VIERZIGSTER BAND.

VIERZIGETER BAND.

#### DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

## GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



VIERZIGSTER BAND.

MIT 13 TAFELN UND 55 ABBILDUNGEN.



**LEIPZIG** 

BEI S. HIRZEL

1897.

## DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

## GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



ARESDET

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

MIT 13 TAFELN UND 55 ABBILDUNGEN.

**LEIPZIG** 

BEI S. HIRZEL

1897.

166,12

## INHALT,

S. (
- 59
- 169
- 267
- 369
- 467

## INHALT,

		P. Darent, Ober die anomale elektrische Dispersion von Flüssigkeiten,
	8.	Mit 4 Tolel und 2 Textilguren
0.0		P. Dacou, Zur Theorie stehender elektrischer Breitwellen. Mit I Tefel
		M. v. Fran, Untersuchungen über die Sinnesfunctionen der menschlichen
		Haut. Brste Abhandlung: Druckempfladung und Schuners. Mit.
891	-	16 Textiligarea
		O. Frschen, Beitsäge zur Müskelstetik. Erste Abhandlung: Ueber dus
		Gleichgewicht zwischen Schwere und Muskeln am zweigliedrigen
		System. Mit 7 Tafelu und 21 Textinguien
869	-	1. HARTHANN, Die Rechnechtung der Mondfinsternisse. "Mit & Textingeren.
		O. Freduen, Beiträge zu einer Muskeldynamik. Zweite Abhankjung: Cher
		die Wirkung der Schwere und beliebiger Muskele auf des zwei-
rea	_	gliedrige System. Mit & Tafeln und \$2 Textfiguren



## JOHANNES HARTMANN.

#### DIE

## BEOBACHTUNG DER MONDFINSTERNISSE.

Des XXIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº V.

MIT 4 TEXTFIGUREN.



LEIPZIG

BEI S. HIRZEL

1896.

Einzelpreis: 5 Mark.

#### DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG.

#### MATHEMATISCH-PHYSISCHE CLASSE.

- ERSTER BAND. (I. Bd.) \*) Mit 3 Tafeln. hoch 4. 1852. brosch. Preis 13 M 60 92. A. F. MÖBIUS, Ueber die Grundformen der Linien der dritten Ordnung. Mit 1 Tafel. 1849. 2 1 40 9. P. A. HANSEN, Auflösung eines beliebigen Systems von linearischen Gleichungen. - Ueber die Entwickelung der Grösse  $(1-2\alpha H+\alpha 2)^{-\frac{1}{2}}$  nach den Potenzen von  $\alpha$ . 1849. A. SEEBECK, Ueber die Querschwingungen elastischer Stäbe. 1849. C. F. NAUMANN, Ueber die cyclocentrische Conchospirale u. über das Windungsgesetz v. Planorbis Corneus. 1849. 1 .M. W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen (Widerstandsmessungen). 2. Abdruck. 1863. F. REICH, Neue Versuche mit der Drehwaage. 1852. 2 M. 1 # 60 9. M. W. DROBISCH, Zusätze zum Florentiner Problem. Mit 1 Tafel. 1852. 2 .4. W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen (Diamagnetismus). Mit 1 Tafel. 2. Abdruck. 1867. ZWEITER BAND. (IV. Bd.) Mit 19 Tafeln. hoch 4. 1855. brosch. Preis 20 M. M. W. DROBISCH, Ueber musikalische Tonbestimmung und Temperatur. Mit 1 Tafel. 1852. 3 .11. W. HOFMEISTER, Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. I. Mit 18 Tafeln. 1852. P. A. HANSEN, Entwickelung des Products einer Potenz des Radius Vectors mit dem Sinus oder Cosinus eines Viel. fachen der wahren Anomalie in Reihen, die nach den Sinussen oder Cosinussen der Vielfachen der wahren, excentrischen oder mittleren Anomalie fortschreiten. 1853. - Entwickelung der negativen und ungraden Potenzen der Quadratwurzel der Function  $r^2 + r'^2 - 2rr'$  (cos U cos U  $+\sin U\sin U\cos J$ ). 1854. O. SCHLÖMILCH, Ueber die Bestimmung der Massen und der Trägheitsmomente symmetrischer Rotationskörper von ungleichförmiger Dichtigkeit. 1854. - Ueber einige allgemeine Reihenentwickelungen u. deren Anwend. auf die ellipt. Functionen. 1854. 1 M 60 R. P. A. HANSEN, Die Theorie des Aequatoreals. 1855. C. F. NAUMANN, Ueber die Rationalität der Tangenten-Verhältnisse tautozonaler Krystallflächen. 1855. 2 # 40 9. 1 11. A. F. MÖBIUS, Die Theorie der Kreisverwandtschaft in rein geometrischer Darstellung. 1855. 2 .4. DRITTER BAND. (V. Bd.) Mit 15 Tafeln. hoch 4. 1857. brosch. Preis 19 M 20 3%. M. W. DROBISCH, Nachträge zur Theorie der musik. Tonverhältnisse. 1855. 1 # 20 9. P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Erste Abhandlung. 1856. R. KOHLRAUSCH und W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass. Zweiter Abdruck. 1889. 2 1 40 9. H. D'ARREST, Resultate aus Beobachtungen der Nebelflecken und Sternhaufen. Erste Reihe. 1856. W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Erste Abhandlung: Ueber die Messung der atmosphärischen Elektricităt nach absolutem Maasse. Mit 2 Tafeln. 1856. 6 M. W. HOFMEISTER, Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. II. Mit 13 Tafeln. 1857. 4 1. VIERTER BAND. (VI. Bd.) Mit 29 Tafeln. hoch 4. 1859. brosch. Preis 22 M 50 92. P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Zweite Abhandlung. 1857. W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Zweite Abhandlung: Ueber die thermo-elektrischen Eigenschaften des Boracites. 1857. Elektr. Untersuch. Dritte Abhandl.: Ueber Elektricitätserregung zwischen Metallen u. erhitzten Salzen. 1858.1 . # 60 37. P. A. HANSEN, Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen. Mit 2 Tafeln. 1858. G. T. FECHNER, Ueber ein wichtiges psychophysisches Grundgesetz und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrössen. 1858. W. HOFMEISTER, Neue Beiträge zur Kenntniss der Embryobildung der Phanerogamen. I. Dikotyledonen mit ursprünglich einzelligem, nur durch Zellentheilung wachsendem Endosperm. Mit 27 Tafeln. 1859. FUNFTER BAND. (VII. Bd.) Mit 30 Tafeln. hoch 4. 1861. brosch. Preis 24 M. W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Vierte Abhandlung: Ueber das Verhalten der Weingeistflamme in elektrischer Beziehung. 1859. P. A. HANSEN, Auseinandersetzung einer zweckmässigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. Dritte Abhandlung. 1859. 7 M 20 9. G. T. FECHNER, Ueber einige Verhältnisse des binocularen Sehens. 1860. 5 # 60 9. G. METTENIUS, Zwei Abhandlungen: I. Beiträge zur Anatomie der Cycadeen. Mit 5 Tafeln. II. Ueber Seitenknospen bei Farnen. 1860. W. HOFMEISTER, Neue Beiträge zur Kenntniss der Embryobildung der Phanerogamen. II. Monokotyledonen. Mit 25 Tafeln. 1861. 8 M. SECHSTER BAND. (IX. Bd.) Mit 10 Tafeln. hoch 4. 1864. brosch. Preis 19 M 20 92. W. G. HANKEL, Elektr. Untersuchungen. 5. Abhandl.: Maassbestimmungen d. elektromotor. Kräfte. 1. Th. 1861. 1 .# 60 3. - Messungen über die Absorption der chemischen Strahlen des Sonnenlichtes. 1862. P. A. HANSEN, Darlegung der theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. Erste Abhandlung. 1862. G. METTENIUS, Ueber den Bau von Angiopteris. Mit 10 Tafeln. 1863. 4 # 40 9. W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über elektrische Schwingungen. 1864. 3 .4. SIEBENTER BAND. (XI. Bd.) Mit 5 Tafeln. hoch 4. 1865. brosch. 17 M. P. A. HANSEN, Darlegung der theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. Zweite Abhandlung. 1864. 9 .1. G. METTENIUS, Ueber die Hymenophyllaceae. Mit 5 Tafeln. 1864. 3 M 60 M. P. A. HANSEN, Relationen einestheils zwischen Summen und Differenzen und anderntheils zwischen Integralen und Differentialen. 1865. W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Sechste Abhandlung: Maassbestimmungen der elektromotorischen Kräfte. Zweiter Theil. 1865. 2 M 80 9. reis 24 M. ACHTER BAND. (XIII. Bd.) Mit 3 Tafeln. hoch 4. 1868. brosch. P. A. HANSEN, Geodatische Untersuchungen. 1865. 5 # 60 9. - Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen den Sternwarten zu Gotha und Leipzig, unter seiner Mitwirkung ausgeführt von Dr. Auwers und Prof. Bruhns im April des Jahres 1865. Mit 1 Figurentafel. 1866. 2 # 80 9. W. G. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. Siebente Abhandlung: Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Bergkrystalles. Mit 2 Tafeln. 1866. 2 # 40 9. P. A. HANSEN, Tafeln der Egeria mit Zugrundelegung der in den Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig veröffentlichten Störungen dieses Planeten berechnet und mit einleitenden Aufsätzen versehen. 1867. 6 # 80 %. - Von der Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen und in ihrer Anwendung auf die Geodäsie. 1867. 6 M. NEUNTER BAND. (XIV. Bd.) Mit 6 Tafeln. hoch 4. 1871. brosch. Preis 18 M. P. A. HANSEN, Fortgesetzte geodätische Untersuchungen, bestehend in zehn Supplementen zur Abhandlung von der Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen und in ihrer Anwendung auf die Geodäsie. 1868. - Entwickelung eines neuen veränderten Verfahrens zur Ausgleichung eines Dreiecksnetzes mit besonderer Betrachtung des Falles, in welchem gewisse Winkel vorausbestimmte Werthe bekommen sollen. 1869. - Supplement zu der geodätische Untersuchungen benannten Abhandlung, die Reduction der Winkel eines sphäroidischen Dreiecks betr. 1869. 2 .4.
- \*) Die eingeklammerten romischen Ziffern geben die Zahl des Bandes in der Reihenfolge der Abhandlungen beider Classen an.





#### DIE

### BEOBACHTUNG DER MONDFINSTERNISSE

VON

#### JOHANNES HARTMANN.

Des XXIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Das Manufentipe eingeliefert kenfd August 1896.

Der Abdruck vollendet am 8. October 1896.

Nº V

MIT 4 TEXTFIGUREN.

LEIPZIG
BEI S. HIRZEL
1896.



MATHEMATISCH MARISCHE CLASS

Das Manuscript eingeliefert am 1. August 1896. Der Abdruck vollendet am 8. October 1896.

Bandes der Abhandlangen der mathematisch-physischen Classe

HUFMEITZER, None Beltrage und Rosninies Ser Embyechtienen der Phanestrone. In Montebeliebe Ed.) Mit 10 Tafele. - hoch 4. 1864. brosch. Preis 39 Jf 28 W. O. HANKEL. Richts Universitätigen a. Alband. Market Kallander Lander. Reads. Market Richt And Lander and La

To A. MANGER. Designing der theoretischen Berechtung der in den Mondialein augemandten Marcagon. METTERIUS, Ueber den Ban von Angrapusta. MR In Tabila. 1981. No WESTER, Problem Springericke Bancolestrymonagen, fortheconders wher stabilishe Solvens

awater, whole replan

TO RAILED BELLEVILLE OF THE PARTY OF THE PAR Writingschaften in Ampele worldigtlichten mitrangen Gleber Phareton bestehten

F. A. MANSEN, Successions quotistade Untersuchunge 3484 and in table lorg the False. In relations devices Windal Young Ledy walls To the Real Printers and the 1962.

revisionists in abstract Ciliera grass the land, day Purker by Lie Schooling der Athendisagen Acides

L SMWK

#### Inhalt.

1.	Einleitung
	I. Übersicht der Beobachtungsmethoden.
2.	Vollständige Ortsbestimmung von Schattenpunkten
3.	Messungen zur Bestimmung der Schattenabplattung
4.	Photographische Aufnahmen
5.	Photometrische Messungen
	II. Ableitung der Formeln.
6.	Allgemeine Formeln für die parallaktische Libration
	Sehnen- und Projectionsmethode
	Tangentenmethode, Sichelbreiten
	Positionswinkel der Sehne
	Photographische Aufnahmen
	III. Berechnung der vorhandenen Messungen.
1.	Genauigkeit der Contactbeobachtungen
	Sichelbreiten, gemessen am Fadenmikrometer
	Heliometer-Sichelbreiten
	Heliometer-Sehnen
	Positionswinkel
	Photographische Aufnahmen
	Schluss

## Jiedal.

873 ·																		izī	-1
													ď						
															aid				
					al														
											date			p the tal che		us us qu			.8 .0
6-1-6																			
689																			
186			ı														ao		
262						*													



#### In einer frühreren Arbeit DIE

## BEOBACHTUNG DER MONDFINSTERNISSE

Punkten des Mondrandes resp. der Mondoberflache mit dem Schatten-

## JOHANNES HARTMANN.

rande bezogen. Der Verfasser darf hoffen, durch diese Arbeit das

MIT VIER TEXTFIGUREN.

E. S. Gesellsch. der Wissensch., mathe-phys. Classe B4 XVII pag. 355, soil im

des Verfassers, als die vorliegende Arbeit baraite der K. S. Gesellsch. für Wissensch.

Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

26



DIE

## BEOBACHTUNG DER MONDFINSTERNISSE

VON

JOHANNES HARTMANN.

