubenaxen fort, so werden die auf einander folgenden Schraubenaxen immer näher aneinander rücken, und die Folge von Schraubenbewegungen wird in immer grösserer Annäherung die wirkliche Bewegung des Knochens realisiren, bis man zuletzt bei Fortgang durch unendlich kleine Verrückungen des starren Massensystems nicht mehr discrete Schraubenaxen, sondern eine stetige durch die Schraubenaxen gebildete, im Allgemeinen windschiefe Fläche erhält. Mit der continuirlichen Folge verschwindend kleiner Schraubenbewegungen um die Erzeugungslinien dieser Fläche ist dann die wirkliche Bewegung geradezu äquivalent.

Nach dem Vorausgegangenen wird man bei der Analyse der gegebenen Bewegung eines Knochens daher sein Augenmerk auf die zu discreten Lagen gehörenden Schraubenaxen zu richten haben und sich fragen, wie gross die Abweichung der wirklichen Bewegung des Knochens von dieser construirten Folge von Schraubenbewegungen ist. Es ist dabei vorausgesetzt, dass die wirkliche Bewegung des Knochens bekannt ist. Dies ist natürlich der Fall, sobald man die Bewegung von 3 nicht in gerader Linie liegenden Punkten, die sich entweder direct auf dem Knochen selbst befinden, oder starr mit ihm verbunden sind, construirt hat.

Sobald man einmal sorgfältig die Bewegung dreier solcher Punkte experimentell festgestellt hat, kann man ohne jeden weiteren Versuch am Knochen selbst die ganze Bewegung in ihren einzelsten Theilen, also z. B. die Bahncurven der verschiedenen Punkte des Knochens, die Schraubenaxen, die zu aufeinander folgenden Lagen gehören, u. s. w. auf dem Wege der Construction oder der Rechnung finden.

Im Interesse einer genauen Bestimmung der Bahncurven von 3 nicht in gerader Linie befindlichen mit dem Knochen fest ver-

bundenen Punkten liegt es, diese Punkte möglichst fern von der voraussichtlichen ungefähren Lage der Axen anzubringen.

Aus diesem Grunde haben wir bei allen unseren Versuchen 3 leichte aber fest in den Knochen eingesetzte oben fein zugespitzte Holznadeln von 25—50 cm Länge zu den Messungen benutzt. Die feine Spitze der Nadeln gestattete dann eine sehr genaue Messung. Die äusserste Spitze an jeder der Nadeln gab einen starr mit dem Knochen verbundenen Punkt ab, dessen Curve im Raume bei der Bewegung des Knochens experimentell bestimmt wurde. Die Pinselversuche, die eine sorgfältigere Ausführung wohl zuließen als es bei Heiberg der Fall ist, sind deshalb überhaupt unzulässig, weil die hier in Betracht kommenden Curven im Allgemeinen doppelt gekrümmt sind, also nicht in einer Ebene liegen. Zur Messung einer Raumcurve braucht man bekanntlich 3 Coordinaten. Es ist dabei ganz gleichgültig, wie das einmal für Messungen festgelegte Coordinatensystem im Raume liegt. Aus praktischen Rücksichten haben wir die eine Coordinatenebene horizontal gelegt, und zwar durch eine genau durch Wasserwage horizontal orientirte starke Glasplatte gebildet. Darüber wurde Millimeterpapier gespannt, welches eine bequeme und doch hinreichend genaue Ablesung zweier Coordinaten gestattete. Die Raumcurve wurde auf diese Ebene durch ein Senkel mit fein auslaufender Spitze projecirt und die dritte Coordinate direct gemessen durch Bestimmung des Verticalabstandes der Nadelspitze von ihrer Projection auf die Horizontalebene, mittels eines genauen halbe Millimeter anzeigenden Maassstabes.

Auf diese Weise wurde mehrere Male die relative Bewegung des Radius zur Ulna und die der Ulna zum Humerus gemessen. Im ersten Falle wurde sowohl der Humerus als auch die Ulna durch starke Schrauben unverrückbar fest fixirt; im letzten Falle nur der Humerus. Die Gelenke waren frisch und soweit frei präparirt, dass die Gelenkbewegung ungehindert von Statten gehen konnte, aber die Gelenkkapsel völlig intact und stellenweise noch von einer dünnen Muskelschicht bedeckt gelassen. Durch Anfeuchten mit Glycerin und Alkohol wurde das Austrocknen verhindert.

Die Bewegung der Knochen wurde durch Fäden, an denen Gewichte hingen, hervorgebracht, in der Richtung der Resultante der Faserzüge der bewegenden Muskeln, und ihrer Antagonisten, so dass

jede Ruhelage des Knochens während der Messung durch zwei entgegengesetzt ziehende Fäden gesichert wurde. Die Gewichte wurden möglichst schwach genommen, um jede Beleidigung des Gelenkapparates auszuschliessen.

Es wurden mehrere Versuchsreihen durchgeführt und die zugehörigen Curven construiert. Und zwar wurden die ersten Versuchsreihen nur als vorbereitende Messungen behandelt, bis der Apparat so weit vervollkommenet wurde, dass er leicht und sicher spielte. Nur die letzte Versuchsreihe soll hier in extenso mitgeteilt werden, da nur diese einer etwas eingehenderen Interpretation unterzogen wurde.

Wie schon oben erwähnt, sind noch weitere Versuche, die vorbehalten bleiben, nothwendig, um die individuellen Erscheinungen zu eliminiren.

Die erste Aufzeichnung der Curven, welche 3 mit dem Radius fest verbundene Punkte im Raume beschreiben, liess schon erkennen, dass jede dieser 3 Curven nahezu in einer Ebene lag. Als Projection dieser 3 Curven in diese Ebene ergab sich eine vom Kreise nur sehr wenig abweichende Curve, so dass man schon hieraus schliessen kann, was später noch genauer untersucht wurde, dass die Bewegung des Radius sich nahezu aus Rotationen zusammensetzt, deren Axen nur wenig in ihrer Lage und Richtung von einander verschieden sind. Genaueres darüber folgt weiter unten.

Nachdem so die Bewegung des Radius bei fester Ulna in erster Linie untersucht war, wurde die Ulna losgeschraubt und jetzt von Neuem der Radius schrittweise aus der Supinationsstellung in die Pronationsstellung übergeführt.

Hierbei wurden nicht nur mit Hilfe dreier Nadeln die Curven am Radius construiert, sondern auch durch drei in der Ulna angebrachte Nadeln die Bewegung der Ulna registriert. Dabei stellte sich heraus, dass die Projection der drei Ulnacurven nahezu auf einen Punkt fiel, d. h. dass die Ulna bei dem successiven Fortrücken des Radius nahezu ihre Stellung unverrückt beibehalten hatte.

Diese geringe Ausdehnung der Ulnacurven braucht nicht unbedingt als Beweis für die absolute Ruhe der Ulna angesehen zu werden, sondern es war ja immerhin möglich, dass die Ulna bei der

Bewegung des Radius gewisse Curven beschrieb und nur während des Festhaltens der einzelnen Stellungen des Radius wieder in ihre Lage zurückfederte. Es war deshalb nöthig, auf eine Methode zu sinnen, um dies sichtbar zu machen. Die Pinselversuche liessen sich auch hier nicht verwerthen, weil die geringen Verrückungen des Radius bei der geringen Dimension und der Undeutlichkeit der Pinselcurven kein deutliches Resultat würden erkennen lassen.

Um die Ulnabewegungen recht deutlich zu machen, wurde in das Capitulum Ulnae ein kleiner Spiegel eingeschraubt und dadurch das Bild eines hellen leuchtenden Punktes in dem sonst dunklen Zimmer an eine Wand geworfen, die ziemlich weit entfernt war, um die Ausschläge möglichst zu vergrössern.

Mit Hilfe dieses Versuches zeigte es sich in der That, wie wir vermutheten, dass die Ulna gewisse Curven bei der Supination und Pronation beschrieb und dann wieder zurückfederte, diese Curven aber durchaus kein constantes Element enthielten. Hierbei wurden die Bewegungen des Radius durch die Hand des Untersuchers erzeugt, ohne Hilfe von Fäden und Gewichten. Die an der Wand sich zeigenden Curven änderten fortwährend ihre Gestalt, je nachdem man verschiedenen Druck zur Erzeugung der Pronation und Supination anwandte, und sich bemühte, verschiedene Axen festzuhalten.

Aus diesem Allen geht hervor, dass man unmöglich von einer bestimmten Bewegung der Ulna reden kann, und es zwecklos ist, für einzelne Theile der Ulna bestimmte Curven construiren zu wollen; vergl. Einthoven, a. a. O. p. 292, Zeile 5 u. ff. von oben.

Der Ulna steht innerhalb gewisser, später noch näher zu bestimmender Grenzen jede beliebige Bewegung frei, was wir in der That dadurch sichtbar gemacht haben, dass wir auf die Knochen einen solchen Druck ausübten, dass das Spiegelbild an der Wand eine vorher beliebig vorgezeichnete Curve beschrieb. Es hängt immer davon ab, welchen Bedingungen die betreffende Bewegung der Ulna unterliegt.

Wenn Heiberg a. a. O. p. 74 nach Fixirung des Humerus und des Radius noch im Stande ist, eine Ulnabewegung auszuführen, was er selbst als Schlussstein seiner Arbeit bezeichnet, so zeigt dies

eben, dass die Ulna im Cubitalgelenke in gewissen Grenzen alle möglichen Bewegungen machen kann.

Ein weiterer Beweis dafür ist der Versuch mit dem eng anschließenden Lecomte'schen Ringe. Wenn man das Handgelenk in einen Lecomte'schen Ring einspannt, so muss natürlich das Capitulum Ulnae einen Kreis beschreiben; denn wenn man in dem Ringe den Radius bewegen will, so ist dies nur dadurch möglich, dass er das Capitulum Ulnae am Innenrande des festgehaltenen Ringes fortschiebt. Bei festgehaltener Ulna würde sich der Radius überhaupt nicht in dem fest umspannenden Ringe bewegen lassen. Nimmt man einen nicht genau kreisförmigen Ring, sondern einen dem Handgelenk angepassten länglichen (Heiberg, l. c. p. 63 Zeile 6 v. o.), so muss natürlich auch die Curve des Capitulum Ulnae länglich werden (ebenda p. 63 Zeile 24 v. o.).

Es folgt jetzt die Beschreibung unserer letzten Beobachtung der Radius- und Ulnacurven an einem und demselben Präparate, das von einem normalen kräftigen Manne (Selbstmörder) stammte. Es war der linke Arm.