MIT VIER TEXTIGUREN

Abbandt, d. E. G. Gegellach, d. Wissensch. XI



32

ters night selten um mehr als 20 nan obigen Durchschnitten erthe abweichen as konnte durch verrchiedenartige Gewichtsvertheilung

gegennoffice Articolegi, Ableitung of des Endresultates (L. pag., 538)

fasser am richtigsten zu sein, einernebiew blokking 20's Fille'y

Gewicht derienden. Dies sie die son ensten Deriend their dieses die als Schlusswerth angenommene Zahl V = 48,62 war direct

seit 1841 von einer grossen Anzahl von Beobachtern erhalten wurden

Da die einzelnen Beobachtungen je nach der Auffassung des Beobach-

das Endresultat um erhebliche Beträge verschoben werden. Ilm die In einer früheren Arbeit¹) hatte sich der Verfasser die Aufgabe gestellt, für die Vorausberechnung der Mondfinsternisse einen möglichst plausibelen Werth der sogenannten Vergrösserung des Erdschattens, d. h. des Unterschiedes zwischen dem beobachteten und dem berechneten Halbmesser des Kernschattens zu ermitteln. Zu diesem Zwecke wurden etwa 3400 Contactbeobachtungen berechnet, also Beobachtungen, welche sich auf die Zeit der Berührung von Punkten des Mondrandes resp. der Mondoberfläche mit dem Schattenrande bezogen. Der Verfasser darf hoffen, durch diese Arbeit das bisherige Beobachtungsmaterial in der Hauptsache erledigt zu haben, und es tritt nunmehr die Frage auf, ob es sich lohnt, die seit Alters her übliche Beobachtung der Kraterbedeckungen in der gleichen Weise fortzusetzen, oder ob vielleicht durch schärfere Messmethoden dieser Erscheinung neue Gesichtspunkte abzugewinnen sind. Es sollen daher auf den folgenden Seiten einige neue und inzwischen praktisch erprobte Arten der Beobachtung von Mondfinsternissen besprochen werden. Zuvor jedoch sei es mir noch gestattet auf einige Bemerkungen näher einzugehen, welche von angesehener Seite<sup>2</sup>)

anderen Grunde eine systematische Vergrösserung von V, auf. Seit

LESMWK

<sup>1)</sup> Die Vergrösserung des Erdschattens bei Mondfinsternissen, Abhandl. der K. S. Gesellsch. der Wissensch., math.-phys. Classe Bd. XVII pag. 365, soll im Folgenden kurz mit I citirt werden.

<sup>2)</sup> H. Seeliger, Recension in der Vierteljahrsschr. d. A. G. XXVII pag. 186, und H. Seeliger, Die scheinbare Vergrösserung des Erdschattens bei Mondfinsternissen (Abh. d. k. bayer. Akad. d. Wiss. II. Cl. XIX. Bd. II. Abth.). Die letztgenannte Abhandlung, die mit S<sub>2</sub> citirt werden soll, gelangte erst in die Hände des Verfassers, als die vorliegende Arbeit bereits der K. S. Gesellsch. der Wissensch. zum Druck vorgelegt war. Die interessanten Ergebnisse derselben konnten daher nur noch in einigen kurzen Fussnoten Berücksichtigung finden.

gegen die Art der Ableitung des Endresultates (I, pag. 538)  $V=48\rlap.{''}62\,rac{\pi}{\pi_0}$  gemacht wurden.

Die als Schlusswerth angenommene Zahl  $V=48\rlap.{''}62$  war direct das arithmetische Mittel aus 2920 einzelnen Beobachtungen, welche seit 4841 von einer grossen Anzahl von Beobachtern erhalten wurden. Da die einzelnen Beobachtungen je nach der Auffassung des Beobachters nicht selten um mehr als 20 $\rlap.{''}$  von obigem Durchschnittswerthe abweichen, so konnte durch verschiedenartige Gewichtsvertheilung das Endresultat um erhebliche Beträge verschoben werden. Um die Grenzen dieser bleibenden Unsicherheit zu ermitteln, wurden damals noch andere Mittelwerthe von V berechnet und es konnte allerdings befremdlich erscheinen, dass gerade der kleinste aller dieser Werthe als definitives Resultat angenommen wurde. Da der Gedankengang, welcher zu dieser Annahme führte, damals nicht genügend gekennzeichnet wurde, so soll dieses Versäumniss hier nachgeholt werden.

Zur Bildung des obigen, früher mit  $V_4$  bezeichneten Werthes V = 48.62 erhielt wie gesagt jede Beobachtung das gleiche Gewicht, in V<sub>5</sub> dagegen wurde jedem Beobachter das Gewicht 1 gegeben. Es liegt nun in der Natur dieser Beobachtungen, dass die geübteren Beobachter auch grössere Reihen von Beobachtungen lieferten. Diese Reihen von 50 und mehr guten Beobachtungen erhielten nun in V, dasselbe Gewicht, wie etwa eine einzelne Beobachtung, die vielleicht von einem ganz ungeübten Beobachter beigebracht wurde. Wenn nun auch diese Gewichtsvertheilung in V, offenbar zu verwerfen ist, so hätte immerhin  $V_5$  bei einem umfangreichen Beobachtungsmaterial noch zufällig mit dem gesuchten richtigen Mittelwerthe übereinstimmen können — aber es trat aus einem anderen Grunde eine systematische Vergrösserung von V, auf. Seit der Einführung ausreichender Beobachtungshülfsmittel zeigte es sich nämlich deutlich, dass geübtere Beobachter den Schatten stets kleiner messen, als ungeübte. Hiernach wird der Mittelwerth um so grösser werden, je grösseres Gewicht man den ungeübten Beobachtern giebt. Da es nun für die Vorausberechnung der Finsternisse erwünscht sein musste, einen Mittelwerth aus möglichst vielen Beobachtern zu haben, so wurden die minderwerthigen Reihen neben den besseren nicht ausgeschlossen, andererseits durften sie aber auch nicht vor diesen bevorzugt werden. Aus diesem Grunde schien es dem Verfasser am richtigsten zu sein, einer jeden Beobachtung das gleiche Gewicht beizulegen. Dass ein aus den ersten zwei Decennien dieses Jahrhunderts berechneter Werth, welcher aus gleichem Grunde zu gross ausfallen musste, für die Vorausberechnung künftiger Finsternisse keine Bedeutung haben konnte, dürfte nach dem Gesagten ebenfalls einleuchten.

Da es mir wichtig erscheint, alle Bedenken zu beseitigen, so soll noch auf zwei Punkte hingewiesen werden, welche für die Richtigkeit eines zwischen 48" und 49" liegenden Werthes von V sprechen. An der oben erwähnten Stelle leitet Herr Seeliger durch vollkommen andere Ueberlegungen aus dem ganzen Beobachtungsmaterial einen Mittelwerth 50".6 ab, während er für die Ein- und Austritte des Mondrandes allein 46".1 findet. Wenn auch diese beiden Zahlen nicht unabhängig von einander sind und sehr verschiedenes Gewicht haben, so kann man doch sagen, dass beide durch den von uns angenommenen Werth von V gleich gut dargestellt werden. Und in der That ist auch das besagte V, durchaus nicht der kleinste Mittelwerth, der aus den vorliegenden Beobachtungen abgeleitet werden kann. Denn wollte man, wie in V, die weniger guten Beobachter, so einmal umgekehrt die besten einseitig bevorzugen, so käme man auf weit kleinere Zahlen. Der bei weitem beste Beobachter ist Schmidt, der allein ziemlich den dritten Theil aller Beobachtungen geliefert hat (948 von 2920) und dessen Beobachtungen immer ausserordentlich gut übereinstimmen. Nächst diesem dürfte Madler die grösste Uebung besessen haben, obwohl er zu den hier benutzten Finsternissen nur 130 Beobachtungen beisteuert. Wie schon (I pag. 541) angegeben wurde, ist nun das Mittel

aus Schmidt's 948 Beobachtungen  $V=46\rlap.^{''}44$  und ebenso aus Mädler's 130 Beobachtungen  $V=45\rlap.^{''}79$  und das Mittel aus beiden  $V_6=46\rlap.^{''}36$ .

Reducirt man dagegen die Zahlen auf mittlere Mondparallaxe  $\pi_{_0}$ , so ergeben

Schmidt  $V^{\circ}=45^{\circ}\!\!.59$ Mädler  $V^{\circ}=46.16$ 

beide im Mittel  $V_6^{\,0}=45.66$ .

den Wertlies von T

Man sieht an diesen Zahlen, wie ausgezeichnet die Resultate von geübten Beobachtern übereinstimmen, ein Punkt, auf den wir später noch zurückzukommen haben. Für den allgemeinen Gebrauch dürften jedoch diese Werthe eben so wenig, wie die das andere Extrem darstellenden  $V_5$  zu empfehlen sein, denn  $V_5$  und  $V_6$  werden etwa die äussersten Werthe sein, die man selbst bei gewaltsamer Behandlung der Beobachtungen nur erreichen kann. Innerhalb dieses Bereiches liegen aber die Werthe von  $V_4$  an sehr passender Stelle, wie aus dieser Zusammenstellung folgt:

V.	46".36	V <sub>6</sub>	45.66
V,	49.50	V.	48.62
V <sub>5</sub>	50.53	$V_5^0$	49.67.

Hiernach dürfte gegen die Werthe von V4 nichts mehr einzuwenden sein; man hätte also zu setzen entweder

$$V = 49\rlap.{''}50 = {
m const.}$$
 oder  $V = 48\rlap.{''}62\,rac{\pi}{\pi_0}$ 

Wenn der Verfasser in der früheren Arbeit die letztere Form auch für zuverlässiger hielt, so hat er doch diese Frage, wie ja schon aus der Berechnung beider Mittelwerthe folgt, offen lassen wollen, da V jedenfalls in viel complicirterer Weise von Sonnen- und Mondparallaxe und wohl auch von der Sonnendeclination abhängig ist, sodass man einstweilen V = const. für ebenso richtig ansehen darf. Das bisherige Beobachtungsmaterial liefert keinerlei Anhaltspunkte zur Entscheidung dieser Frage, deren spätere theoretische Lösung jedoch nicht ausgeschlossen ist1). Für die praktische Rechnung hat man durch Verwendung des »Vergrösserungsfactors« endlich einen dritten Weg eingeschlagen, für dessen Berechtigung sich jedoch noch weniger sagen lässt.

ams Sammar's 948 Boobseblungen. 1) In S<sub>2</sub> sind alle Mittel zur Beantwortung dieser Frage vorbereitet. Es wird hauptsächlich noch nöthig sein, für die Abhängigkeit der physiologischen Schattengrenze von der Lichtvertheilung in abschattirten Flächen durch das von Herrn Seeliger angewandte sinnreiche Verfahren entweder bestimmte Gesetze, oder doch wenigstens empirische Zahlen zu ermitteln. Herr Seeliger konnte leider auch nur den Schluss ziehen (pag. 58): »Es unterliegt aber kaum einem Zweifel, dass dieser Einfluss (der Mondparallaxe) nicht sehr bemerkbar sein wird und es wird jedenfalls gerechtfertigt sein, auf die Einwirkung der Veränderung der Mondparallaxe zunächst keine Rücksicht zu nehmen.«

## I. Uebersicht der Beobachtungsmethoden.

any wenden lassen an Disartusfahrung diesen Mesamgen wurden so derb

Im Folgenden soll nun zunächst eine Uebersicht gegeben werden über die wichtigsten Methoden, die bei der Beobachtung der Mondfinsternisse in Anwendung kommen können. Wir unterscheiden:

- 1) die schon früher erledigten Contactbeobachtungen,
- 2) directe Messungen zur Bestimmung der Dimensionen des Schattens,
- 3) photographische Aufnahmen und
- 4) photometrische Messungen.

Die Messungen unter 2) lassen sich in zwei Gruppen theilen, die eine durchaus verschiedene Behandlung erfordern, nämlich

- a) vollständige Ortsbestimmungen von Punkten des Schattenrandes und
- b) Bestimmungen einer Beziehung zwischen zwei solchen Punkten.

Die zunächst zur Gruppe a) gehörigen absoluten Ortsbestimmungen am Altazimuth oder Aequatorial werden praktisch wohl nie angewendet werden, da dieselben gegenüber der Erschwerung der Berechnung kaum irgend welche Vortheile bieten. Der einzige Vorzug dieser Messungen wäre die theilweise Elimination des Mondortes, die jedoch bei dem gegenwärtigen Stande der Mondephemeriden wenig zu bedeuten hat. Bei der Reduction derartiger Messungen hätte man mittelst des Mondortes erst die Entfernung des beobachteten Punktes vom Beobachter zu bestimmen und erhielte dann direct die räumlichen Coordinaten des betreffenden Punktes der Schattenfläche. Die Menge der zu erzielenden Einstellungen würde, namentlich wenn zur Ablesung der Kreise Hülfskräfte zur Verfügung stehen, bei diesen Methoden eine ziemlich grosse sein, ein Umstand, der dieselben immerhin nicht ganz ohne Bedeutung erscheinen lässt.

Den wichtigeren Theil der Gruppe a) bilden die Messungen relativer Coordinaten gegen den Mittelpunkt (resp. bei der praktischen Ausführung den Rand) der Mondscheibe. Die Bestimmung der Rectascensions- und Declinationsdifferenzen am Refractor besitzt den grossen Vorzug, dass sie den Ort beliebiger Punkte der Schattengrenze



die Hörnerspitzen oder den mitten zwischen ihnen liegenden Punkt anwenden lassen. Die Ausführung dieser Messungen würde so erfolgen, dass man die zu beobachtende Gegend auf den Declinationsfaden bringt und dann das Fernrohr festklemmt. Der Schnittpunkt der Schattengrenze mit dem Declinationsfaden bewegt sich nun längs der letzteren hin, wobei allerdings auch langsam andere Punkte des Schattens auf den Faden kommen, was jedoch ohne Bedeutung ist. Sobald der Schnittpunkt den Rectascensionsfaden passirt, giebt man das Signal. Ausserdem muss man noch mindestens zwei Mondränder zu beobachten suchen, was bei manchen Phasen allerdings auf Schwierigkeiten stossen kann.