Zuerst sollen die Resultate mitgeteilt werden der Beobachtung von der relativen Bewegung der Ulna zum Humerus. Es zeigt sich zwar, dass jeder Punkt der Ulna innerhalb eines gewissen Flächenstreifens sich bewegen kann, aber die Ulna macht von dieser Beweglichkeit nur dann Gebrauch, wenn man einen seitlichen Druck auf sie ausübt. Wenn man die Ulna ohne jeglichen seitlichen Druck gegen den Humerus bewegt, so wird jeder Punkt von ihr immer eine bestimmte der Art der Gelenkflächen entsprechende Curve beschreiben. Um diese Curve wird es sich jetzt handeln.

Tabelle I.

Die Coordinaten der Punkte der Curve, welche die Spitze der Nadel 1 beschrieb, sind mit x_1, y_1, z_1 , die Coordinaten für die Nadel 2 sind mit x_2, y_2, z_2 , die für die Nadel 3 mit x_3, y_3, z_3 bezeichnet.

Um die Lage dieser Nadeln, die in die Ulna fest und unverrückbar eingebohrt waren, zur Ulna zu bestimmen, wurden auf der

Ulna drei möglichst weit von einander entfernte Punkte markirt. Der erste derselben, der Punkt α , lag auf der unteren Seite der Ulna, 2 cm oberhalb (proximal) des processus stiloideus. Der zweite Punkt, β , lag in der Mitte der crista interossea, etwas mehr als ein Drittel der Ulnalänge vom unteren Ende entfernt, der dritte Punkt, γ , auf dem processus cubitalis, nahe am Ende der linea obliqua ulnae.

Die Entfernung der Nadel 1 vom Punkte α ist mit α_1 bezeichnet,

vom Punkte β mit β_1 ,

von γ mit γ_1 .

Die Entfernung der Nadel 2 von α ist α_2 ,

von β ist β_2 ,

von γ ist γ_2 .

Die Entfernung der Nadel 3 von α ist α_3 ,

von β ist β_3 ,

von γ ist γ_3 .

Diese Grössen hatten folgende Werthe:

$$\alpha_1 = 371 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 354 \text{ mm}, \quad \gamma_1 = 340 \text{ mm}$$

$$\alpha_2 = 236,5 \text{ mm}, \quad \beta_2 = 262 \text{ mm}, \quad \gamma_2 = 298,5 \text{ mm}$$

$$\alpha_3 = 446,5 \text{ mm}, \quad \beta_3 = 386 \text{ mm}, \quad \gamma_3 = 339 \text{ mm}.$$

Es wurden im Ganzen 31 Stellungen des Knochens beobachtet. Die in folgender Tabelle in einer Reihe stehenden Zahlen drücken in Millimetern die Coordinaten für ein und dieselbe Stellung aus. Die Stellungen beginnen von der äussersten gezwungenen Extensionsstellung der Ulna und gehen bis zur weitesten Beugung. Sie tragen fortlaufende Nummern von 1 an.

Tabelle I.

	Nadel I.			Nadel II.			Nadel III.		
	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	z_1	z_2	z_3
1	227	289	38	573	172	—3	787	520	55
2	228	282,5	41,5	574	160	10	794	540	53
3	227,5	277	47	576	138	29	795	494,5	52
4	228	270	53	572	131	49	797	478	51
5	226	265	60	566	121,5	70	800	462	51,5
6	226	260	67	563	112,5	89	802,5	448	52,5
7	225	255	74	559	104	110,5	805	431,5	55
8	225	251,5	79,5	556	98,5	125	806	421,5	57
9	222	248,5	86,5	552	95	143	808	407	60
10	221	244	94,5	548	89	163,5	809	396	64
11	220	242	102	545	86	184	811	382,5	69
12	220	240	110,5	538	85	206	810	369,5	78
13	219	236	119	536	84	228	811	357	82,5
14	217	235,5	127	531	85	249	811	345	90
15	215	234	135,5	525	88	270	812,5	333,5	98,5
16	212,5	234	145	520	92	292,5	812	321,5	108,5
17	210	233,5	155,5	512	98	317,5	811	308	120,5
18	206	235	165,5	506	106	341	810	296	132,5
19	204	236	174	501	114,5	360	807	286,5	144
20	202	239,5	183	494	124,5	381	808	277,5	156
21	199	243	192,5	485	137	401	804	267	170,5
22	196	247,5	201,5	477	151,5	421,5	804,5	259	185,5
23	193	251	208	470	164	435,5	800	255	198
24	190,5	258	217	462	182	455	796	247,5	216
25	186	268	226	452	208	475	791	239,5	237
26	181	277,5	233	443	227,5	489	788	236	254
27	177	285	239	436	248	502	782	231,5	271
28	175	292	242	431	262	509	778	230	284
29	174,5	298	245,5	426	278	515	774	230	295,5
30	171	309	250	417	305	525	767	229	315,5
31	166	318	252	412	326	529,5	762,5	229,5	330

Hierzu Tafel I und Tafel II. (Die ausgezogenen Curven.)

Die Zahlen geben Centimeter an.

Tafel I ist die Projection der Curven auf die xy -Ebene; Tafel II die Projection der Curven auf die xz -Ebene. Diese beiden Projectionen reichen aus, um alles Uebrige daraus ableiten zu können. Aus den drei Curven gewinnt man die Coordinaten $x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha; x_\beta, y_\beta, z_\beta; x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma$ für die Curven der drei Punkte α, β, γ mit Hilfe obiger Formeln, die sich hier in folgender Weise schematisch schreiben lassen:

$$x_\alpha = \varphi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

$$y_\alpha = \psi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

$$z_\alpha = \chi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

$$x_\beta = \varphi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$

$$y_\beta = \psi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$

$$z_\beta = \chi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$

$$x_\gamma = \varphi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$$

$$y_\gamma = \psi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$$

$$z_\gamma = \chi (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3).$$

Will man die Coordinaten x_p, y_p, z_p der Curve irgend eines anderen Punktes p der Ulna bestimmen, so wird man jetzt, nachdem man die Coordinaten der Punkte α, β, γ berechnet hat, diese Coordinaten und die Abstände $p_\alpha, p_\beta, p_\gamma$ des Punktes p von den drei Punkten α, β, γ benutzen. Es stellen sich dann, wie ohne Weiteres ersichtlich, folgende Formeln heraus:

$$x_p = \varphi (x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha, x_\beta, y_\beta, z_\beta, x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma, p_\alpha, p_\beta, p_\gamma)$$

$$y_p = \psi (x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha, x_\beta, y_\beta, z_\beta, x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma, p_\alpha, p_\beta, p_\gamma)$$

$$z_p = \chi (x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha, x_\beta, y_\beta, z_\beta, x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma, p_\alpha, p_\beta, p_\gamma).$$

Damit ist die Möglichkeit gezeigt, aus den experimentell gefundenen Curven die Curven irgend eines Punktes auf der Ulna abzuleiten. Kommt es von vornherein darauf an, die Curve nur eines ganz bestimmten Punktes des Knochens zu finden, so kann man sich natürlich die complicirte Rechnung dadurch ersparen, dass man die Nadeln in geeigneter Weise anbringt. Z. B. würde diese Aufgabe sich sehr einfach lösen lassen, wenn man zwei Nadeln mit ihren Spitzen so stellt, dass die Spitzen mit dem betreffenden Punkte auf dem Knochen in gerader Linie liegen und der Knochenpunkt von

der näheren Nadelspitze dieselbe Entfernung hat, wie diese von der entfernteren Spitze (Angabe des Herrn Fiedler). Im Allgemeinen wird man aber den Versuch nicht nach einer bestimmten Richtung hin gemacht haben, und dann muss man obige Formeln anwenden.

Wenn man nun an die Construction der Schraubenaxen herangeht, so drängen sich a priori zwei Gesichtspunkte auf, welche die im Allgemeinen etwas complicirte Construction der Schraubenaxen für diese Bewegung wesentlich vereinfachen.

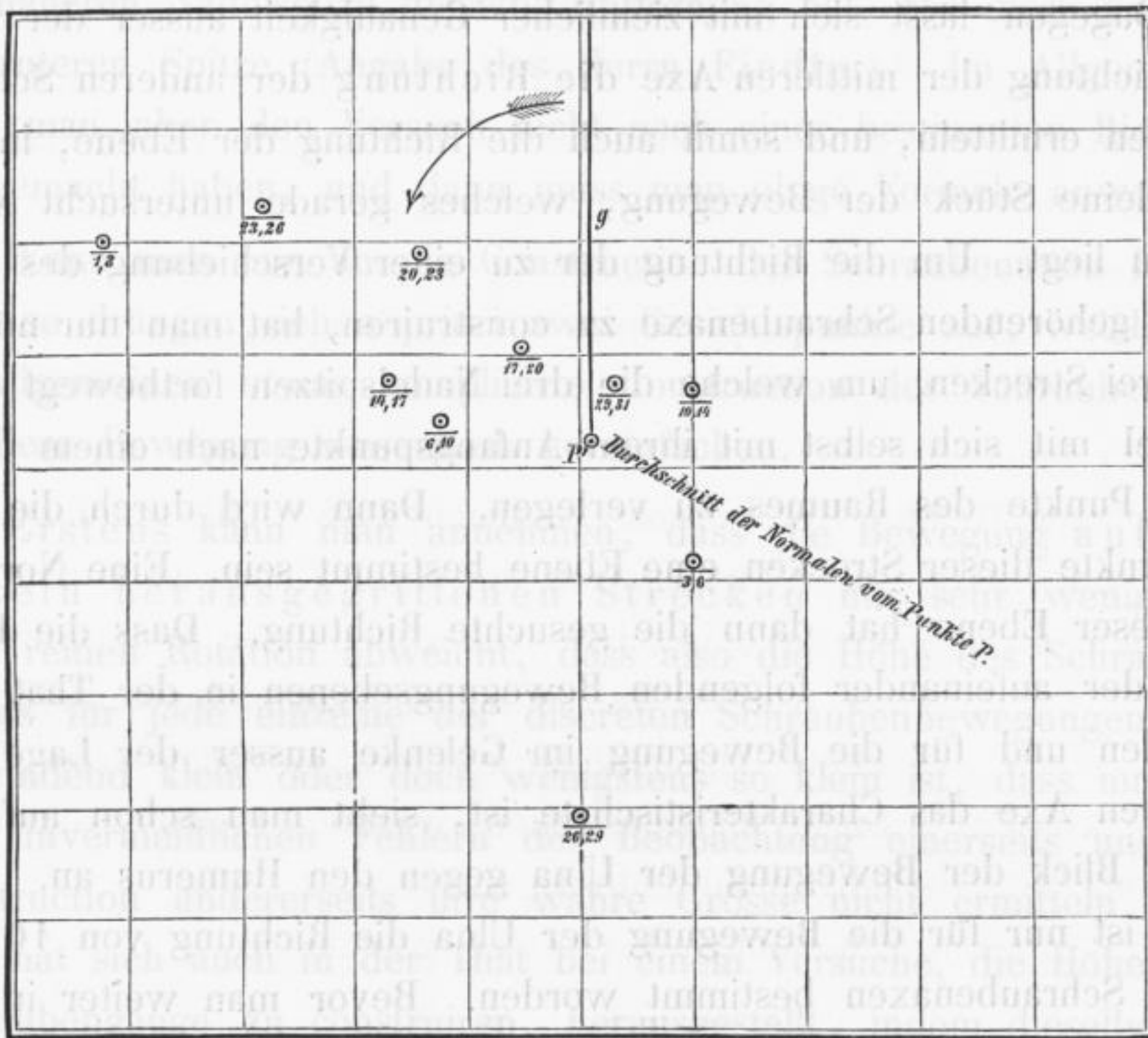
Erstens kann man annehmen, dass die Bewegung auf den einzeln herausgegriffenen Strecken nur sehr wenig von einer reinen Rotation abweicht, dass also die Höhe des Schraubenganges für jede einzelne der discreten Schraubenbewegungen verschwindend klein oder doch wenigstens so klein ist, dass man bei den unvermeidlichen Fehlern der Beobachtung einerseits und der Construction andererseits ihre wahre Grösse nicht ermitteln kann. Dies hat sich auch in der That bei einem Versuche, die Höhen der Schraubengänge zu construiren, herausgestellt, indem dieselbe eine Grösse von 0,3 Millimeter nicht überstieg. Obgleich wir mit der peinlichsten Genauigkeit die Versuche angestellt haben, so sind doch für die so kleine Grösse die Fehlerquellen beträchtlich genug, um dieselbe als Resultat illusorisch zu machen.