Ist der beobachtete Punkt eine Hörnerspitze, so genügt es, nur eine Coordinate zu beobachten, wodurch das Verfahren wesentlich einfacher wird. So könnte man z. B., während das Fernrohr durch das Uhrwerk bewegt wird, abwechselnd mit der Mikrometerschraube eine Hörnerspitze und den Mondrand (tangential) einstellen, sei es in der Richtung des Stundenkreises oder in irgend einem anderen abgelesenen Positionswinkel. Unterscheidet sich die Einstellung auf die Spitze von der (durch Interpolation erhaltenen) gleichzeitigen Einstellung des Mondrandes um den Bogen D, so ist h-D die Projection des Mondhalbmessers h auf die am Positionskreis abgelesene Richtung. Man findet also durch diese Messungen direct den Positionswinkel des nach der Hörnerspitze gehenden Mondhalbmessers. Auch dieses Verfahren erlaubt bei seiner grossen Einfachheit ein sehr rasches Arbeiten und ausserdem ist die Reduction die denkbar einfachste, wie wir weiter unten noch sehen werden. Voraussetzung dieser Messungen in beliebigem Positionswinkel ist ein während weniger Minuten gleichmässig gehendes Uhrwerk. Kann man sich auf letzteres nicht verlassen, so kann man mit der Schraube nur Declinationsdifferenzen messen oder bei feststehendem Instrumente die Rectascensionen registriren.

Die eben besprochene Methode bildet, wie man sieht, schon den Uebergang zu Anschlüssen in Positionswinkel und Distanz. Verweilen wir zunächst noch bei dem speciellen Falle der Hörnerspitzen, so würde, da die Distanz immer gleich dem Mondradius ist, nur der Positionswinkel zu messen sein. Direct diese Messung auszuführen

ist nicht möglich, man müsste denn versuchen, etwa die Richtung der Tangente an den Mondrand bei der Schattenspitze zu bestimmen, doch dürfte das wohl sehr ungenau sein. Indessen lässt sich, wie wir soeben sahen, der Positionswinkel der Hörnerspitze sehr gut indirect messen. Ein dieses Ziel verfolgendes und speciell für den Gebrauch des Heliometers berechnetes Verfahren wurde schon im Jahre 1888 (A. N. 2831) von Herrn Bruns in Vorschlag gebracht. Dasselbe besteht in der Messung der Länge einer in beliebiger, aber bekannter Richtung von der Spitze aus nach dem hellen Mondrande gezogenen Sehne. Während bei der obigen Projectionsmethode der Cosinus des Winkels gemessen wurde, den man zum abgelesenen Positionswinkel hinzuzulegen hat, wird bei der letztgenannten Sehnenmethode der Sinus des gleichen Winkels gemessen. Am Fadenmikrometer wurde die Messung der Sehnen auf Schwierigkeiten stossen, da sich beide Endpunkte in rascher Bewegung befinden, am Heliometer hat man jedoch nur nöthig, die Hörnerspitze mit dem hellen Mondrande in Berührung zu bringen. Zur Erprobung dieses Verfahrens, welches gleichfalls eine reiche Ausbeute liefert, wurden am Leipziger Heliometer zahlreiche Messungen ausgeführt, deren Berechnung weiter unten folgt.

Die Polarcoordinaten beliebiger Punkte des Schattenrandes gegen den Mondmittelpunkt zu messen ist wieder nicht möglich, da der letztere nicht ohne Weiteres einstellbar ist. Wollte man an seiner Stelle etwa die Coordinaten gegen einen kleinen nahe der Mitte liegenden Krater messen, so müsste man die Librationsrechnung in Kauf nehmen, ohne dabei einen wesentlichen Vortheil zu haben. Dagegen ist die folgende Form der Polarcoordinatenmessung sehr brauchbar. Bei bewegtem Fernrohr stellt man den Mikrometerfaden tangential an einen beliebigen Punkt der Schattencurve, dann ebenso an den Mondrand und wiederholt diese Einstellung abwechselnd einige Mal. Sodann dreht man im Positionswinkel um ein beliebiges Stück und verfährt mit dem alsdann an den Faden kommenden Schattenpunkte ebenso. Man kann auf diese Art alle Punkte der Schattengrenze mit gleicher Schärfe einmessen, wobei die stets tangentiale Richtung des Fadens die grösste Gleichmässigkeit und Genauigkeit der Beobachtungen verbürgt. Ausserdem gehen diese Messungen so rasch vor sich, dass diese Methode, sobald die Grösse

des Gesichtsfeldes und des Mikrometers ihre Anwendung erlaubt, allen anderen bei Weitem vorzuziehen ist. Wurde die Messung im Positionswinkel p ausgeführt und ist  $p_c$  der Positionswinkel und c die Länge der Centralen Mondmittelpunkt-Schattenmittelpunkt, so ist, abgesehen von kleinen Correctionen, die Länge des Schattenhalbmessers  $\omega'$  an der beobachteten Stelle

$$\omega'=c\cos{(p_c-p)}+h-D$$
 .

Bisher wurde diese Tangentenmethode nur in dem speciellen Falle angewendet, wo der Winkel  $p_c - p$  sehr klein ist, sodass dann die grösste Breite der hellen Mondsichel gemessen wird. Es ist dies die einzige Methode, die schon seit langer Zeit bekannt ist, sodass sich vereinzelte Messungen von Sichelbreiten schon im Anfange dieses Jahrhunderts vorfinden. Eine Reihe von 10 derartigen Messungen führte Mädler bei der sehr kleinen Finsterniss 10. Juni 1835 aus und von Schmidt liegen 20 Messungen vom 22. Mai 1872 vor, doch haben beide Beobachter nur nach Augenmaass die Schraube möglichst in die Richtung der Pfeilhöhe gebracht und den Positionswinkel der Messung nicht bestimmt. Wie sich weiter unten zeigen wird, kann aber bei dieser Schätzung leicht ein Fehler von 20° und mehr eintreten, sodass die Resultate dieser beiden Reihen nicht ganz einwurfsfrei sind. In strenger Weise wurde das Verfahren zuerst am Leipziger Heliometer in Anwendung gebracht, jedoch ist zu beachten, dass nur, wenn der Winkel  $p_c - p$  nahezu Null ist, am Heliometer wirkliche Sichelbreiten gemessen werden; ist er grösser, so erhält man nicht wie beim Fadenmikrometer den Abstand paralleler Tangenten, sondern es tritt eine kleine Complication der Rechnung ein.

gential and einend beliebigen Punkt der Schälteneure, "dann ebenso" anzuden die einend nicht wiederlicht diese Einstellung habwechselndus

Die Messungen der Gruppe b) wird man nur zur Anwendung bringen, wenn man sich besondere Vortheile von denselben versprechen darf. So wäre es z. B. ganz sinnlos, am Refractor die beiden Hörnerspitzen wie zwei Sterne aneinander anzuschliessen. Denn da die Einstellungen bis zu 2 Minuten auseinander liegen können, so würden erst lange Reductionen wegen der Bewegung von Mond und Schatten nöthig sein. Für den Beobachter schwieriger, doch

für die Rechnung schon bequemer wäre die Messung der Länge und des Positionswinkels der Sehne zwischen den beiden Spitzen. Diese Methode kann ganz brauchbar werden, sobald bei centraler Bedeckung die Sehne sehr kurz geworden ist. Alsdann ändert sich der Positionswinkel nur sehr langsam, während die Sehne schnell veränderlich ist und eine scharfe Bestimmung von  $\omega'$  ergiebt. Doch dürfte in diesem Falle die Tangenten-(Sichelbreiten-)messung immer noch mehr zu empfehlen sein.

Von grösserer Bedeutung ist eine andere hierher gehörige Methode, die einzige, welche die Willkür in der Schätzung der Schattengrenze ziemlich unschädlich zu machen gestattet. Ist man sich nämlich einmal darüber klar geworden, dass der geschätzte Schattenradius keine geometrisch, ja nicht einmal eine rein physiologisch bestimmte Grösse ist, da ihn ja jeder Beobachter je nach seiner Absicht grösser und kleiner messen kann, so kann man aus allen diesen Messungen nur zwei Resultate ableiten. Erstens kann man einen möglichst allgemein brauchbaren Mittelwerth des beobachteten Halbmessers ω', resp. der Grösse V zu bestimmen suchen. Sobald dieser aber einmal festgestellt ist, wurde eine weitere Fortsetzung der Beobachtungen keinen Zweck haben, wenn man nicht hoffen dürfte, eine zweite Frage, nämlich die nach der Form des Schattenquerschnittes, dadurch zu beantworten. Der Verfasser ist stets weit davon entfernt gewesen, anzunehmen, dass die beobachtete Vergrösserung des Erdschattens direct ihre Ursache im Schatten der Atmosphäre haben müsse. Der bei Weitem grösste Theil der Erscheinung würde auch zu beobachten sein, wenn die Erdatmosphäre nicht vorhanden wäre, denn erst in einiger Entfernung vom geometrischen Schattenrande fällt auf die Mondoberfläche eine für den Beobachter wahrnehmbare Menge Sonnenlichtes. Dagegen kann aber auch durchaus nicht bezweifelt werden, dass die Atmosphäre das Aussehen des Schattenrandes in merklicher Weise beeinflusst. Diejenigen Sonnenstrahlen, welche ohne Atmosphäre den geometrischen Schattenrand bilden würden, werden durch die Refraction um mehr als einen Grad von ihrem Wege abgelenkt, die höher liegenden nach und nach weniger, doch ist die Menge des auf diese Art in das Innere des Kernschattens gelangenden Lichtes ausreichend, um während einer totalen Finsterniss den Mond in hellrothem Lichte leuchten zu lassen.



Weggenommen wurde nun dieses Licht aus der Gegend des Schattenrandes, sodass also ohne Zweifel dort eine Verminderung des Lichtes eintritt. Ob jedoch die psychophysische Schattengrenze hierdurch weiter nach aussen rückt, das lässt sich vorläufig nicht sagen¹). Auch das verschiedene Aussehen des total verfinsterten Mondes, der zuweilen in heller Kupferfarbe leuchtet, während er zu anderen Zeiten fast ganz verschwunden ist, sowie die Schwankungen in der Schärfe des Schattenrandes beweisen, dass Veränderungen in der Beschaffenheit der Atmosphäre sehr gut in den Schattenphänomenen, hauptsächlich wohl im Inneren des Kernschattens wahrgenommen werden können.

Ueberlegungen dieser Art berechtigen uns zu der Hoffnung, durch die Beobachtung der Mondfinsternisse etwas über den äusseren Anblick unserer Atmosphäre zu ermitteln. Denn der Mond dient uns bei diesen Erscheinungen gleichsam als ein Spiegel, in welchem wir den Rand der Erde von aussen her betrachten können; nur will die Beobachtung mittelst dieses Spiegels erst gelernt sein. Die Frage nach der Grösse des scheinbaren Schattens dürfen wir für erledigt halten und unsere weiteren Untersuchungen werden sich demnach hauptsächlich auf die Form desselben und die Lichtvertheilung in seinem Inneren erstrecken. Theoretisch ergiebt sich für den Querschnitt des Kernschattens in der Gegend des Mondes eine Ellipse, deren Axen in bestimmter Weise von den Erdaxen und der Sonnendeclination abhängen. Es tritt daher zunächst die Frage auf, ob sich aus den Beobachtungen die gleiche Form der Schattenellipse ergiebt. Da zu jedem ω der Winkel χ, den dasselbe mit der kleinen Axe der Schattenellipse bildet, berechnet werden kann, so hätte man nur durch die Endpunkte aller dieser Radien die wahrscheinlichste Ellipse zu legen. Jedoch zeigte es sich schon bei der Berechnung der Kraterantritte, dass die Grösse des Schattens von demselben Beobachter in den verschiedenen Phasen einer Finsterniss ganz verschieden geschätzt wird. Den gleichen Fehlerquellen unterliegen aber auch alle genannten

bilden wurden, werden durch die Refraction um mehr als einen find



<sup>4)</sup> Herr Seeliger fand durch seine Versuche mit rotirenden Scheiben für den wirklichen Erdschatten eine Vergrösserung von V=54.0, während sich für den idealen, ohne Atmosphäre gerechneten Schatten V=44.7 ergab, sodass also in der That etwa  $\frac{1}{8}$  der ganzen Vergrösserung erst durch unsere Atmosphäre entsteht.