Zweitens werden die einzelnen aufeinander folgenden Schraubenaxen so nahe an einander zu liegen kommen, dass man auch von der genauen Ermittlung der Lage der aufeinander folgenden Schraubenaxen zu einander absehen muss und sich darauf zu beschränken hat, die genaue Lage einer in gewissem Sinne mittleren Schraubenaxe zu construiren. In deren unmittelbaren Nähe werden sich dann alle anderen Schraubenaxen vorfinden. Ueberdies sind die individuellen Verschiedenheiten der Gelenke so gross, dass auch, wenn man in der Lage wäre, bei beiden erwähnten Punkten ganz exacte Bestimmungen zu treffen, doch das Resultat sich bei jedem einzelnen Gelenke ganz verschieden stellen würde. Damit soll jedoch nicht gesagt sein, dass es überhaupt am menschlichen Körper keine Gelenkbewegungen von 1 Grade der Freiheit giebt, für die sich die wahre Lage der Schraubenaxen construiren lässt. Es gilt dies nur für die hier betrachteten Gelenke.

Dagegen lässt sich mit ziemlicher Genauigkeit ausser der Lage und Richtung der mittleren Axe die Richtung der anderen Schraubenaxen ermitteln, und somit auch die Richtung der Ebene, in der das kleine Stück der Bewegung, welches gerade untersucht wird, nahezu liegt. Um die Richtung der zu einer Verschiebung des Knochens gehörenden Schraubenaxe zu construiren, hat man nur nöthig, die drei Strecken, um welche die drei Nadelspitzen fortbewegt sind, parallel mit sich selbst mit ihrem Anfangspunkte nach einem beliebigen Punkte des Raumes zu verlegen. Dann wird durch die drei Endpunkte dieser Strecken eine Ebene bestimmt sein. Eine Normale zu dieser Ebene hat dann die gesuchte Richtung. Dass die Richtung der aufeinander folgenden Bewegungsebenen in der That verschieden und für die Bewegung im Gelenke ausser der Lage der mittleren Axe das Charakteristischste ist, sieht man schon auf den ersten Blick der Bewegung der Ulna gegen den Humerus an. Vorläufig ist nur für die Bewegung der Ulna die Richtung von 10 discreten Schraubenaxen bestimmt worden. Bevor man weiter in der Einschaltung neuer Lagen bei der Construction der Axen gehen wollte, um die noch näher an einander liegenden Axen aufzusuchen, muss man erst einmal genauer untersuchen, ob auch bei anderen Präparaten die Verhältnisse nahezu dieselben sind, oder ob nicht etwa schon an dieser Stelle eine genauere Untersuchung sich als zwecklos herausstellen würde. Von einer Construction der zur Bewegung gehörigen Schraubenaxenfläche kann natürlich hier gar keine Rede sein.

Zur Construction der 10 discreten Axen wurden die in obiger Tabelle mit 1, 3, 6, 10, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 31 bezeichneten Lagen benutzt, und somit die Verrückungen (1,3), (3,6), (6,10), (10,14), (14,17), (17,20), (20,23), (23,26), (26,29), (29,31) untersucht.

Um die gewonnenen Resultate in möglichst übersichtlicher Form darzustellen, wurden die 10 Schraubenaxen und die mittlere Axe, die durch die Längsaxe der Trochlea des Humerus gegeben ist, nach einem bestimmten Punkte P parallel mit sich selbst verlegt. In der Entfernung von 20 cm medianwärts wurde dann die zur mittleren Axe normale Ebene construirt und die Durchschnittspunkte der 10 Axen mit dieser Ebene gesucht. Die Durchschnittspunkte gruppirten sich dann in folgender Weise:



Legt man durch die mittlere Axe und eine im Durchschnittspunkt P' der mittleren Axe vertical nach oben verlaufende, in der Ebene gelegene Gerade g (siehe Fig.) eine Ebene, so bilden die durch die mittlere Axe und die einzelnen Schraubenaxen gelegten Ebenen mit jener folgende Winkel in der in der Figur angezeigten Richtung:

(1,3)	(3,6)	(6,10)	(10,14)	(14,17)	(17,20)	(20,23)	(23,26)	(26,29)	(29,31)
68° 52'	219° 17'	81° 15'	288° 25'	75° 10'	32° 1'	43° 9'	56° 5'	178° 22'	333° 26'

Die einzelnen Axen bilden mit der mittleren Axe die Winkel:

(1,3)	(3,6)	(6,10)	(10,14)	(14,17)	(17,20)	(20,23)	(23,26)	(26,29)	(29,31)
13° 13'	4° 9'	3° 43'	2° 43'	5°	3° 45'	6° 17'	9° 56'	9° 31'	1° 17'

Beweglichkeit der Ulna.

Wie oben erwähnt wurde, steht jedem Punkte der Ulna innerhalb eines gewissen Flächenstreifens jede Bewegung zu, woraus sich die zwei Grade der Freiheit erklären; denn wenn man einen Punkt an einer bestimmten Stelle seiner Fläche festhält, so ist der ganze Knochen dadurch festgelegt. Der zu einem bestimmten Punkte der Ulna gehörige Flächenstreifen lässt sich natürlich wieder aus den zu drei Punkten gehörenden Flächenstreifen ableiten, auf die oben angegebene Weise. Um sichtbar zu machen, wie die schon gezeichneten Curven der drei Nadelspitzen auf ihrer Fläche verlaufen, construirten wir wieder zu den schon früher benutzten Nadelspitzen die Flächen. Und zwar wurden die seitlichen Verschiebungen der Ulna durch einen seitlichen Zug mittels je eines Gewichts von 1 Kilo hervorgebracht. Diese Flächenstreifen wurden vorläufig einer genaueren Untersuchung nicht unterzogen.

Es wurden dabei folgende Werthe gewonnen:

Tabelle II.

a) Medianwärts.

	Nadel I.			Nadel II.			Nadel III.		
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3
1	224	299	36	565	464	2,5	795	500	55,5
2	223	294	44	564	444	34	804	473	54
3	220,5	284	54,5	549	420	67	803	444	55
4	218	276	64	543	404	100	808	447	58
5	215	268	80	532	94	142	840	387	66
6	213	260	90	527	84	177,5	842,5	365	78
7	210	256	103	517	82	219,5	843,5	340	93,5
8	208	252,5	115,5	505	85	260,5	844	317,5	113
9	207	249	128	499	92	295	843	304,5	129
10	204	248	140	488	104	328,5	844	288	148,5
11	202	247	154	482	112	354,5	840	278	164
12	197	252	168	465	136,5	398,5	806	259	195
13	192	257	185	452	166	435	798	248	226
14	185	267	198,5	438	198	464,5	792	240	253
15	180	280	214	425	233	494	783	234	280,5
16	173	299	224,5	408	280	542	774	232	345,5
17	164	325	236	392	340	529	756	233	354,5

22*

b) Lateralwärts.

	Nadel I.			Nadel II.			Nadel III.		
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3
1	233,5	280	35	586	473,5	0	786	527	56,5
2	236	268	44	586	454	24	793	509	54
3	235	253	56	583,5	430	62	798	481	54,5
4	234	243	69,5	578	414	96	802	457	53
5	232	234	87,5	573	400	137	808	428	58
6	230	226,5	102,5	569	92	173,5	810	406	63,5
7	226	222	122	558	87	216,5	813	378,5	73
8	223	219	140	550	89	258,5	814	355	87,5
9	219	219,5	158	544	94	294,5	814	335	99,5
10	214	222	174,5	530	103	329	814	315	115,5
11	211	225	187	519	115	359,5	812	299	132,5
12	204	234,5	203,5	503	136	399	808	278	158,5
13	195	250	231	490	168	443	801	257	186
14	189	265	244	474	204	474	795	243	219
15	180	284	252	454	240	501	786	233	253
16	173	309	260,5	436	287,5	522	774	226	294,5
17	163	339	264,5	416	350	539	759	229	340

Siehe hierbei Tafel I und Tafel II. Die stark und schwach punktierten Curven.

Relative Bewegung des Radius zur Ulna.

Zur Bestimmung der Bewegung des Radius zur Ulna benutzten wir drei Nadeln, No. I, II, III, welche bezüglich von drei, gleich noch näher zu bezeichnenden Punkten a , b , c auf dem Radius die Abstände hatten:

$$a_1 = 544 \text{ mm}, \quad b_1 = 493,5 \text{ mm}, \quad c_1 = 478 \text{ mm}$$

$$a_2 = 303 \text{ mm}, \quad b_2 = 364 \text{ mm}, \quad c_2 = 434 \text{ mm}$$

$$a_3 = 270 \text{ mm}, \quad b_3 = 232 \text{ mm}, \quad c_3 = 225 \text{ mm}.$$

Der Punkt a lag an der Aussenseite des Radius 2 cm über dem proc. styloideus, der Punkt b auf der crista interossea direct gegenüber dem Punkte β der Ulna, der Punkt c auf dem collum radii auf der unteren Seite bei extremer Supinationsstellung.