mikrometrischen Messungen. Denn sowohl die nach und nach eintretende Ermüdung des Auges als auch die in den einzelnen Stadien der Finsterniss stark variirende Helligkeit des Gesichtsfeldes wird die Schattengrenze physiologisch verschieben, sodass man nicht ohne Weiteres die im Verlaufe einer Finsterniss gemessenen ω' mit einander vergleichen kann. Neben den photographischen Aufnahmen, die ja diesen persönlichen Fehler ganz ausschliessen, ist daher zur Messung der Excentricität der Schattenellipse die folgende Methode zu empfehlen, welche unter geeigneten Umständen angewandt aus einer Einstellung direct die Abplattung der Ellipse ergiebt. Man beobachte nämlich nur den Positionswinkel der Sehne zwischen den beiden Hörnerspitzen, indem man bei schwacher Vergrösserung den Faden in die Richtung ihrer Verbindungslinie bringt und darauf achtet, dass derselbe auf beiden Seiten durch gleich helle Punkte geht. Der alsdann abgelesene Positionswinkel steht in einfacher Beziehung zur Abplattung der Schattenellipse. Erwähnt muss hier jedoch werden, dass diese Messungen nur dann Aussicht auf Erfolg haben, wenn die Sehne etwa 45° gegen die Axen der Ellipse geneigt ist; wird sie einer der Axen parallel, so ist ihre Richtung unabhängig von der und hat sich ausgezeichnet bewährt, ... Auf einer SpiegolglasgnuttalqdA

man ein Millimetergitter aus schwarzen Linien ber und legt dasselbe

Die photographischen Aufnahmen der Mondfinsternisse sind ohne Zweifel berufen, für die nächste Zeit das wichtigste, wenn nicht das allein brauchbare Material für die weitere Untersuchung der Form des Schattens zu liefern. Das photographische Verfahren ist einer so vielseitigen Anwendung fähig, dass es alle anderen Methoden in sich schliesst und besitzt dabei noch den unschätzbaren Vorzug, vom grössten Theile der systematischen Fehler anderer Messungen frei zu sein. Denn da man annehmen darf, dass gleich helle Punkte der Mondoberfläche auch die Platte gleichstark schwärzen, so werden die Curven gleicher Helligkeit auf der Schicht denen auf der Mondscheibe geometrisch ähnlich sein. Unter Helligkeit ist hier natürlich nur die Intensität derjenigen Strahlen zu verstehen, welche auf die benutzte Platte einwirken, sodass man bei Verwendung einer anderen Emulsion oder mit Hülfe von Sensibilisatoren oder farbigen Filtern eine andere Lichtvertheilung auf der Platte erhalten würde. Da nach den auf

der verfinsterten Mondscheibe erscheinenden Farben zu urtheilen in dem Lichte der einzelnen Schattenpartien die verschiedensten Strahlengattungen vorkommen, deren Intensitäten wohl kaum alle einander parallel verlaufen, so wird man durch die genannten Mittel auch die Vertheilung der verschiedenen Strahlen im Erdschatten ermitteln können.

Für die Ausmessung der Platten empfehlen sich zwei Methoden: man messe entweder rechtwinklige Coordinaten gegen den Mittelpunkt oder wende das oben beschriebene Tangentenverfahren an. Orientirt man die rechtwinkligen Coordinaten so, dass die eine Axe vertical steht, so wird die Reduction die denkbar einfachste, jedoch versagt dieses Verfahren seinen Dienst, sobald die Mondsichel sehr schmal geworden ist, da sich dann der Mondmittelpunkt nicht mehr mit genügender Schärfe bestimmen lässt. Das Tangentenverfahren ist dagegen unter allen Umständen anwendbar und ergiebt die Grösse aller Schattenradien mit stets gleichbleibender Schärfe. Eine Methode zur Ausmessung der rechtwinkligen Coordinaten, die ein möglichst gleichmässiges und rasches Ablesen des verwaschenen Schattenrandes erlaubt, wurde vom Verfasser vor längerer Zeit in Anwendung gebracht und hat sich ausgezeichnet bewährt. Auf einer Spiegelglasplatte stellt man ein Millimetergitter aus schwarzen Linien her und legt dasselbe auf die Schicht der auszumessenden Platte und zwar so, dass das eine Liniensystem dem Verticalkreise nahezu parallel ist. Beide Platten zusammen werden nun auf Bromsilberpapier photographisch vergrössert. Zwar muss der Lichtstrahl hierbei die Spiegelscheibe passiren, doch kann die hierdurch entstehende Verzeichnung ebenso wie die beim nachherigen Entwickeln auftretende Verziehung des Papieres ihren schädlichen Einfluss nur innerhalb der kleinen Gitterquadrate äussern und dürfte deshalb vollständig unmerklich sein. Durch geeignete Belichtungszeit bei der Originalaufnahme sowie namentlich auch bei der Vergrösserung kann man nun erreichen, dass auf dem Positiv die Schattencurve ziemlich scharf erscheint und sich dann gut in die hellen Gitterstriche einmessen lässt. Doch durch einen Kunstgriff gelingt es, die Genauigkeit und Gleichmässigkeit der Ablesungen noch erheblich zu steigern. Man legt zu diesem Zwecke ein recht gleichmässiges Pauspapier auf das Positiv, wodurch die schwächeren Lichtpartien verschwinden, sodass der Schattenrand noch



schärfer erscheint. Nun überblickt man die ganze Schattencurve und zeichnet dieselbe mit einem schnellen Bleistiftzuge auf dem Pauspapier nach. Ohne letzteres zu verschieben sind sodann nur noch die Durchschnittspunkte dieser Linie mit den Gitterstrichen abzulesen. Um die persönlichen Schätzungsfehler noch weiter zu eliminiren, kann man dasselbe Verfahren an demselben Positiv von zahlreichen Beobachtern wiederholen lassen. Die angestellten Versuche haben ergeben, dass ein Beobachter innerhalb einer Minute 7 bis 8 Ablesungen ausführen kann.

Dass man nach allen diesen Manipulationen eine ganz andere Stelle des Schattens als Grenze erhalten wird, als ein Beobachter am Ocular, versteht sich von selbst, aber immer wird die eingemessene Linie eine Curve constanter chemischer Intensität sein. Schon durch die Dauer der Aufnahme des Negatives wird die Grösse des erhaltenen Schattendurchmessers bestimmt, z. B. ergaben Aufnahmen von  $1^s$  Belichtungsdauer eine Vergrösserung V zwischen 3 und 4 Bogenminuten, während die erste Spur von Schwärzung des Kornes immer noch etwa  $V=80^\circ$  ergab. An der Stelle der optischen Schattengrenze war also in  $1^s$  noch keine Spur von chemischer Wirkung zu bemerken. Bei einer Belichtung von  $90^s$  trat dagegen eine sehr scharfe Schattengrenze auf, die nur noch  $10^\circ$  bis  $20^\circ$  vom geometrischen Schattenrande entfernt war, während Schwärzung des Kornes bis zu  $6^\circ$  innerhalb des Kernschattens nachzuweisen war.

in der Scala der Platte lindet. Die Zeitscala der z verwandelt man

Um sowohl aus den photographischen Aufnahmen, als auch aus den directen Beobachtungen für die Grösse des Schattens verständliche und zur weiteren theoretischen Behandlung brauchbare Zahlen zu erhalten, ist es nöthig, diese Methoden zu photometrischen auszubilden. Schon bei den Ocularbeobachtungen, noch deutlicher aber auf der photographischen Platte zeigt sich der Einfluss der Albedo der verschiedenen Mondgegenden auf die Grösse des Schattens: die Schattengrenze ist keine glatte Curve, sondern besitzt eine Menge Auszackungen. Zur Vermeidung der hieraus entspringenden Fehler hätte man die photometrische Beobachtung etwa in der folgenden Weise anzustellen. Durch ein in der Bildebene des Refractors

angebrachtes Diaphragma lässt man nur das Licht von einer kleinen Fläche des Mondes in ein geeignetes Photometer eintreten und hält unter Benutzung eines kräftigen Suchers immer genau denselben Punkt der Mondoberfläche innerhalb der Blende. Wählt man nun zur Beobachtung z. B. bei einer totalen Finsterniss eine Stelle aus, welche central bedeckt wird und macht vom ersten Eintreten des Halbschattens an bis nach dessen Verschwinden während der ganzen Dauer der Finsterniss Einstellungen am Photometer, so erhält man direct die Helligkeit aller Punkte längs zweier diametraler Schattenradien, ausgedrückt etwa in Theilen der Helligkeit bei Vollmond.

Auch die Photographie lässt sich für diese photometrischen Messungen mit Vortheil verwenden. Auf den für die Aufnahmen bestimmten Platten belichtet man zunächst mittelst eines exact arbeitenden Apparates und einer constanten Lichtquelle eine Helligkeitsscala, d. h. von einer Reihe nebeneinander liegender kleiner Quadrate wird etwa das erste 1°, das zweite 2°, das dritte 4°, das vierte 8° u. s. w. belichtet. Am photographischen Refractor werden dann auf diese Platten Aufnahmen des ganzen Verlaufes der Finsterniss sowie auch vorher und nachher des Vollmondes gemacht. Nehmen wir vorläufig an, alle diese Belichtungen wären von genau gleicher Dauer ts gewesen, so ist der Gedankengang sehr einfach: Das Licht eines bestimmten Punktes der Mondscheibe wirkt im Brennpunkte des Refractors (innerhalb  $t^s$ ) ebenso stark, wie die benutzte Normallichtquelle in  $x^s$ , wobei man die Zahl x durch Aufsuchen der gleichstark geschwärzten Stelle in der Scala der Platte findet. Die Zeitscala der x verwandelt man am besten auch experimentell in eine Intensitätsscala, indem man zu den verschiedenen Belichtungsdauern x diejenigen Entfernungen der Normalflamme bestimmt, in welchen dieselbe bei immer constanter Belichtungszeit dieselben Schwärzungen hervorbringt. Aus diesen Entfernungen ergeben sich aber direct die Intensitäten des Lichtes auf der Platte. Man kann also sagen, dass mit der Auffindung von x die Helligkeit des beobachteten Punktes in Theilen der Helligkeit der Flamme ausgedrückt sei - auf constante Factoren kommt es hier nicht an. Findet man so für denselben Punkt in voller Sonnenbeleuchtung die Intensität seines Lichtes  $=J_{_0}$ , in irgend einer Phase =J, so ist wieder  $rac{J}{J_{\scriptscriptstyle 0}}$  die Helligkeit in Theilen der Vollmondbeleuchtung.

Die Entfernung des beobachteten Punktes vom Schattenmittelpunkte erhält man hierbei stets nach den für die Kraterbedeckungen entwickelten Formeln. Es sei noch darauf aufmerksam gemacht, dass bei diesem ganzen Verfahren keine einzige unzulässige Annahme zu machen war. Es ist nur nöthig, dass jede Platte in ihrer ganzen Ausdehnung gleich empfindlich ist und ausserdem sollen die Platten von derselben chemischen Beschaffenheit, sagen wir also von derselben Plattensorte sein, damit nicht die zwei Lichtquellen auf die einzelnen Platten ganz verschieden einwirken. Nicht nöthig ist die gleiche Empfindlichkeit oder die gleiche Entwicklung der Platten. Da die Bedingung der gleichen Belichtungsdauer t nicht leicht zu erfüllen und auch eine unnöthige Beschränkung des Verfahrens ist, so lassen wir dieselbe vollständig fallen und denken uns dafür an dem Objectivverschlusse — nur ein solcher ist hier zu verwenden einen elektrischen Contact angebracht, welcher die Belichtungsdauern selbstthätig registrirt. Die schon oben zur Uebertragung der Zeitscala in die Intensitätsscala ausgeführten Messungen ermöglichen nun wieder rein empirisch ohne jede Hypothese die Reduction der Aufnahmen auf gleiche Belichtungszeit. Da man bei dieser Methode hunderte von Punkten der ganzen Mondscheibe auf jeder einzelnen Aufnahme zum Vergleiche heranziehen kann, so ist dieselbe an Nutzbarkeit der directen photometrischen Messung weit überlegen und auch an Genauigkeit wird sie dieselbe wohl erreichen. Dagegen ist letztere durchaus nicht zu entbehren, da ja das photographische Verfahren wieder nur die chemischen, gerade auf die betreffende Plattensorte wirkenden Strahlen zu messen gestattet. Beispielsweise gab eine hochempfindliche, jedoch nicht orthochromatische Platte mit einem ziemlich lichtstarken Objectiv (Cometensucher) 90s belichtet noch keine Spur des rothen Lichtes vom total verfinsterten Monde wieder, während derselbe ziemlich hell zu sehen war.

Noch ein weiteres photographisches Verfahren kann auf durchaus anderem Wege möglicherweise recht brauchbare Resultate geben. Auf die in gleicher Weise vorbereiteten Platten mache man vor und nach der Finsterniss eine Reihe von Aufnahmen des Vollmondes mit verschiedenen Belichtungszeiten. Miss. man nun die Durchmesser dieser Bilder, so wird sich für jede bestimmte Belichtungszeit eine

Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

ganz bestimmte Irradiation ergeben. Aus der Irradiation kann man also auch umgekehrt auf die Belichtungsdauer oder, mit Hülfe der oben besprochenen Uebertragung, auf die Intensität des Lichtes an den beiden eingestellten Randpunkten schliessen. Bei den Aufnahmen während der Finsterniss misst man dann nur den Durchmesser, der senkrecht zu der Verbindungslinie des Mondmittelpunktes mit dem Schattenmittelpunkte steht. Ob dieses Verfahren mit den beiden früher genannten photometrischen Methoden concurriren kann, wird erst der Versuch ergeben; jedenfalls kann der Verfasser schon jetzt versichern, dass die Irradiation in verschiedenen Abständen vom Schattencentrum ausserordentlich verschieden ist, ein Punkt, auf den wir später noch ausführlich zurückzukommen haben.

# II. Ableitung der Formeln für die wichtigsten Messungsmethoden.

lassen wir dieselbe vollständig fallen und denken uns dafür an dem

rein empirisch ohne jede Hypoudse die Reduction der Aufnahmen

Die Berechnung der mikrometrischen Messungen auf der Mondscheibe wird ziemlich einfach, sobald man auf die Benutzung völlig strenger Formeln verzichtet. Da nun die Beobachtungen der verwaschenen Schattengrenze immer auf viele Bogensecunden unsicher sind, so soll auch hier, wie schon bei den Kraterbedeckungen, nur darauf geachtet werden, dass die bei der Rechnung begangenen Vernachlässigungen nur im ungünstigsten Falle 4" erreichen, im Allgemeinen jedoch wesentlich kleiner bleiben.