Die drei Punkte α , β , γ auf der jetzt festgeschraubten Ulna, die

schon oben pag. 325 benutzt wurden, besaßen dabei bezüglich die rechtwinkligen Koordinaten:

$$x_{\alpha} = 538 \text{ mm}, y_{\alpha} = 200 \text{ mm}, z_{\alpha} = 207 \text{ mm}$$

$$x_{\beta} = 531 \text{ mm}, y_{\beta} = 291 \text{ mm}, z_{\beta} = 212 \text{ mm}$$

$$x_{\gamma} = 512 \text{ mm}, y_{\gamma} = 386 \text{ mm}, z_{\gamma} = 192 \text{ mm}.$$

Es sind im Ganzen 22 Stellungen, von der äussersten Supination ausgehend, bis zur äussersten Pronation beobachtet worden, deren Koordinaten in folgender, nach den obigen Tabellen unmittelbar verständlichen Tabelle niedergelegt sind.

Tabelle III.

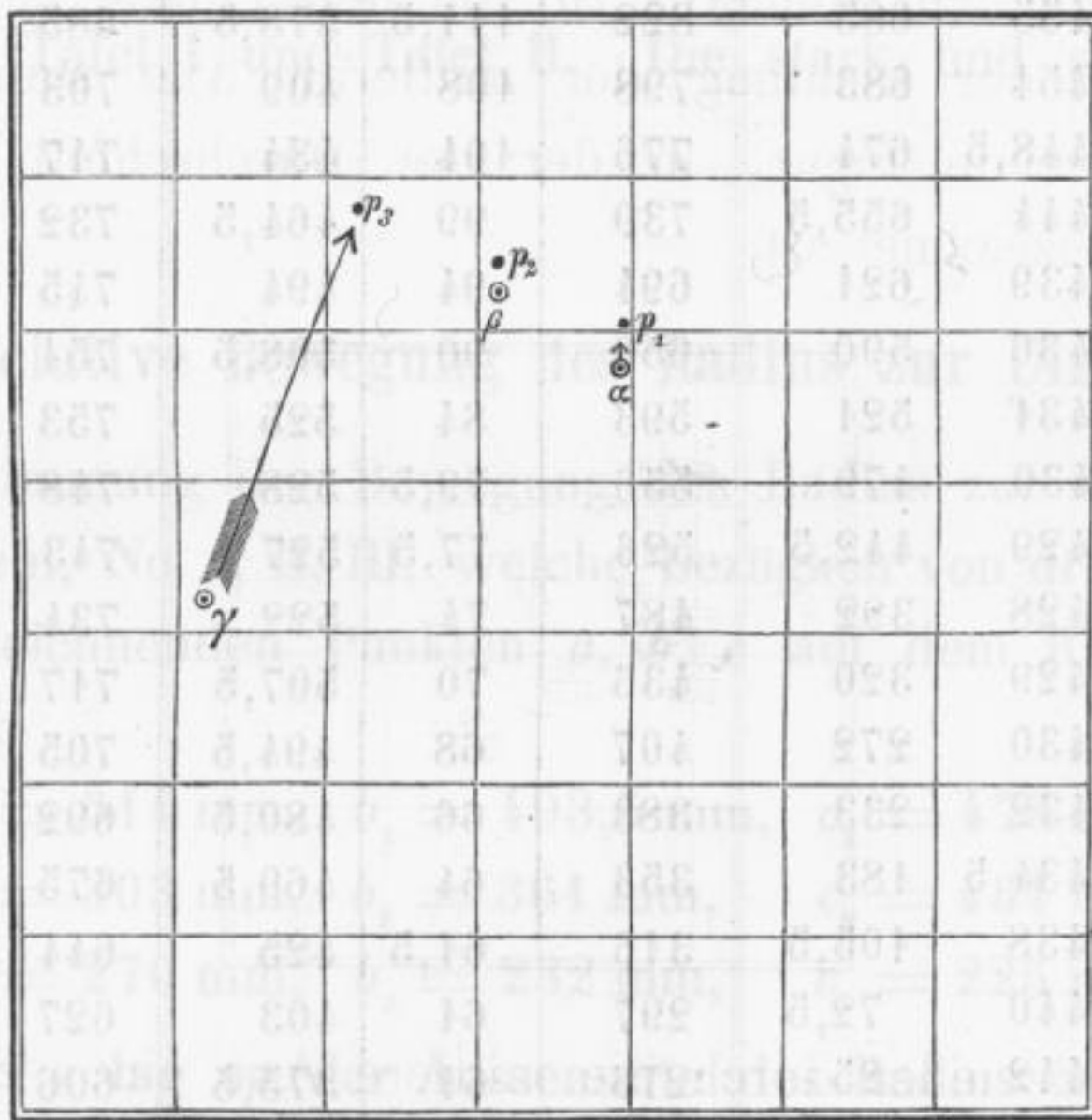
	Nadel I.			Nadel II.			Nadel III.		
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3
1	724	474	635,5	869	122	240,5	599	352	3
2	704	473	649	864	120	262,5	614	352	9
3	629	464	671,5	854,5	117	309,5	644	354	24
4	584	461	681,5	842	115	338	661	357	36,5
5	554	458	683	833	114	357,5	674	357	46
6	517	455	685	822	111,5	378,5	685	356	57
7	467	451	683	798	108	409	703	357	76
8	420	448,5	674	776	104	434	717	356	95
9	360	444	655,5	739	99	464,5	732	356	123,5
10	285	439	621	694	94	494	745	355	159,5
11	238	436	590	659	90	508,5	754	355	185,5
12	168	431	521	593	84	525	753	353	232,5
13	134	430	479	556	79,5	528	748	352	259
14	110	429	442,5	526	77,5	527	743	351	280
15	85	428	392	487	74	522	734	349	306
16	64	429	320	436	70	507,5	717	346	340
17	55	430	272	407	68	494,5	705	344	356,5
18	53	432	233	383	66	480,5	692	342	371,5
19	55	434,5	183	353	64	460,5	675	339	388,5
20	66	438	105,5	316	61,5	425	644	336	411
21	77	440	72,5	297	61	403	627	334	420,5
22	98	442	25	276	61	375,5	606	332	429

Hierzu Tafel III und Tafel IV.

Tafel III ist wieder die Projection der Curven auf die xy -Ebene, Tafel IV die Projection auf die xz -Ebene.

Um die Curve eines Punktes auf dem Knochen aus den drei construirten Curven abzuleiten, braucht man nur die oben über die Ulna vorgeführten Betrachtungen zu übertragen. In den Formeln hat man dann die drei Buchstaben α , β , γ mit den jetzt beim Radius verwandten Buchstaben a , b , c zu vertauschen, um dann die Formeln, die ja ohnedies nur symbolisch angegeben waren, zu erhalten.

Ferner gilt das, was oben über die Construction der Schraubenaxen gesagt wurde, in noch viel stärkerem Masse hier; denn es stellte sich heraus, dass die Curve eines Punktes des Radius noch viel geringere Ausweichungen vom Kreise zeigte, als irgend eine Curve bei der Ulna. Aus dem Grunde kann man sich hier erst recht auf die Construction einer mittleren Axe und die Construction der Richtungen einiger discreter Schraubenaxen beschränken. Wenn man bei der Bewegung der Ulna zum Humerus über die annähernde Lage der mittleren Axe nicht im Zweifel sein konnte, so ist die Lage der mittleren Axe für die Bewegung des Radius zur Ulna nicht genau von vornherein einzusehen. Wenn man in den drei Punkten α , β , γ der jetzt festgeschraubten Ulna auf der Längsrichtung der Ulna normale Ebenen legt, so zeigt sich, dass die

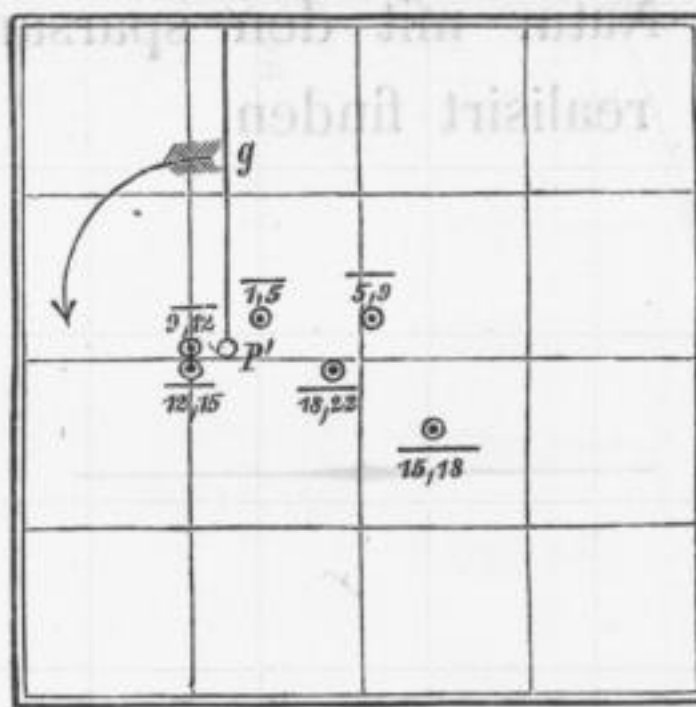


Lage der mittleren Axe zu den 3 Punkten α , β , γ der Ulna in durch sie gehenden Normalebene zur Längsrichtung der Ulna.

mittlere Axe für die Bewegung des Radius diese drei Ebenen in drei Punkten p_1 , p_2 , p_3 durchschneidet, welche die in der Figur an-

gegebene Lage zu den drei Punkten α , β , γ besitzen. Der Einfachheit der Darstellung halber sind diese drei in drei verschiedenen parallelen Ebenen befindlichen Punkte so gezeichnet, als ob sie in einer Ebene lägen. Die mittlere Axe ist auch auf Tafel III und IV aufgezeichnet.

Da wie schon bemerkt, und wie sich durch Projection der experimentell gefundenen Curven auf die zur mittleren Axe normale Ebene erwies, die Curve eines Punktes des Radius nur sehr wenig vom Kreise abweicht, so kann man sich in diesem Falle auf die Construction einer sehr geringen Anzahl von Schraubenaxen beschränken. Damit wird man mit hinreichender Genauigkeit für unseren Zweck die Bewegung des Radius analysirt haben. Zur Construction der Schraubenaxen wurden die in der Tabelle mit 1, 5, 9, 12, 15, 18, 22 bezeichneten Lagen benutzt. Dadurch wurden sechs Schraubenaxen gewonnen, die wir analog der früheren Bezeichnungsweise mit (1,5), (5,9), (9,12), (12,15), (15,18), (18,22) bezeichnen. Zur übersichtlichen Darstellung der verschiedenen Richtungen der Schraubenaxen wurden dieselben wieder nach einem Punkte P im Raume verlegt, und ihre Durchschnitte mit der Ebene gesucht, welche um 20 cm nach dem Humerus zu von dem Punkte entfernt lag und senkrecht auf der Richtung der mittleren Axe stand. Es ergab sich dann folgende Figur, in der der Durchschnitt der mittleren Axe mit P' bezeichnet ist.



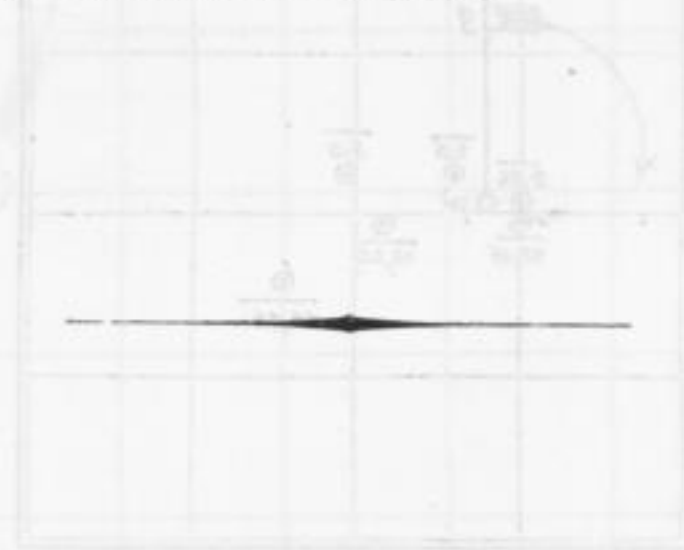
Legt man wieder durch die mittlere Axe eine verticale Ebene, so bilden mit dem oberen Theile derselben die Ebenen, welche durch die mittlere Axe einerseits und die einzelnen Schraubenaxen andererseits hindurchlaufen, folgende Winkel in der in der Figur angezeigten Richtung:

(1,5)	(5,9)	(9,12)	(12,15)	(15,18)	(18,22)
323° 8'	284° 53'	90°	111° 48'	254° 49'	255° 58'

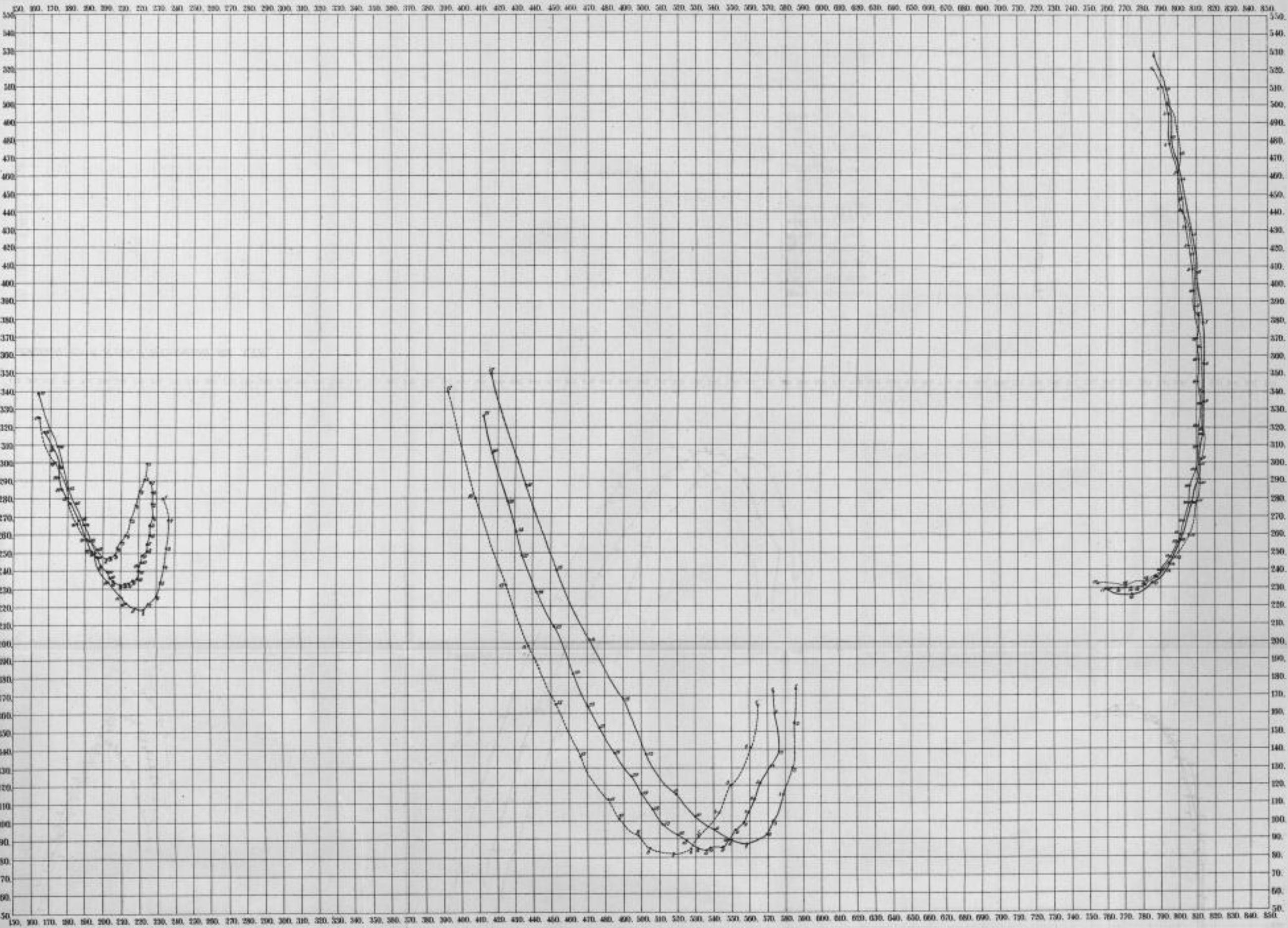
Die einzelnen Axen bilden mit der mittleren Axe den Winkel:

(1,5)	(5,9)	(9,12)	(12,15)	(15,18)	(18,22)
44'	2° 26'	43'	45'	3° 35'	1° 52'

Durch diese Darlegung unserer Versuche ist der Beweis erbracht, dass die kinematische Methode sich auf die Untersuchung des menschlichen Gelenkmechanismus anwenden lässt; hierauf kam es zunächst nur an. Ob die Handhabung der Methode einer Vervollkommnung fähig ist, ob sich zum Beispiel das mühsame Ablesen der Coordinaten durch eine optische Selbstregistrierung ersetzen lässt u. s. w., muss die Zeit lehren. Bei einer ausgedehnten Anwendung mathematischer Methoden auf dem Gebiete der menschlichen nicht nur, sondern der Anatomie überhaupt wird es nicht ausbleiben, dass ebenso wie die Anatomie auch die Kinematik selbst ihrerseits an Resultaten bereichert werden wird. Sicher finden sich in den Organismen kinematische Probleme schon gelöst, welche die Kinematik nur mit grossen Schwierigkeiten lösen kann. Namentlich ist sicher zu erwarten, dass in der Natur mit den sparsamsten Mitteln gewisse Grade der Freiheit sich realisirt finden.