Während bei den Contactbeobachtungen die Stellung des Beobachters auf der Erdoberfläche ohne Einfluss auf die beobachteten Antrittszeiten war, die daraus entspringende parallaktische Libration also nicht berechnet zu werden brauchte, ist umgekehrt bei allen mikrometrischen Anschlüssen der eben genannte der einzig merkliche Theil der Libration. Für die aus diesem Grunde nöthige Reduction auf den Erdmittelpunkt sollen daher zunächst die einfachsten Formeln aufgestellt werden.

Die durch den Beobachtungsort, den Erdmittelpunkt und den Mondmittelpunkt gelegte Ebene habe am Mittelpunkte der Mondscheibe, vom Beobachter aus gesehen, den Positionswinkel g, vom

Erdmittelpunkte aus  $g_0$ , sodass also g und  $g_0$  die parallaktischen Winkel sind, bezogen auf die geocentrische Verticalebene. Die Grössen ohne unteren Index sollen sich auf den Beobachtungsort, die mit dem Index o auf den Erdmittelpunkt beziehen. Es seien

α α die Rectascension des Mondes,

δ δ die Declination ned state auch Bedarf auch state den ei riw rijlow

h  $h_0$  der Halbmesser » »  $\tau$   $\tau_0$  die Entfernung » »

τ' τ' die Entfernung eines Punktes der Mondoberfläche,

F F o der selenocentrische Abstand dieses Punktes vom Mittelpunkte der Mondscheibe. Ferner sei

 $\mu$  die Höhenparallaxe und

e der lineare Radius des Mondes.

Aus  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$ ,  $\tau_0$  kann man leicht streng die Werthe  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\tau$ ,  $\mu$ ,  $g_0$  und g berechnen. Da jedoch ein Positionswinkel am Mondmittelpunkte um fast 4' falsch sein müsste um am Mondrande einen Fehler von 1" zu ergeben, so genügt es, wenn wir die Parallaxe in α und d sowie h nach einer der bekannten Methoden berechnet annehmen rechtwinkligen Coordinaten gegen den Mondmittel: nextes nnabnbnu

Ferner besteht die Beziehung 
$$\tau \sin h = \tau_{_0} \sin h_{_0} = \overline{\varrho} \,. \tag{2}$$

Es sei nun der Ort eines Punktes der Mondoberfläche in Polarcoordinaten vom Mittelpunkte der Mondscheibe aus gemessen und zwar die Distanz D' in beliebiger Einheit und der Positionswinkel P' von einer beliebigen Richtung an. Um D' für Refraction zu corrigiren sei es mit λ und zur Umwandelung in Bogensecunden mit σ zu multipliciren. Die Correctionen des Positionswinkels für Refraction und Instrumentalfehler seien R und J. Die in der gebräuchlichen Weise ausgedrückten, von Refraction befreiten Polarcoordinaten sind also

27\*

während der vom Verticalkreise an gezählte Positionswinkel wird:

$$P = p - g = P' + J + R - g. \tag{3}$$

Zur Abkürzung führen wir die Bezeichnung ein

$$\Delta = \frac{\sin D}{\sin h}, \tag{4}$$

wofür wir je nach Bedarf auch schreiben können

the Halbmesser 
$$\frac{D}{h}$$
,  $\frac{D}{h} = L$  site materials and  $\frac{A}{h}$ 

denn der hierbei begangene Fehler  $\Delta h$  — arc sin ( $\Delta \sin h$ ) erreicht sein Maximum, wenn  $\cos D = \frac{\sin h}{h}$  ist. Dies ergiebt für h = 17'einen grössten Fehler von 0".0013 bei D=10'. Es ist also  $\Delta$  die in Theilen des scheinbaren Halbmessers ausgedrückte Distanz. Setzen wir nun

Authority of the 
$$P = \Delta \cos P$$
 and  $P = \Delta \sin P$ , and  $P = \Delta \sin P$  and  $P = \Delta \sin P$  and  $\Delta \cos P$ 

so sind  $\xi$ ,  $\eta$  die rechtwinkligen in Theilen des scheinbaren Mondhalbmessers ausgedrückten Coordinaten parallel und senkrecht zum geocentrischen Verticalkreise. Bezeichnen wir nun mit X, Y, Z die rechtwinkligen Coordinaten gegen den Mondmittelpunkt, X und Y parallel zu  $\xi$  resp.  $\eta$ , Z nach dem Beobachter hin gerichtet, so haben wir  $F = 180^{\circ} - D - \arcsin \Delta$ 

$$F = 180^{\circ} - D - \arcsin \Delta$$
 $X = \varrho \sin F \cos P$ 
 $Y = \varrho \sin F \sin P$ 
 $Z = \varrho \cos F$ .

Wegen 
$$\varrho \sin F = \tau' \sin D \tag{6}$$

unter Benutzung von (4) und (5) geht dies über in

The Distance of the Distance of the 
$$T = T$$
 and  $T = T$  and the Distance of the Distance of the  $T = T$  and  $T = T$  are described with

Die hier zur Erreichung der Symmetrie eingeführte Grösse ζ und lastrumentalfehler seien R und J. Die unterliegt der Bedingung

$$ho \cos F = \zeta au' \sin h$$
 , orang pack (6) folds

woraus nach (6) folgt

$$\zeta = \varDelta \cot F$$
.

Drehen wir nun um die Y-Axe um den Winkel  $\mu$ , sodass nun  $Z_0$  durch den Erdmittelpunkt geht, so haben wir

nede seine Februs nur wenig 
$$X = X \cos \mu + Z \sin \mu$$
 die Grenze des zur dieselben wenig weine  $Y = Y$  die des dieselben eine wenig weine  $Y = X \cos \mu + Z \sin \mu$  die begangene noch ganz erheblich  $X = X \cos \mu + Z \sin \mu$  die begangene noch ganz erheblich  $X = X \cos \mu + Z \sin \mu$ 

und hieraus folgen unter Benutzung der Abkürzung

$$Q = \frac{\tau' \sin h \cos \theta}{\tau_0' \sin h_0}$$

die geocentrischen Coordinaten

$$\xi_{_0}=Q\xi\cos\mu+Q\zeta\sin\mu$$
 $\eta_{_0}=Q\eta$ 
 $\zeta_{_0}=Q\zeta\cos\mu-Q\xi\sin\mu$ 

oder auch die Polarcoordinaten:

$$\mathcal{L}_0 \cos P_0 = Q \mathcal{L} \cos P \cos \mu + Q \mathcal{L} \cot F \sin \mu 
\mathcal{L}_0 \sin P_0 = Q \mathcal{L} \sin P 
\mathcal{L}_0 \cot F_0 = Q \mathcal{L} \cot F \cos \mu - Q \mathcal{L} \cos P \sin \mu .$$

Diese Formeln zur Uebertragung der topocentrischen in geocentrische Werthe sind noch vollkommen streng. Für alle Fälle der praktischen Anwendung kann man sie jedoch erheblich vereinfachen. Schreiben wir nach (2) zunächst den Factor Q in der Form

$$Q = \frac{\tau' \tau_0}{\tau_0' \tau} \,,$$

so sieht man sofort, dass derselbe äusserst nahe = 1 sein muss, da die Verhältnisse  $\tau': \tau_0'$  und  $\tau: \tau_0$  sehr nahe gleich sind. Eine nähere Untersuchung ergiebt, dass Q stets zwischen den Grenzen  $4 \pm 0.0000893$  bleibt. Der grösste bei der Annahme Q = 1 zu begehende Fehler ist also 0.0000893  $h = \pm 0.092$ .

Hiernach haben wir innerhalb 0".1 genau:

$$\begin{cases} \xi_0 = \xi \cos \mu + \zeta \sin \mu \\ \eta_0 = \eta \\ \zeta_0 = \xi \cos \mu - \xi \sin \mu \end{cases}$$

$$(7)$$

$$\Delta_{0} \cos P_{0} = \Delta \cos P \cos \mu + \Delta \cot F \sin \mu$$

$$\Delta_{0} \sin P_{0} = \Delta \sin P$$

$$\Delta_{0} \cot F_{0} = \Delta \cot F \cos \mu - \Delta \cos P \sin \mu$$
(8)

wobei  $F = 180^{\circ} - \Delta h - \arcsin \Delta t$  und  $\zeta = \Delta \cot F$  ist.

Die letzten Formeln sind immer noch so streng, dass sie z. B. auch für die Ausmessung der Positionen von Mondformationen genügende Schärfe besitzen. Ziehen wir jedoch die Grenze des zulässigen Fehlers nur wenig weiter, so vereinfachen sich dieselben noch ganz erheblich. Setzen wir  $\cos \mu = 1$ , so ist die begangene Vernachlässigung im schlimmsten Falle  $2h \sin^2 \frac{\mu}{2} = 0.16$ . Wir haben also zunächst auf 0.25 genau

Aus (8) erhalten wir durch eine einfache Umformung ebenso

Der grösste Fehler in  $\Delta_0$  beträgt hierbei nur 0.13, in  $P_0$  bleibt er für D > 1 stets kleiner als 0.5 (im Bogen grössten Kreises). Für grössere D ist er ganz unmerklich, für kleinere jedoch wird die letzte Formel unbrauchbar.

Betreffs der Grösse cot F sei noch bemerkt, dass sehr nahe

Schreiben wir nach (2) 
$$f = \sqrt{1 - \xi^2}$$
 (2) in der Form  $f = \frac{1}{2} \int \frac{1}$ 

oder

ist; jedoch wird der Winkel F bei der späteren Rechnung auch noch zu einem anderen Zwecke gebraucht.

Zählt man die Positionswinkel in der gebräuchlichen Weise, so ergeben sich aus (10) und (3) die Formeln

$$J_{0} = J + J \cot F \cos (p - g) \sin \mu$$

$$p_{0} = p + (\alpha_{0} - \alpha) \sin \delta - \mu \cot F \sin (p - g).$$

$$(11)$$

Liegt der beobachtete Punkt im scheinbaren Mondrande, so ist  $\Delta = 1$  und  $F = 90^{\circ} - h$ . Es werden dann  $P_{\circ} - P$  und  $A_{\circ} - A$  Grössen zweiter Ordnung (< 0.2), mithin ist für diese Punkte

(8) 
$$A_0 = A = 1 \quad \text{for } P = A = 0$$

$$A_0 = P + Q = 0$$

$$A_0 = P$$

Zieht man zwischen zwei solchen Punkten eine Sehne, so folgt aus der Aehnlichkeit des topocentrischen und geocentrischen Dreieckes unmittelbar für deren Länge und Positionswinkel

Bewegung vorausgehende Ende der sehne soll als negatives, das medicigende als positives bezeichnet 
$$\frac{h}{h_0} = \frac{1}{h} = \frac{1$$

Ein weiteres, im Folgenden an den Positionswinkeln häufig anzubringendes Correctionsglied ist an dieser Stelle noch zu erwähnen, nämlich die als Convergenz der Meridiane bekannte Grösse, deren Ableitung ich hier übergehen kann. Ist D die Distanz zweier Punkte  $P_1$  und  $P_2$  an der Sphäre,  $p_1$  der Positionswinkel der Richtung  $P_1$   $P_2$  bei  $P_1$ ,  $p_2$  derjenige der Verlängerung von D über  $P_2$  hinaus bei  $P_2$  gemessen, so ist

$$n = p_2 - p_1 = D \sin p_1 \operatorname{tg} \delta$$
. (14)

In den folgenden Paragraphen sollen nun die Formeln aufgestellt werden für diejenigen Messungsmethoden, die entweder schon praktisch angewendet wurden oder deren Anwendung sich für die Zukunft doch am meisten empfiehlt.

wird nach (14) an den Mondmittelgenkt übertragen durch die Correction

Der am Mittelpunkte, der Schnez gemessene (Positionswinkeliep

bei der Cosinus der Mondhreite b auch einfach .nammonag "00

### Sehnenmethode.

Nach dem Vorschlage von Bruns (A. N. 2831) wird am Heliometer der Positionswinkel und die Länge einer Sehne gemessen, die von einer Hörnerspitze aus nach einem Punkte des hellen Mondrandes geht. Die Beobachtung ergiebt direct die Länge D' in Scalentheilen und die Ablesung am Positionskreise P'.

Durch P' und D' ist die Lage der Hörnerspitze vierdeutig bestimmt, da man in der beobachteten Richtung P' im Allgemeinen zwei Sehnen von der Länge D' in die Mondscheibe legen kann, an deren vier Endpunkten der gemessene Punkt des Schattenrandes liegen kann. Um in der Rechnung diese Vieldeutigkeit zu vermeiden, definiren wir P' und geben D' ein Vorzeichen nach der folgenden einfachen Regel:

Man denke sich das über der Sehne nach dem Mondmittelpunkte hin zu construirende gleichschenklige Dreieck im Sinne wachsender Positionswinkel um den Mondmittelpunkt gedreht. Das bei dieser Bewegung vorausgehende Ende der Sehne soll als negatives, das nachfolgende als positives bezeichnet werden. Unter P' wollen wir dann den Positionswinkel des positiven Endes, an der Mitte der Sehne gemessen, verstehen und D' soll das Zeichen + oder - erhalten, je nachdem der eingemessene Schattenpunkt am positiven oder negativen Ende der Sehne lag.

Zunächst erhalten wir die wegen Refraction und Instrumentalfehler verbesserten Grössen

Ableitung ich hier übergeben kannt 
$$D = D'\lambda\sigma$$

$$p = P' + J + R$$
ied seinige der Kichtung  $P' + J + R$ 

Aus D ergiebt sich nun der halbe Winkel an der Spitze des oben genannten Dreieckes

$$\sin \iota = rac{D}{2h} = rac{\lambda \sigma}{2h} D'$$
 .