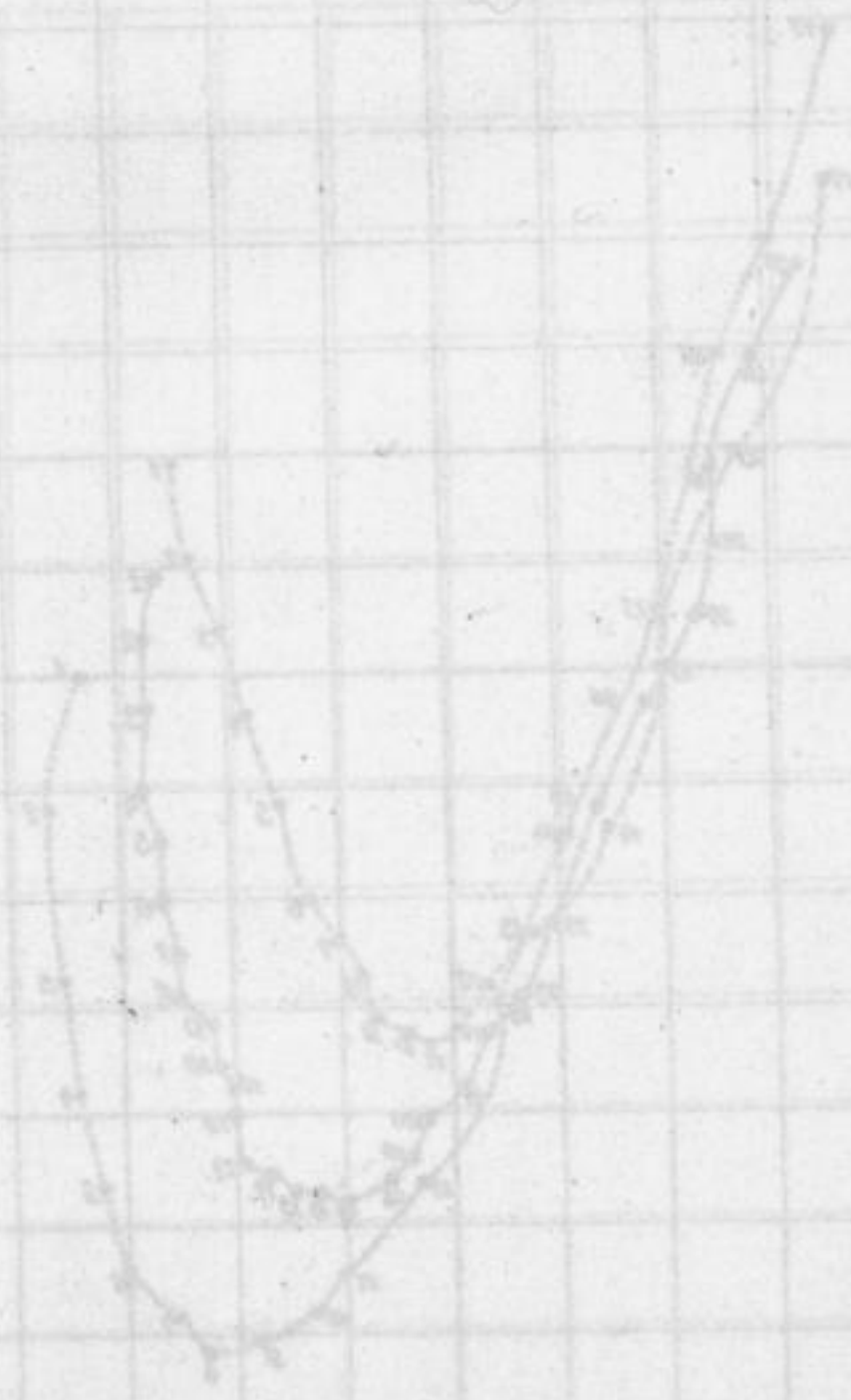


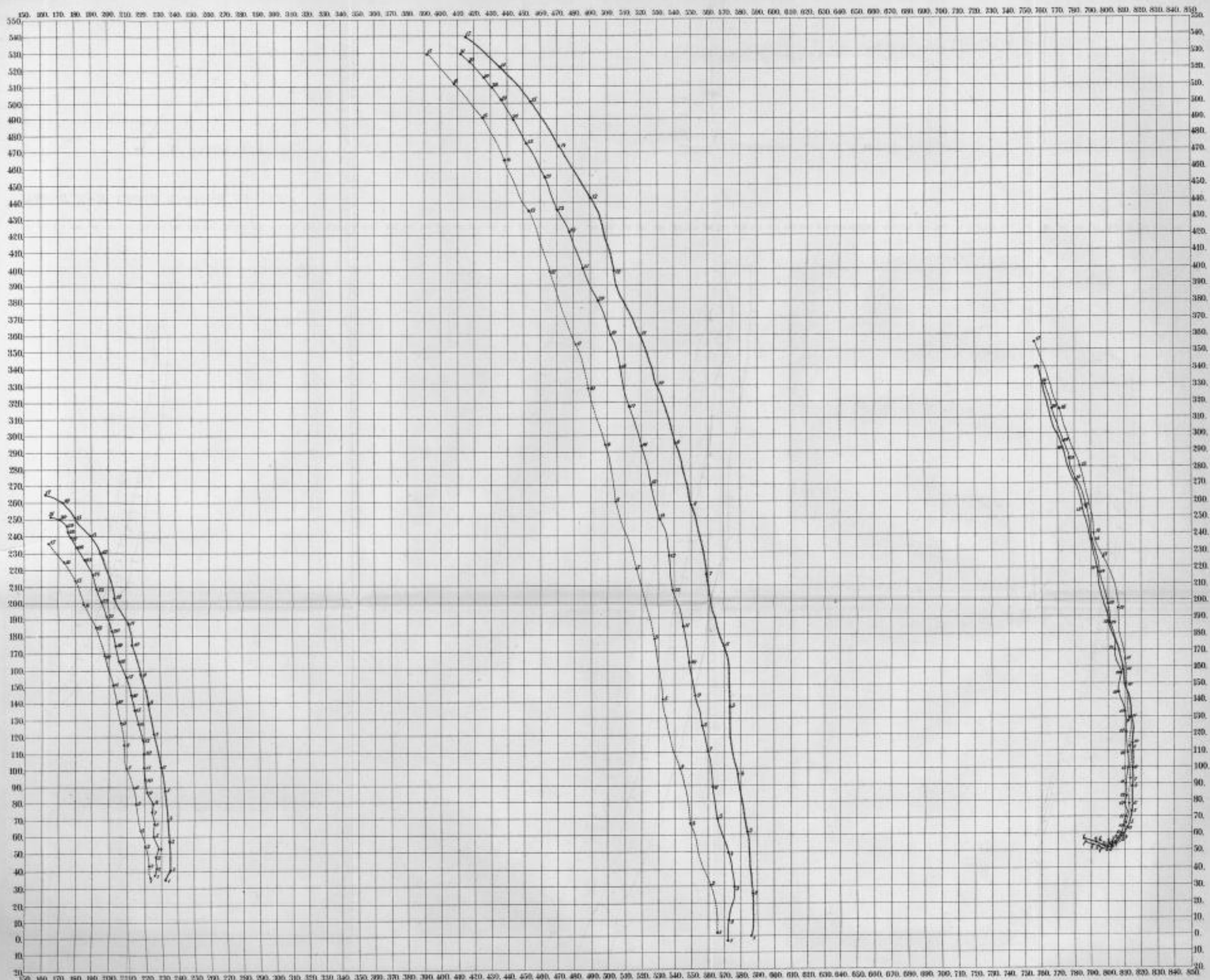
legt man wieder durch die mittlere Axe eine vertikale Ebene, so bilden mit dem oberen Theile derselben die Ebenen, welche durch die mittlere Axe einschneiden und die einzelnen Schraubenachsen anderer Seite hindurchlaufen, folgende Winkel in der Figur angezeigten Richtung: p_1, p_2, p_3 durchschneidet p_1, p_2, p_3 und p_4 .



Abhandl. der K. S. Ges. d. Wissensch. Bd. XXII.

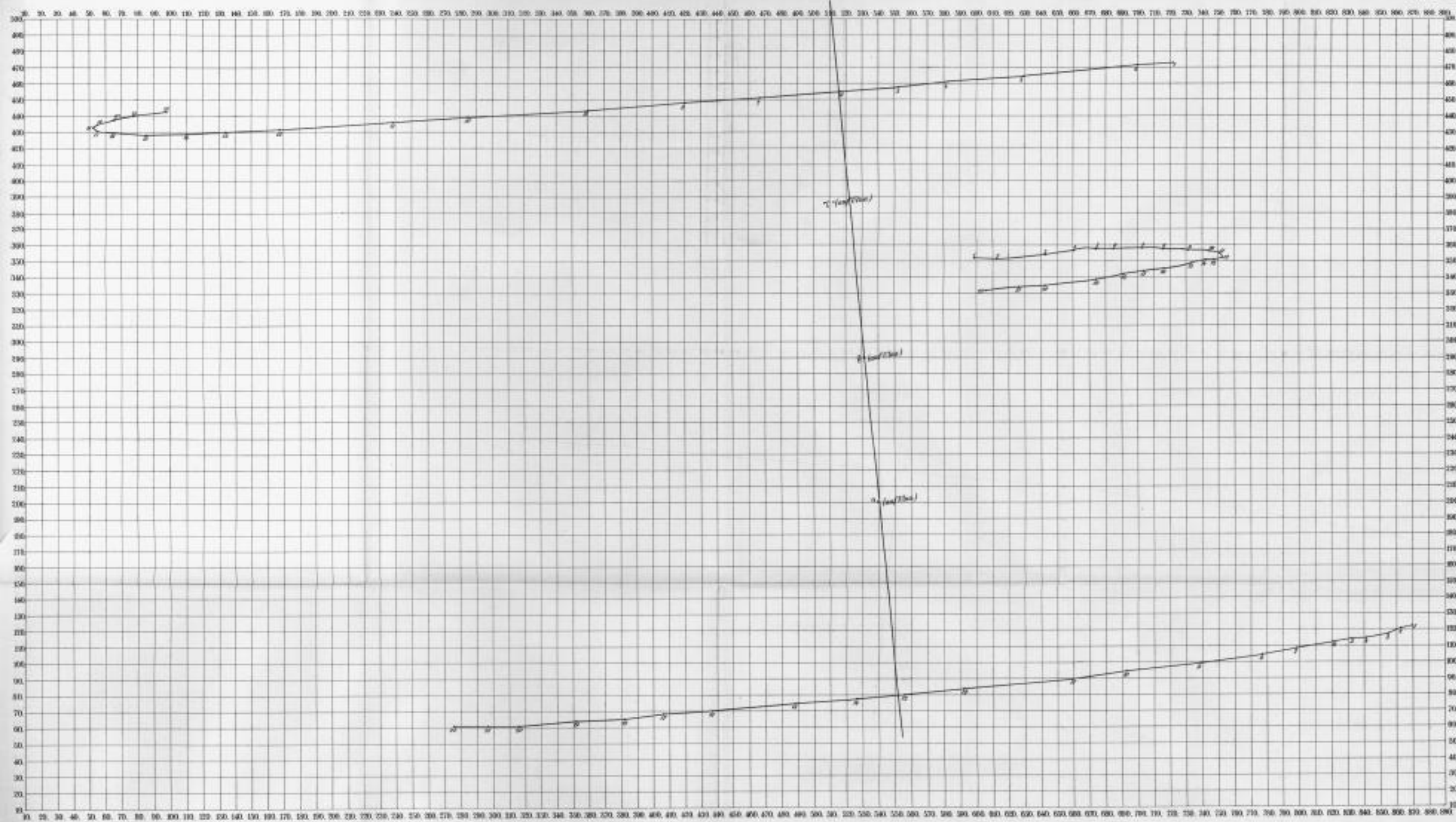
Die einzelnen Aeste bilden mit der mittleren Aeste den Winkel



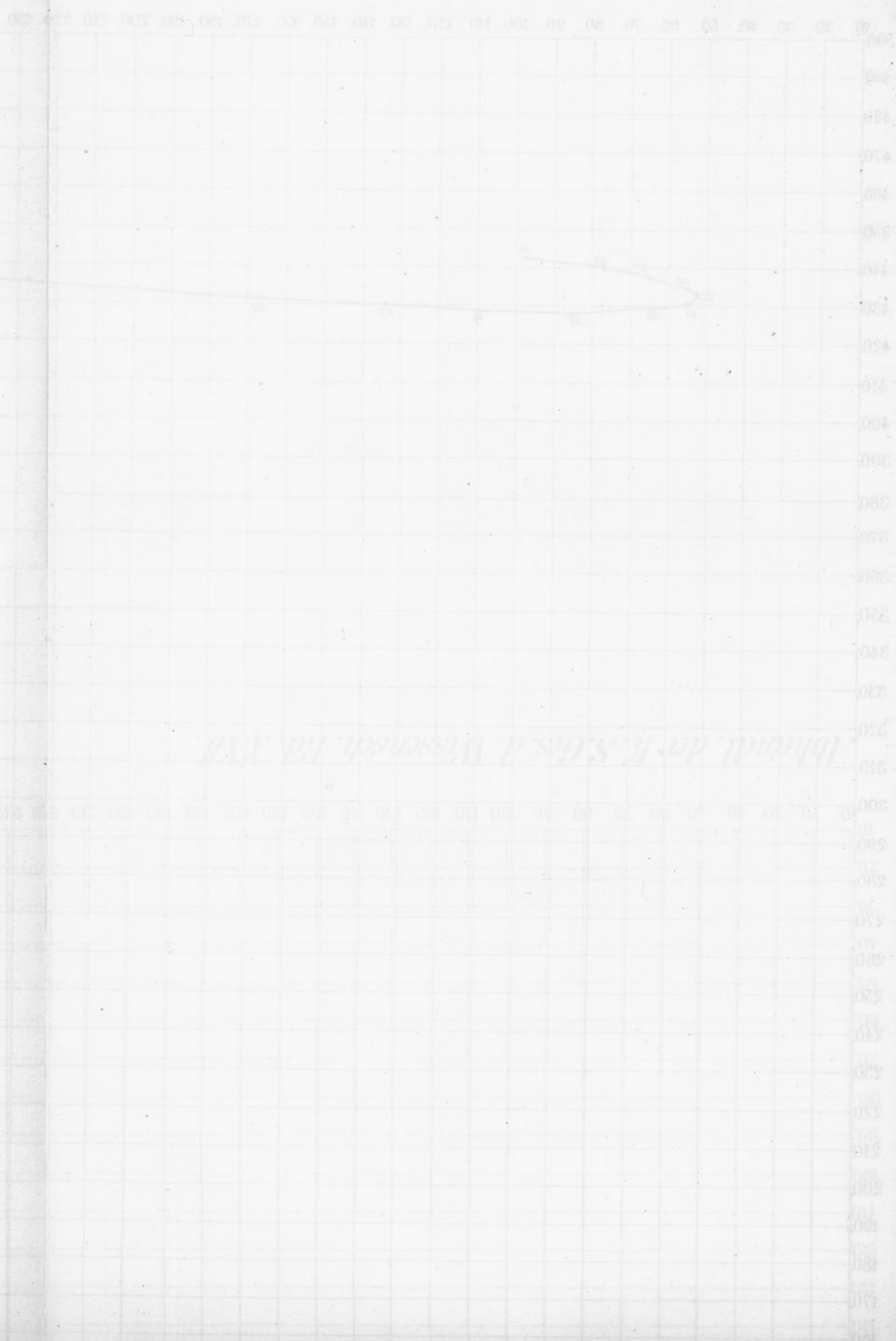


Abhandlung des H. Stiefel d. Wissenschaftl. Bd. 1. 1817

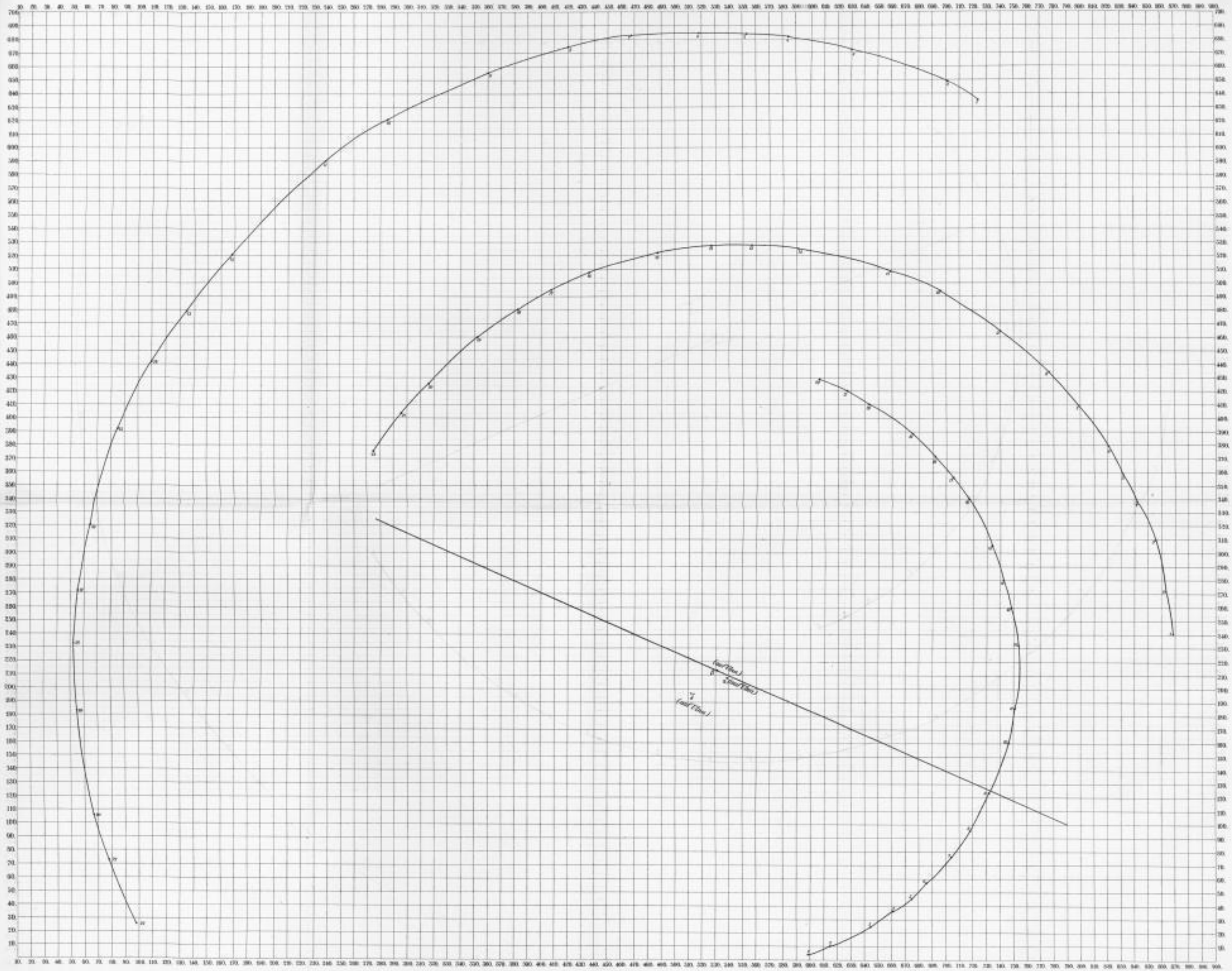




Abhandl. der K.S.Ges. d. Wissensch. Bd. XXII.



Abhandl. der K. Sächs. A. Wissensch. Bd. XVII.



Abhandl. der K. S. Ges. d. Wissensch. Bd. XXII.

- SIEBENTER BAND. (XI. Bd.) Mit 5 Tafeln. hoch 4. 1865. brosch. 17 M.**
- P. A. HANSEN, Darlegung der theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. Zweite Abhandlung. 1864. 9 M.
- G. METTENIUS, Ueber die Hymenophyllaceae. Mit 5 Tafeln. 1864. 3 M 60 Pf.
- P. A. HANSEN, Relationen einestheils zwischen Summen und Differenzen und andernteils zwischen Integralen und Differentialen. 1865. 2 M.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Sechste Abhandlung: Maassbestimmungen der elektromotorischen Kräfte. Zweiter Theil. 1865. 2 M 80 Pf.
- ACHTER BAND. (XIII. Bd.) Mit 3 Tafeln. hoch 4. 1868. brosch. Preis 24 M.**
- P. A. HANSEN, Geodätische Untersuchungen. 1865. 5 M 60 Pf.
- Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen den Sternwarten zu Gotha und Leipzig, unter seiner Mitwirkung ausgeführt von Dr. Auwers und Prof. Bruhns im April des Jahres 1865. Mit 1 Figurentafel. 1866. 2 M 80 Pf.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Siebente Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Bergkrystalles. Mit 2 Tafeln. 1866. 2 M 40 Pf.
- P. A. HANSEN, Tafeln der Egeria mit Zugrundelegung der in den Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig veröffentlichten Störungen dieses Planeten berechnet und mit einleitenden Aufsätzen versehen. 1867. 6 M 80 Pf.
- Von der Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen und in ihrer Anwendung auf die Geodäsie. 1867. 6 M.
- NEUNTER BAND. (XIV. Bd.) Mit 6 Tafeln. hoch 4. 1871. brosch. Preis 18 M.**
- P. A. HANSEN, Fortgesetzte geodätische Untersuchungen, bestehend in zehn Supplementen zur Abhandlung von der Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen und in ihrer Anwendung auf die Geodäsie. 1868. 5 M 40 Pf.
- Entwicklung eines neuen veränderten Verfahrens zur Ausgleichung eines Dreiecksnetzes mit besonderer Betrachtung des Falles, in welchem gewisse Winkel vorausbestimmte Werthe bekommen sollen. 1869. 3 M.
- Supplement zu der geodätische Untersuchungen benannten Abhandlung, die Reduction der Winkel eines sphäroidischen Dreiecks betr. 1869. 2 M.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Achte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Topases. Mit 4 Tafeln. 1870. 2 M 40 Pf.
- P. A. HANSEN, Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe mit besonderer Berücksichtigung des im Jahre 1874 eintreffenden Vorüberganges. Mit zwei Planigloben. 1870. 3 M.
- G. T. FECHNER, Zur experimentalen Aesthetik. Erster Theil. 1871. 3 M.
- ZEHNTER BAND. (XV. Bd.) Mit 7 Tafeln. hoch 4. 1874. brosch. Preis 21 M.**
- W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbes. über das Princip der Erhaltung der Energie. 1871. 1 M 60 Pf.
- P. A. HANSEN, Untersuchung des Weges eines Lichtstrahls durch eine beliebige Anzahl von brechenden sphärischen Oberflächen. 1871. 3 M 60 Pf.
- C. BRUHNS, Bestimmung der Längendifferenz zwischen Leipzig und Wien. 1872. 2 M.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Neunte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Schwerspathes. Mit 4 Tafeln. 1872. 2 M.
- Elektrische Untersuchungen. Zehnte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Aragonites. Mit 3 Tafeln. 1872. 2 M.
- C. NEUMANN, Ueber die den Kräften elektrodynamischen Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze. 1873. 3 M 80 Pf.
- P. A. HANSEN, Von der Bestimmung der Theilungsfehler eines gradlinigen Maassstabes. 1874. 4 M.
- Ueber die Darstellung der graden Aufsteigung und Abweichung des Mondes in Function der Länge in der Bahn und der Knotenlänge. 1874. 1 M.
- Dioptrische Untersuchungen mit Berücksichtigung der Farbenzerstreuung und der Abweichung wegen Kugelgestalt. Zweite Abhandlung. 1874. 2 M.
- ELFTER BAND. (XVIII. Bd.) Mit 8 Tafeln. hoch 4. 1878. brosch. Preis 21 M.**
- G. T. FECHNER, Ueber den Ausgangswerth der kleinsten Abweichungssumme, dessen Bestimmung, Verwendung und Verallgemeinerung. 1874. 2 M.
- C. NEUMANN, Ueber das von Weber für die elektrischen Kräfte aufgestellte Gesetz. 1874. 3 M.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Elfte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Kalkspathes, des Berylls, des Idocrases und des Apophyllites. Mit 3 Tafeln. 1875. 2 M.
- P. A. HANSEN, Ueber die Störungen der grossen Planeten, insbesondere des Jupiter. 1875. 6 M.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Zwölfte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Gypses, des Diopsids, des Orthoklases, des Albits und des Periklins. Mit 4 Tafeln. 1875. 2 M.
- W. SCHEIBNER, Dioptrische Untersuchungen, insbesondere über das Hansen'sche Objectiv. 1876. 3 M.
- C. NEUMANN, Das Webersche Gesetz bei Zugrundelegung der unitarischen Anschauungsweise. 1876. 1 M.
- W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über die Energie der Wechselwirkung. Mit 1 Tafel. 1878. 2 M.
- ZWÖLFTER BAND. (XX. Bd.) hoch 4. 1883. brosch. Preis 22 M.**
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Dreizehnte Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Apatits, Brucits, Coelestins, Prehnits, Natroliths, Skolezits, Datoliths und Axinitis. Mit 3 Tafeln. 1878. 2 M.
- W. SCHEIBNER, Zur Reduction elliptischer Integrale in reeller Form. 1879. 5 M.
- Supplement zur Abhandlung über die Reduction elliptischer Integrale in reeller Form. 1880. 1 M 50 Pf.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Vierzehnte Abhandlung: Ueber die photo- und thermoelektrischen Eigenschaften des Flussspathes. Mit 3 Tafeln. 1879. 2 M.
- C. BRUHNS, Neue Bestimmung der Längendifferenz zwischen der Sternwarte in Leipzig und der neuen Sternwarte auf der Türkenschanze in Wien. 1880. 2 M 40 Pf.
- C. NEUMANN, Ueber die peripolaren Coordinaten. 1880. 1 M 50 Pf.
- Die Vertheilung der Elektricität auf einer Kugelcalotte. 1880. 2 M 40 Pf.
- W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Fünfzehnte Abhandlung: Ueber die Aktino- und piezoelektrischen Eigenschaften des Bergkrystalles und ihre Beziehung zu den thermoelektrischen. Mit 4 Tafeln. 1881. 2 M.
- Elektrische Untersuchungen. Sechzehnte Abhandlung. Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Helvins, Mellits, Pyromorphits, Mimetesits, Phenakits, Pennins, Diopases, Strontianits, Witherits, Cerussits, Euklases und Titanits. Mit 3 Tafeln. 1882. 2 M.
- Elektrische Untersuchungen. Siebzehnte Abhandlung. Ueber die bei einigen Gasentwickelungen auftretenden Elektricitäten. 1883. 1 M 80 Pf.
- DREIZEHNTER BAND. (XXII. Bd.)**
- G. TH. FECHNER, Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinnes. 1884. 2 M 80 Pf.
- G. TH. FECHNER, Ueber die Methode der richtigen und falschen Fälle in Anwendung auf die Massbestimmungen der Feinheit oder extensiven Empfindlichkeit des Raumsinnes. 1884. 7 M.
- W. BRAUNE u. O. FISCHER, Die bei der Untersuchung von Gelenkbewegungen anzuwendende Methode, erläutert am Gelenkmechanismus des Vorderarms beim Menschen. 1885. 2 M.