Die Grösse  $\frac{\lambda\sigma}{2h}$  ist mit der Zeit langsam veränderlich und wird in eine Tafel gebracht;  $\iota$  hat das Vorzeichen von D und wird immer  $<90^{\circ}$  genommen.

Der am Mittelpunkte der Sehne gemessene Positionswinkel p wird nach (14) an den Mondmittelpunkt übertragen durch die Correction

$$n = -h \cos \iota \cos p \operatorname{tg} \delta$$
.

Der Positionswinkel des nach dem beobachteten Punkte gezogenen Mondhalbmessers wird dann  $p+n+90^{\circ}-\iota$ , und sein geocentrischer Werth nach (12)

$$p_{\scriptscriptstyle 0} = p + n + 90^{\rm o} - \iota + (\alpha_{\scriptscriptstyle 0} - \alpha) \sin \delta. \label{eq:p0}$$

Addiren wir endlich zu  $p_0$  noch den Winkel  $90^{\circ} + \nu + q_1$ , wobei  $\nu$  die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik und  $q_1$  der Winkel zwischen Breiten- und Declinationskreis am Mondmittelpunkte ist, so ist der erhaltene Winkel

$$\psi = p + n + 180^{\circ} + (\alpha_{\scriptscriptstyle 0} - \alpha) \sin \delta + \nu + q_{\scriptscriptstyle 1} - \nu$$

identisch mit dem früheren Winkel  $\psi$  (siehe I, p. 393); es ist der Winkel, den der nach dem beobachteten Punkte gezogene Mond-

radius mit der Westseite der Mondbahn einschliesst, gezählt in der Richtung der Positionswinkel. Die Summe der Winkel

$$180^{\circ} + (\alpha_{0} - \alpha) \sin \delta + \nu + q_{1}$$

ist nur von der Zeit abhängig und wird daher tabulirt. längere Zeit hindurch bei derselben Einstellung des Positionskreises beobachtet, so ist auch P' + J + R + n mit in diese Summe aufzunehmen. Von hier an ist die Rechnung die gleiche, wie bei den Kraterbedeckungen. Der beobachtete Schattenradius ω' folgt (I p. 393)

$$\omega'\cos\mu=e+h_{_{0}}\sin\psi$$
 
$$\omega'\sin\mu=(\vartheta-t_{_{0}})\,dS-h_{_{0}}\cos\psi\,.$$

Mit der kleinen Axe der Schattenellipse bildet ω' den Winkel

$$\chi = \mu - (\nu + q),$$

wobei q wie früher (am Schattenmittelpunkte liegend) folgt aus

centrum and 
$$y$$
 der gege,  $\epsilon_2$  tg  $\epsilon_2 = \cos A_2 \log \epsilon_2$  emessene Positionswinkel

während man zur Berechnung des am Mondmittelpunkte liegenden  $q_1$  hat

$$\sin q_{\scriptscriptstyle 1} = \frac{\cos \alpha_{\scriptscriptstyle 0} \, \sin \varepsilon_{\scriptscriptstyle 2}}{\cos b} \,,$$

wobei der Cosinus der Mondbreite b auch einfach = 1 gesetzt werden kann. Der theoretische Schattenradius ist (I, p. 394)

$$\omega = \omega_{a_2} + (\vartheta - t_0) d\pi - u \cos^2 \chi$$

und die beobachtete Vergrösserung

Die Rechnung bei der Seite 376 besprochenen Projectionsmethode ist ganz analog, nur hat an Stelle der Gleichung

von 
$$P_c$$
 dem geocentrischen  $g_c$ ich ist. Denn die Gerade  $c_c$  schneidet die Mondkrigel in zwei Pur $d_c$  en des scheinbaren Mondrandes und

hierbei die andere zu treten: 
$$\cos \iota = \frac{h-D}{h}$$
.

Aus den beiden letzten Gleichungen erkennt man auch sofort, dass die Sehnenmessung die genauesten Werthe liefert, wenn D möglichst klein ist, bei D=2h aber unbrauchbar wird. Die andere Methode ist dagegen für D=h am schärfsten und für D=0 und

D=2h gleich unsicher. Nach diesen Gesichtspunkten hat man bei der Anwendung dieser Methoden den Positionskreis geeignet einvoransethende Ende (n - n)

nur, von der Zeit abhängig . Ind wird daher tabulict. Wurde

## Tangentenmethode.

Es sei entweder am Fadenmikrometer oder auf der photographischen Platte der Abstand D'zweier paralleler Tangenten gemessen, von denen die eine an den Schattenrand, die andere an den hellen Mondrand gelegt wurde. Die beobachtete Richtung dieses Abstandes sei P'. Zunächst werden D' und P' wieder für Instrumentalfehler und Refraction corrigirt, sodass man hat Mit der kleinen Axe der S

$$D = D' \sigma \lambda$$

$$P = P' + J + R - g.$$

lst nun co der geocentrische Abstand des Mondes vom Schattencentrum und y der gegen die Mondbahn gemessene Positionswinkel von c<sub>0</sub> am Mittelpunkte des Schattens, so haben wir (I, p. 393)

$$c_{_0}\cos\gamma=e$$
 $c_{_0}\sin\gamma=(\vartheta-t_{_0})dS$ 

und der in der gebräuchlichen Weise gezählte Positionswinkel von  $c_0$  ist  $p_c = \gamma - (\nu + q)$ .

$$p_c = \gamma - (\nu + q).$$

Nach (14) ist der entsprechende Winkel am Mondmittelpunkte

$$p_c' = p_c + c_0 \sin p_c \operatorname{tg} \delta'$$

und endlich von der Verticalen an gerechnet

Die Rechnung bei der 
$$S_0 p_c = p_c' - p_c$$
rochenen Projectionsmethode

Es lässt sich nun leicht zeigen, dass der topocentrische Werth von  $P_c$  dem geocentrischen gleich ist. Denn die Gerade  $c_0$  schneidet die Mondkugel in zwei Punkten des scheinbaren Mondrandes und nach (13) ist für die Verbindungslinie zwischen diesen Punkten d. h. für  $c_{_0}$   $P_{_0} = P$ . Es ist also auch topocentrisch '

. The local data of 
$$P_c = \gamma - (\nu + q) + c_0 \sin p_c \, \mathrm{tg} \, \delta - g_0$$
 , help and

während der topecentrische Werth von co wird

hehst klein ist, bei 
$$D=2h$$
  $\frac{d}{d}$  unbranchbar wird. Die andere Methode istedagegen für  $D=\frac{d}{d}$  am schuristen und für  $D=0$  und

ein, so folgt

Der weitere Gang der Rechnung erklärt sich nun aus der folgenden Figur:

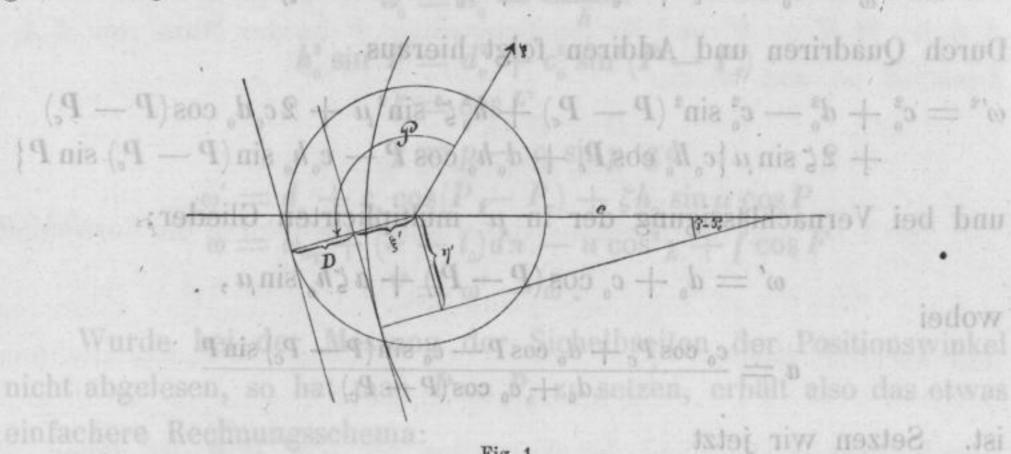


Fig. 1

cos P. = cos P cos (P - P.) + sin P sin (P riw nexted

$$\xi' = \frac{h - D}{h} \cdot 4 \cos = n$$

Der Winkel 
$$P$$
 selbst wird nur etwa auf Zehntelgrade genau gebraucht, sodas,  $\frac{c_0 \sin(P-P_c)}{h_0} = \frac{c_0 \sin(P-P_c)}{h_0}$  ber lästigste

so sind die rechtwinkligen Coordinaten des beobachteten Schattenpunktes nach unserer früheren Bezeichnungsweise

$$\xi = \xi' \cos P - \eta' \sin P$$
  
 $\eta = \xi' \sin P + \eta' \cos P$ 

und geocentrisch nach (9)

hobe general hold wir finden 
$$\eta_0 = \eta_1 + \xi = 0$$
 and  $\eta_0 = \eta_1 + \xi = 0$  and  $\eta_0 = \eta_0 + \xi = 0$  and  $\eta_0 = 0$  and  $\eta_0 = \xi = 0$  and  $\eta_0 = 0$ 

Wir können jedoch ohne merklichen Fehgnusrüdde auf doobei nemaklichen

und erhalten dann seh, 
$$\frac{h_0 D}{h}$$
, des mab netladre bnu

so sind die Winkelwerthe dieser letzten Coordinaten

$$\begin{array}{c} h_{_0}\xi_{_0}=d_{_0}\cos P-c_{_0}\sin (P-P_{_c})\sin P+h_{_0}\zeta\sin \mu\\ h_{_0}\eta_{_0}=d_{_0}\sin P+c_{_0}\sin (P-P_{_c})\cos P \end{array}.$$

In demselben System sind nun die Coordinaten des Schattenmittelpunktes  $-c_{_0}\cos P_c$  und  $-c_{_0}\sin P_c$  .

Für die Länge und den Positionswinkel des beobachteten geocentrischen Schattenhalbmessers haben wir daher:

$$\omega'\cos P_{\omega} = c_{_0}\cos P_{_c} + d_{_0}\cos P - c_{_0}\sin\left(P - P_{_c}\right)\sin P + h_{_0}\zeta\sin\mu$$

$$\omega'\sin P_{\omega} = c_{_0}\sin P_{_c} + d_{_0}\sin P + c_{_0}\sin\left(P - P_{_c}\right)\cos P.$$

Durch Quadriren und Addiren folgt hieraus-

$$\omega'^2 = c_0^2 + d_0^2 - c_0^2 \sin^2(P - P_c) + h_0^2 \zeta^2 \sin^2\mu + 2 c_0 d_0 \cos(P - P_c) + 2 \zeta \sin\mu \{c_0 h_0 \cos P_c + d_0 h_0 \cos P - c_0 h_0 \sin(P - P_c) \sin P\}$$

und bei Vernachlässigung der in µ2 multiplicirten Glieder:

$$\omega' = d_{\scriptscriptstyle 0} + c_{\scriptscriptstyle 0} \cos{(P - P_{\scriptscriptstyle c})} + a \, \zeta h_{\scriptscriptstyle 0} \sin{\mu} \,, \ . \label{eq:omega_energy}$$

wobei

$$a = \frac{c_0 \cos P_c + d_0 \cos P - c_0 \sin (P - P_c) \sin P}{d_0 + c_0 \cos (P - P_c)}$$

ist. Setzen wir jetzt

$$\cos P_c = \cos P \cos (P - P_c) + \sin P \sin (P - P_c)$$

ein, so folgt

$$a=\cos P$$
.

Der Winkel  $P_{\omega}$  selbst wird nur etwa auf Zehntelgrade genau gebraucht, sodass wir direct  $P_{\omega}=P$  setzen können. Der lästigste Theil der Rechnung ist die Bestimmung von  $\zeta$  und F, die für jede einzelne Messung auszuführen ist, obwohl hierbei zwei bis drei Decimalen genügen. Nach § 6 haben wir

$$\sin G = \Delta^{800}$$
 and the Positions winker van  $F = 180^{\circ} - D_{4} - G$   $\zeta = \Delta \cot F - g(\theta)$  does does not solve by  $\zeta = \Delta \cot F$ 

und wir finden hier  $D_{_4}$  und G aus den beiden Gleichungen

$$D_{\scriptscriptstyle 4}^{\scriptscriptstyle 2} = h_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2} \sin^{\scriptscriptstyle 2} G = d_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2} + c_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2} \sin^{\scriptscriptstyle 2} (P - P_{\scriptscriptstyle c}) \, .$$

Wir können jedoch ohne merklichen Fehler  $\sin F = \sin G = \Delta$  setzen und erhalten dann sehr einfach

$$h_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2}\sin^{\scriptscriptstyle 2}F=d_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2}+c_{\scriptscriptstyle 0}^{\scriptscriptstyle 2}\sin^{\scriptscriptstyle 2}(P-P_{\scriptscriptstyle c})$$
  $\zeta=\cos F$  .

Zur besseren Uebersicht stelle ich die Formeln für die Tangentenmethode nochmals zusammen:

In demselben System sind 
$$n = \gamma \cos_o \sigma$$
 dinated des Schattenmittelpunktes  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  mittelpunktes  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  much  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  manage un  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  manage un  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  manage un  $c_o = \gamma + c_o = \gamma + c_o = \gamma$  in daher:

$$P-P_c=p-\gamma+
u+q+(lpha_0-lpha)\sin\delta-c_0\sin p_c \,\mathrm{tg}\,\delta$$
 $d_0=h_0-rac{D'\sigma\lambda h_0}{h}$ 
 $h_0^2\sin^2F=d_0^2+c_0^2\sin^2(P-P_c)$ 
 $\zeta=\cos F$ 
 $\chi=p-c_0\sin p\,\,\mathrm{tg}\,\delta$ 
 $\omega'=d_0+c_0\cos(P-P_c)+\zeta h_0\sin\mu\cos P$ 
 $\omega=\omega_{a_2}+(\vartheta-t_0)d\pi-u\cos^2\chi+f\cos F$ 
 $V=\omega'-\omega$ .

Wurde bei der Messung der Sichelbreiten der Positionswinkel nicht abgelesen, so hat man  $P=P_c$  zu setzen, erhält also das etwas einfachere Rechnungsschema:

$$c_{_0}\cos\gamma=e$$
 $c_{_0}\sin\gamma=(\vartheta-t_{_0})dS$ 
 $\chi=\gamma-(\nu+q)$ 
 $P=\chi-g_{_0}+c_{_0}\sin\chi\,\mathrm{tg}\,\delta$ 
 $h_{_0}\sin F=d_{_0}=h_{_0}-rac{D'\sigma\lambda h_{_0}}{h}$ 
 $\zeta=\cos F$ 
 $\omega'=d_{_0}+c_{_0}+\zeta h_{_0}\sin\mu\cos P$  .

Die Reduction der am Heliometer in bekanntem Positionswinkel gemessenen Sichelbreiten ist etwas complicirter. Bei diesen Messungen wird die Schnittlinie des Objectives nahezu in die Richtung der Pfeilhöhe gebracht. Man klemmt dann den Positionskreis fest und nähert die beiden Mondbilder einander, bis der Schattenrand des ersten (1) von dem hellen Rand des zweiten (2) wie in der folgenden Figur

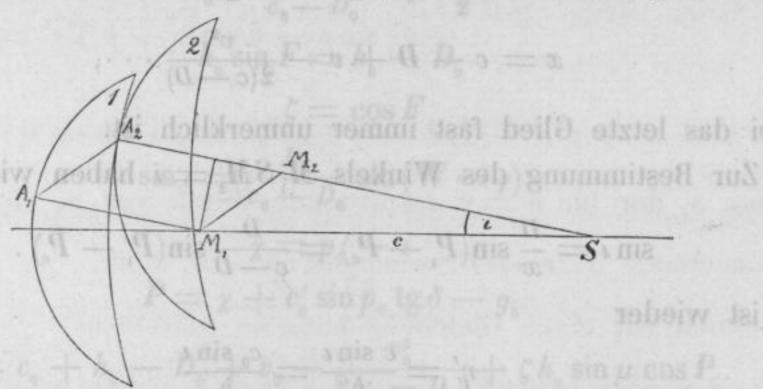


Fig. 2.

berührt wird. Die Berührungsstelle soll in der Mitte des Gesichtsfeldes liegen.

Ist wieder S der Schattenmittelpunkt und ziehen wir den Radius  $M_1A_1 \parallel SM_2A_2$  so ist auch  $A_1A_2 \parallel M_1M_2$  und gemessen ist die Strecke  $A_1 A_2 = M_1 M_2 = D'$  und ihr Positionswinkel P' an der Mitte von  $A_1 A_2$ . Zunächst ist nun wieder

$$D = D'\sigma\lambda$$
 $p = P' + J + R$ .

Nach A, wird der Positionswinkel übertragen durch die Correction

$$+\frac{D}{2}\sin p \, tg \, \delta$$

Wurde beigder Messung der Sichelbreiten darub M dan bnu

nicht abgelesen, so hat 
$$\delta gt(g+g)$$
nis  $\delta elzen,$  erhält also das etwas

Der Positionswinkel (von der Verticalen an) von M, M, ist daher

$$P_{\scriptscriptstyle 1} = P' + J + R + \frac{D}{2} \sin p \, \operatorname{tg} \delta - h \sin (P_c + g) \, \operatorname{tg} \delta - g$$

während der topocentrische Positionswinkel von c wieder

$$P_c = \gamma - (\nu + q) + c_o \sin p_c \, \operatorname{tg} \delta - g_o$$

Setzen wir nun  $M_2S=x$ , so haben wir

$$x^2 = c^2 + D^2 - 2cD\cos(P_1 - P_c)$$
.

Da nun bei der Messung der Sichelbreiten  $P_i - P_c$  stets klein ist, so entwickeln wir nach Potenzen dieses Winkels. Aus

wird die Schuttling 
$$x^2 = (c - D)^2 + 4 c D \sin^2 \frac{P_4 + P_c}{2}$$
iltimos ein briw

folgt mit der Abkürzung 
$$v=rac{2\,c\,D}{c-D}\sin^2rac{P_1-P_c}{2}$$
 meh meh meh meh meh  $x=c-D+v-rac{v^2}{2(c-D)}\cdots,$ 

wobei das letzte Glied fast immer unmerklich ist.

Zur Bestimmung des Winkels  $M_1 S M_2 = \iota$  haben wir

$$\sin \iota = \frac{D}{x} \sin(P_{\scriptscriptstyle \rm i} - P_{\scriptscriptstyle c}) = \frac{D}{c - D} \sin(P_{\scriptscriptstyle \rm i} - P_{\scriptscriptstyle c}) \; . \label{eq:epsilon}$$

Nun ist wieder

$$\eta' = \frac{c \sin \iota}{h} = \frac{c_0 \sin \iota}{h_0}$$

bertihrt wird, 
$$\xi' = \frac{x + h - c \cos \iota}{h} = \frac{1}{a} \frac{x + h - c \cos \iota}{h} = \frac{x + h - c \cos \iota}{h}$$
 des Gesichtsfeldes liegen.

Setzen wir also die Sichelbreiten nahezu in der Richtung der Pfelosla niw nastas

$$D_{_0} = D rac{h_{_0}}{h} = rac{D' h_{_0} \sigma \lambda}{h}$$
 by the second  $v_{_0} = rac{2 c_0 D_{_0}}{c_0 - D_{_0}} \sin^2 rac{P_4 - P_c}{2}$   $x_{_0} = x rac{h_{_0}}{h} = c_{_0} - D_{_0} + v_{_0} - rac{v_{_0}^2}{2 (c_{_0} - D_{_0})} \cdots,$ 

so folgt

$$d_{\scriptscriptstyle 0} = h_{\scriptscriptstyle 0} \xi' = c_{\scriptscriptstyle 0} - D_{\scriptscriptstyle 0} + v_{\scriptscriptstyle 0} - rac{v_{\scriptscriptstyle 0}^2}{2(c_{\scriptscriptstyle 0} - D_{\scriptscriptstyle 0})} + h_{\scriptscriptstyle 0} - c_{\scriptscriptstyle 0} \cos \iota$$

und wir erhalten wie oben

$$\omega' = c_{\scriptscriptstyle 0} - D_{\scriptscriptstyle 0} + h_{\scriptscriptstyle 0} + v_{\scriptscriptstyle 0} - \frac{v_{\scriptscriptstyle 0}^2}{2(c_{\scriptscriptstyle 0} - D_{\scriptscriptstyle 0})} + \zeta h_{\scriptscriptstyle 0} \sin \mu \cos(P_{\scriptscriptstyle 0} - \iota)$$

Die Heliometer-Sichelbreiten sind also nach den folgenden Formeln zu berechnen:

$$(q+q)$$
 mix  $d-q$  mix  $d=c_0\cos\gamma=e$ 

The probability of  $\cos\gamma=(\theta-t_0)$   $dS$ 

The probability of  $a$  and  $a$  are simple and  $a$  are

$$W = \nu + q + p + (\alpha_0 - \alpha) \sin \delta - (c_0 + h) \sin p_c \operatorname{tg} \delta + \frac{D_0}{2} \sin p \operatorname{tg} \delta.$$

Die Grössen W und  $A=\frac{h_0\sigma\lambda}{h}$  werden tabulirt.

$$egin{aligned} v_{_0} &= rac{2\,c_{_0}D_{_0}}{c_{_0} - D_{_0}} \sin^2rac{W - \gamma}{2} \ h_{_0} \sin F &= h_{_0} - D_{_0} \ arphi &= \cos F \ \sin \iota &= rac{D_{_0}}{c_{_0} - D_{_0}} \sin (W - \gamma) \ \chi &= p_{_c} - \iota \ P &= \chi + c_{_0} \sin p_{_c} \mathop{
m tg} \delta - g_{_0} \ \omega' &= c_{_0} + h_{_0} - D_{_0} + v_{_0} - rac{v_{_0}^2}{2(c_{_0} - D_{_0})} + arphi h_{_0} \sin \mu \cos P \,. \end{aligned}$$

Diese Formeln gelten für alle Werthe des Winkels  $P_1 - P_c$ ; ist dieser  $< 20^{\circ}$ , so ist das Glied mit  $v_0^2$  unmerklich, ist er  $< 2^{\circ}$ , sind

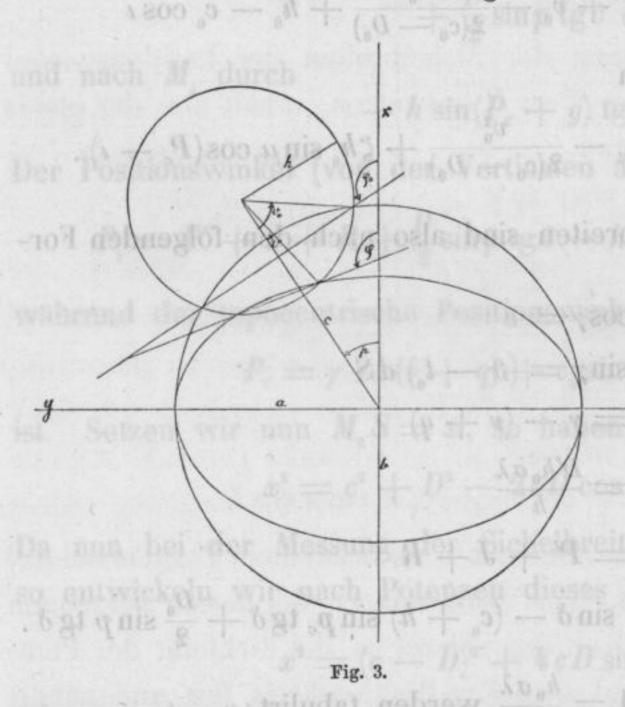
also die Sichelbreiten nahezu in der Richtung der Pfeilhöhe gemessen, so ist auch  $v_0 = 0$  und  $\iota = 0$  zu setzen, wodurch die Rechnung etwas einfacher wird.

9.

## Positionswinkel der Sehne zwischen den Hörnerspitzen.

Wir lösen zunächst die folgende Aufgabe:

Zunachst ist nun wieder shank and one



Gegeben sei die Ellipse

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

und der Kreis

$$x = c \cos p - h \cos(v + p)$$
$$y = c \sin p - h \sin(v + p).$$

Es wird die Richtung der gemeinsamen Sehne gesucht.

Setzen wir

$$b^2 = a^2 - a^2 e^2$$
,

so folgen die Werthe von v für die Durchschnitts-

punkte der beiden Curven aus der Gleichung.

$$(c\cos p - h\cos(v+p))^2 + (c\sin p - h\sin(v+p))^2 - (c\sin p - h\sin(v+p))^2 e^2 = a^2 - a^2 e^2$$
oder

$$c^2 + h^2 - a^2 + a^2 e^2 - 2ch\cos v - e^2(c\sin p - h\sin(v + p))^2 = 0$$
.

Ist nun  $v_0$  der für e=0 resultirende Werth von v, also

$$c^2 + h^2 - a^2 - 2ch\cos v_0 = 0,$$

so können wir obige Gleichung auch so schreiben:

$$2ch(\cos v - \cos v_0) = e^2[a^2 - (c\sin p - h\sin(v + p))^2].$$

Aus diesem Ausdrucke geht hervor, dass  $\cos v - \cos v_0$  von der Ordnung  $e^2$  ist. Vernachlässigen wir  $e^4$ , so können wir also in der

Klammer []  $v=v_0$  setzen und erhalten nach einigen einfachen Reductionen e - h cos v = o cos u

 $[] = a^2 \cos^2 p + ch \sin v_0 \sin 2p - h^2 \sin v_0 \cos v_0 \sin 2p - h^2 \sin^2 v_0 \cos 2p.$ Nun folgt weiter

$$2\sin\frac{v+v_{0}}{2}\sin\frac{v-v_{0}}{2} = -\frac{e^{2}[]}{2ch},$$

also the Minkels of the Grosse 
$$e^2$$
 [] the following  $v = v_0 + \frac{e^2}{2ch\sin v_0\sin 4''}$  the repeated of the Minkels of the Mi

Setzen wir in dieser Gleichung einmal  $v_0 = +v_0$  und dann  $v_0 = -v_0$  ein, so ergeben sich zwei Werthe  $v_1$  und  $v_2$  von  $v_3$  welche den beiden hier allein in Frage kommenden Schnittpunkten entsprechen. Ist nun  $\varphi$  der gesuchte Positionswinkel der Sehne,  $\varphi_0$ der e = 0 entsprechende Werth, so wird

$$arphi_0=p+90^{
m o}$$
 and solve  $arphi_0=p+90^{
m o}$  and solve  $arphi_0=p+90^{
m o}+rac{v_1+v_2}{2}$  solve  $arphi_0=\frac{v_1+v_2}{2}$  .