Leipzig, Juni 1885.

S. Hirzel.

SITZUNGSBERICHTE DER KÖNIGL. SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

KLEINERE ABHANDLUNGEN.

BERICHTE über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.
Erster Band. Aus den Jahren 1846 und 1847. Mit Kupfern. gr. 8. 12 Hefte.

— Zweiter Band. Aus dem Jahre 1848. Mit Kupfern. gr. 8. 6 Hefte.

Vom Jahre 1849 an sind die Berichte der beiden Classen getrennt erschienen.

— Mathematisch-physische Classe. 1849 (3) 1850 (3) 1851 (2) 1852 (2) 1853 (3) 1854 (3) 1855 (2) 1856 (2) 1857 (3) 1858 (3) 1859 (4) 1860 (3) 1861 (2) 1862 (1) 1863 (2) 1864 (1) 1865 (1) 1866 (5) 1867 (4) 1868 (3) 1869 (4) 1870 (5) 1871 (7) 1872 (4 mit Beiheft) 1873 (7) 1874 (5) 1875 (4) 1876 (2) 1877 (2) 1878 (1) 1879 (1) 1880 (1) 1881 (1) 1882 (1) 1883 (1) 1884 (2).

— Philologisch-historischen Classe. 1849 (5) 1850 (4) 1851 (5) 1852 (4) 1853 (5) 1854 (6) 1855 (4) 1856 (4) 1857 (2) 1858 (2) 1859 (4) 1860 (4) 1861 (4) 1862 (1) 1863 (3) 1864 (3) 1865 (1) 1866 (4) 1867 (2) 1868 (3) 1869 (3) 1870 (3) 1871 (1) 1872 (1) 1873 (1) 1874 (2) 1875 (2) 1876 (1) 1877 (2) 1878 (3) 1879 (2) 1880 (2) 1881 (2) 1882 (1) 1883 (2) 1884 (4).

Jedes Heft der Berichte ist einzeln zu dem Preise von 1 *M.* zu haben.

SCHRIFTEN

DER FÜRSTLICH-JABLONOWSKI'SCHEN GESELLSCHAFT ZU LEIPZIG.

ABHANDLUNGEN bei Begründung der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften am Tage der 200jährigen Geburtsfeier Leibnizens herausgegebenen von der Fürstl. Jablonowski'schen Gesellschaft. Mit dem Bildnisse von Leibniz in Medaillon und zahlreichen Holzschn. und Kupfertaf. 61 Bogen in hoch 4^o. 1846. broch. Preis 15 *M.*

PREISSCHRIFTEN gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft.

1. H. GRASSMANN, Geometrische Analyse geknüpft an die von Leibniz erfundene geometrische Charakteristik. Mit einer erläuternden Abhandlung von *A. F. Möbius*. (Nr. I der mathematisch-physischen Section.) hoch 4^o. 1847. 3 *M.*
2. H. B. GEINITZ, Das Quadergebirge oder d. Kreideformation in Sachsen, mit Berücks. der glaukonitreichen Schichten. Mit 1 color. Tafel. (Nr. II d. math.-phys. Sect.) hoch 4^o. 1850. 1 *M.* 60 *S.*
3. J. ZECH, Astronomische Untersuchungen über die Mondfinsternisse des Almagest. (Nr. III d. math.-phys. Sect.) hoch 4^o. 1851. 1 *M.*
4. J. ZECH, Astron. Untersuchungen üb. die wichtigeren Finsternisse, welche v. d. Schriftstellern des class. Alterthums erwähnt werden. (Nr. IV d. math.-phys. Sect.) hoch 4^o. 1853. 2 *M.*
5. H. B. GEINITZ, Darstellung der Flora des Hainichen-Ebersdorfer und Flöhaer Kohlenbassins. (Nr. V d. math.-phys. Sect.) hoch 4^o. Mit 14 Kupfertafeln in gr. Folio. 1854. 24 *M.*
6. TH. HIRSCH, Danzigs Handels- und Gewerbsgeschichte unter der Herrschaft des deutschen Ordens. (Nr. I der historisch-nationalökonomischen Section.) hoch 4^o. 1858. 8 *M.*
7. H. WISKEMANN, Die antike Landwirtschaft und das von Thünensche Gesetz, aus den alten Schriftstellern dargelegt. (Nr. II d. hist.-nat. ök. Sect.) 1859. 2 *M.* 40 *S.*
8. K. WERNER, Urkundliche Geschichte der Iglauer Tuchmacher-Zunft. (Nr. III d. hist.-nat. ök. Sect.) 1861. 3 *M.*
9. V. BÖHMERT, Beiträge zur Geschichte d. Zunftwesens. (Nr. IV d. hist.-nat. ök. Sect.) 1862. 4 *M.*
10. H. WISKEMANN, Darstellung der in Deutschland zur Zeit der Reformation herrschenden nationalökonomischen Ansichten. (Nr. V d. hist.-nat. ök. Sect.) 1862. 4 *M.*
11. E. L. ETIENNE LASPEYRES, Geschichte der volkwirtschaftl. Anschauungen der Niederländer und ihrer Litteratur zur Zeit der Republik. (Nr. VI d. hist.-nat. ök. Sect.) 1863. 8 *M.*
12. J. FIKENSCHER, Untersuchung der metamorphischen Gesteine der Lunzenauer Schieferhalbinsel. (Nr. VI d. math.-phys. Sect.) 1867. 2 *M.*
13. JOH. FALKE, Die Geschichte des Kurfürsten August von Sachsen in volkwirtschaftlicher Beziehung. (Nr. VII d. hist.-nat. ök. Sect.) 1868. 8 *M.*
14. B. BÜCHSENSCHÜTZ, Die Hauptstätten des Gewerbflusses im classischen Alterthume. (Nr. VIII d. hist.-nat. ök. Sect.) 1869. 2 *M.* 80 *S.*
15. H. BLÜMNER, Die gewerbliche Thätigkeit der Völker des classischen Alterthums. (Nr. IX d. hist.-nat. ök. Sect.) 1869. 4 *M.*
16. H. ENGELHARDT, Flora der Braunkohlenformation im Königreich Sachsen. (Nr. VII d. math.-phys. Sect.) Mit 15 Tafeln. 1870. 12 *M.*
17. H. ZEISSBERG, Die polnische Geschichtsschreibung des Mittelalters. (Nr. X d. hist.-nat. ök. Sect.) 1873. 12 *M.*
18. A. WANGERIN, Reduction der Potentialgleichung für gewisse Rotationskörper auf eine gewöhnliche Differentialgleichung. (Nr. VIII d. math.-phys. Sect.) 1875. 1 *M.* 20 *S.*
19. A. LESKIEN, Die Declination im Slavisch-Litauischen und Germanischen. (Nr. XI d. hist.-nat. ök. Sect.) 1876. 5 *M.*
20. R. HASSENCAMP, Ueber den Zusammenhang des lettoslavischen und germanischen Sprachstammes. (Nr. XII d. hist.-nat. ök. Sect.) 1876. 3 *M.*
21. R. PÖHLMANN, Die Wirthschaftspolitik der Florentiner Renaissance und das Princip der Verkehrsfreiheit. (Nr. XIII d. hist.-nat. ök. Sect.) 1878. 4 *M.* 20 *S.*
22. A. BRÜCKNER, Die slavischen Ansiedelungen in der Altmark und im Magdeburgischen. (Nr. XIV d. hist.-nat. ök. Sect.) 1879. 4 *M.* 20 *S.*
23. F. O. WEISE, Die Griechischen Wörter im Latein. (Nr. XV d. hist.-nat. ök. Sect.) 1882. 18 *M.*
24. R. PÖHLMANN, Die Übervölkerung der antiken Grossstädte im Zusammenhange mit der Gesamtentwicklung städtischer Civilisation dargestellt. (Nr. XVI d. hist.-nat. ök. Sect.) 1884. 4 *M.* 20 *S.*
25. E. HASSE, Geschichte der Leipziger Messen. (Nr. XVII d. hist.-nat. ök. Sect.) 1885. 15 *M.*

Leipzig.

S. Hirzel.

20 JUL 85

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