Die Einsetzung der Werthe von v, und v, ergiebt nun direct

$$\varphi - \varphi_0 = -\frac{e^2 \sin 2p}{2c \sin 4''} [c - h \cos v_0].$$

Da wir die Schattenellipse bisher in der Form (I, pag. 385)

$$\omega = \omega_a - u \cos^2 \chi$$

darstellten, so haben wir hier zu setzen

$$b = \omega_a - u$$

$$b = \omega_a - u$$

Fur also is bier immer denscheinbere, d. b. um die emphrische Veralso 
$$\frac{2u}{\omega_a} = \frac{2u}{\omega_a}$$
 is densche verbesserte Halbmess  $\frac{2u}{\omega_a}$  is dechattens zu setzem.

Hiermit ergiebt sich zunächst

$$arphi-arphi_0=rac{u\sin2p}{c\,\omega_a\,\sin4''}\,[c-h\,\cos v_{_0}]$$
 .

Eine letzte Vereinfachung folgt noch, wenn wir statt  $v_0$  einen anderen Hülfswinkel w einführen durch die Bedingung

$$\cos w = \frac{c^2 + \omega_a^2 - h^2}{2 c \omega_a}.$$

LESMWK

Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

Aus der geometrischen Bedeutung von w folgt dann

$$c - h \cos v_{_0} = \omega_a \cos w$$

und wir erhalten somit 3200 ania 4 - q2 nia ania 40 + q200 b =

$$\varphi - \varphi_0 = -u \frac{(c^2 + \omega_a^2 - h^2) \sin 2p}{2 c^2 \omega_a} \cdot \frac{h^2}{\sin 4''}$$

Dieser Ausdruck soll nun benutzt werden, um durch Messung des Winkels  $\varphi$  die Grösse u zu bestimmen. Es sei also P' der am Fadenmikrometer oder auch am Heliometer abgelesene Positionswinkel der Sehne zwischen den Hörnerspitzen, gemessen an der Mitte der Sehne. Der verbesserte Werth ist wie früher

den beiden hier allein i
$$R + L + R$$
 mie gehantspunkten ent-

 $\varphi_0$  ist der Positionswinkel, den man beobachten würde, wenn der Schatten einen kreisförmigen Querschnitt vom Radius  $\omega_a$  hätte. Diesen Winkel findet man durch die folgenden Formeln. Zunächst ist wieder  $c_{0}\cos\gamma=e$ 

$$c_{\scriptscriptstyle 0} \cos \gamma = e$$
 $c_{\scriptscriptstyle 0} \sin \gamma = (\vartheta - t_{\scriptscriptstyle 0}) dS$ 
 $p_{\scriptscriptstyle c} = \gamma - (\nu + q)$ .

Nach dem Mittelpunkte der Sehne wird  $p_c$  übertragen durch die Correction  $-\omega_a\cos w\sin p_c\, \mathrm{tg}\,\delta_\odot$ 

$$-\omega_a \cos w \sin p_c \operatorname{tg} \delta_{\odot}$$

und auf den Beobachtungsort nach (13) durch

$$-(\alpha_0 - \alpha) \sin \delta$$
.

Wir haben mithin

$$\varphi_{\rm o} = \gamma - (\nu + q) - \omega_a \cos w \sin p_c \, \mathrm{tg} \, \delta_{\rm O} - (\alpha_{\rm o} - \alpha) \sin \delta + 90^{\rm o} \, . \label{eq:phi_o}$$

Für  $\omega_a$  ist hier immer der scheinbare, d. h. um die empirische Vergrösserung verbesserte Halbmesser des Erdschattens zu setzen. Die Rechnung ist äusserst bequem, da fast alles tabellarisch gerechnet werden kann. Setzt man zur Abkürzung

$$d_{_0}=rac{c_{_0}^2+\omega_a^2-h_{_0}^2}{2\,c_{_0}}$$
 and  $m=-rac{d_{_0}\sin2\,p_{_c}}{c_{_0}\omega_a\sin4''}$ 

$$M = J + R + \nu + q + d_o \sin p_c \operatorname{tg} \delta_{\odot} + (\alpha_o - \alpha) \sin \delta - 90^{\circ},$$

Abkandl, d. E. S. Gesellach, d. Wiesenselt, XL.

so wird man m und M tabuliren und hat dann direct

schr schmaler Sichung 
$$= \gamma - M + \gamma = \varphi_0 = \varphi - \varphi$$
 die Richtung der

Wie man aus der letzten Gleichung deutlich erkennt, hängt die Anwendbarkeit dieser Methode lediglich von der Grösse des Factors m ab, da jeder in P' begangene Beobachtungsfehler mit m dividirt in den Werth von u eingeht. Ganz unbrauchbar werden diese Messungen, wenn  $p_c$  ein Vielfaches von  $90^\circ$  ist, d. h. wenn die Sehne parallel zu einer der Axen der Schattenellipse wird. Ausserdem ist m proportional dem Quotienten

$$rac{d_0}{c_0\omega_a}=rac{\cos w}{c_0}$$
 .

Da der grösste Werth von w etwa 20° ist, so liegt  $\cos w$  immer zwischen 0.94 und 1.00, sodass also die Grösse von m wesentlich von  $c_0$  abhängt. Der günstigste Fall tritt also ein, wenn nur noch eine schmale Sichel des Mondes sichtbar und die Sehne 45° gegen den Stundenkreis geneigt ist. So erhält man z. B. für  $\omega=45$ °, h=45°, c=31′ und  $p_c=45$ ° den Factor m=410. Da der grösste theoretische Werth von u 42″6 beträgt, so kann  $\varphi-\varphi_0$  den Betrag von 30′ erreichen.

### 10.

oder, wenn wir noch den verticalen Mondhalbmesser

## Photographische Aufnahmen.

Bei der Ausmessung photographischer Platten lassen sich alle bisher beschriebenen Methoden in Anwendung bringen — zu empfehlen sind jedoch nur zwei: die Tangentenmethode und die Messung rechtwinkliger Coordinaten.

Die Tangentenmethode ist stets anwendbar und ergiebt alle Schattenradien mit gleicher Schärfe; jedoch erfordert sie einen Apparat zum Messen von Polarcoordinaten und ist für die Rechnung etwas unbequem. Die Formeln wurden in § 8 bereits aufgestellt. Eine kleine Abkürzung der Rechnung tritt hier, wie bei allen photographischen Messungen dadurch ein, dass alle nur von der Zeit abhängigen Grössen für alle Punkte derselben Platte nur einmal gerechnet zu werden brauchen.

Bei der Messung von rechtwinkligen Coordinaten legt man die

einführen,

x-Axe entweder in die Richtung der Pfeilhöhe, was namentlich bei sehr schmaler Sichel zu empfehlen ist, oder in die Richtung der Verticalen, wodurch die Rechnung äusserst einfach wird. Da man vom einen Falle leicht zum anderen übergehen kann, so wollen wir hier nur die Formeln für den zuletzt genannten aufstellen.

Es seien x'y' die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes des Schattenrandes gegen den Mittelpunkt der Mondscheibe in beliebiger Einheit ausgedrückt. Die x'-Axe habe am Mondmittelpunkte den Positionswinkel  $g+\iota$ , also gegen den geocentrischen Verticalkreis den Positionswinkel  $\iota$ . Die genau orientirten Coordinaten sind also

$$x = x' \cos \iota - y' \sin \iota$$
  
$$y = y' \cos \iota + x' \sin \iota$$

Um die Messungen für Refraction zu verbessern ist nun nur x mit einem Factor  $\lambda > 1$  zu multipliciren, während y unverändert bleibt. Zwar fällt die Richtung der Refraction nicht genau mit x zusammen, doch ist der Unterschied hier ganz zu vernachlässigen. Ist wieder  $\sigma$  der Scalenwerth, so folgt

theoretische Werth vor
$$\frac{y\sigma}{h}=\eta$$
 betra $\frac{x\lambda\sigma}{h}=\xi$ nn  $\varphi-\varphi$  den Betrag

oder, wenn wir noch den verticalen Mondhalbmesser

$$h' = \frac{h}{\lambda}$$

einführen, gemanntuk ederligergeted 9

Bei der Ausmessu
$$\frac{y\sigma}{h} = \eta_{\text{tograph}} + \xi_{\text{latten}}$$
 lassen sich alle

Die geocentrischen Werthe sind nach (9)

preblem sind jedoch nur zweit die Tangentenmethode 
$$\xi_0 = \frac{x\sigma}{h'} + \zeta \sin \mu$$
 zweit die Tangentenmethode sing rechtwinkliger Coor  $\sin \mu \sin \zeta + \zeta \sin \mu$ 

elle tdeige beninnskhamme katatatatata ist oktobat engisht alle schattenradien mit gleicher Schurfer 
$$\frac{y\sigma}{h}$$
erfordert sieseinen Appurat

und in Bogensecunden ausgedrückt

schen Messungen dadurch ein, das 
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$$
 von der Zeit abhängigen Grössen für alle Punkte derselben  $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$  einmat gerechnet zu

Die Coordinaten des Schattenmittelpunktes in demselben System sind nach § 8

$$-c_{_0}\cos P_{_c}$$

Setzen wir noch zur Abkürzung

$$\sigma_{_{\! 4}}=rac{\sigma h_{_0}}{h} \qquad \qquad \sigma_{_{\! 2}}=rac{\sigma h_{_0}}{h'}=\sigma_{_{\! 4}}\lambda \; ,$$
 so folds

so folgt

$$\omega'\cos P_{\omega} = c_{_0}\cos P_{_c} + x'\sigma_{_2}\cos\iota - y'\sigma_{_2}\sin\iota + \zeta h_{_0}\sin\mu$$

$$\omega'\sin P_{\omega} = c_{_0}\sin P_{_c} + x'\sigma_{_4}\sin\iota + y'\sigma_{_4}\cos\iota.$$

Hat man bei derselben Orientirung der Platte die Coordinaten zahlreicher Punkte gemessen, so ist es bequemer, gleich im System x'y' zu bleiben. Schreiben wir  $\lambda = 1 + \varkappa$ , so ist  $\varkappa$  eine sehr kleine Grösse, deren Producte in  $\sin \iota$  (falls wir  $\iota < 1^\circ$  annehmen) und  $\sin \mu$  zu vernachlässigen sind. Hierdurch erhalten wir zunächst

$$\begin{aligned} \omega'\cos P_{\omega} &= c_{_0}\cos P_{_c} + x'\sigma_{_4}\cos\iota - y'\sigma_{_4}\sin\iota + x'\sigma_{_4}\varkappa\cos\iota + \zeta h_{_0}\sin\mu \\ \omega'\sin P_{\omega} &= c_{_0}\sin P_{_c} + x'\sigma_{_4}\sin\iota + y'\sigma_{_4}\cos\iota \,. \end{aligned}$$

Multipliciren wir diese beiden Gleichungen zuerst mit  $+\cos\iota$  resp.  $+\sin\iota$ , dann mit  $-\sin\iota$  resp.  $+\cos\iota$  und addiren sie jedesmal, so folgt:

$$\begin{split} \omega'\cos\left(P_{\omega}-\iota\right)&=c_{_{0}}\cos\left(P_{c}-\iota\right)+x'\sigma_{_{1}}+x'\sigma_{_{1}}x+\zeta h_{_{0}}\sin\mu\\ \omega'\sin\left(P_{\omega}-\iota\right)&=c_{_{0}}\sin\left(P_{c}-\iota\right)+y'\sigma_{_{1}}\,. \end{split}$$

sten einen Wermalbogen von Fixsternen, den man von

Dieses ist für die Rechnung die denkbar einfachste Form: für die einzelne Messung sind nur kleine Correctionsglieder zu berechnen, während die Hauptglieder für jede Aufnahme constant sind. Umständlich ist nur wieder die Berechnung von  $\zeta$ . Wir haben folgende Formeln:

$$\sigma_{_{1}} = rac{\sigma h_{_{0}}}{h}$$
 $h_{_{0}}^{2} \sin^{2} F = (x'\sigma_{_{1}})^{2} + (y'\sigma_{_{1}})^{2}$ 
 $\zeta = \cos F$ 
 $c_{_{0}} \cos \gamma = e$ 
 $c_{_{0}} \sin \gamma = (\vartheta - t_{_{0}}) \ dS$ 
 $p_{_{c}} = \gamma - (\nu + q)$ 
 $P_{_{c}} = p_{_{c}} + c_{_{0}} \sin p_{_{c}} \ \mathrm{tg} \ \delta - g_{_{0}}$ 

$$\omega'\cos(P_{\omega}-\iota) = c_{0}\cos(P_{c}-\iota) + x'\sigma_{1} + x'\sigma_{1}x + \zeta h_{0}\sin\mu$$

$$\omega'\sin(P_{\omega}-\iota) = c_{0}\sin(P_{c}-\iota) + y'\sigma_{1}$$

$$\chi = P_{\omega} + g_{0} - \omega'\sin(P_{\omega} + g_{0})\operatorname{tg}\delta$$

$$\omega = \omega_{a_{2}} + (\vartheta - t_{0})d\pi - u\cos^{2}\chi + f\cos F.$$

Zur Bestimmung des Scalenwerthes σ und der Orientirung ι könnte man je zwei Aufnahmen auf dieselbe Platte bei feststehendem Instrument machen und erhielte dann diese beiden Grössen aus der Verbindungslinie der beiden Mondmittelpunkte und der beobachteten Zwischenzeit. Dieses Verfahren, welches bisher öfters angewendet wurde, ist jedoch durchaus nicht zu empfehlen. Denn um den Schattenrand möglichst scharf zu erhalten darf man, wie die bisherigen Aufnahmen ergeben haben, selbst bei Anwendung einer Momentplatte und eines ziemlich lichtstarken Objectives (1:12) die Belichtungsdauer nicht kleiner als 1<sup>s</sup> nehmen, wogegen Aufnahmen von 10°, 20° und weit mehr für gewisse Zwecke erwünscht sind. Alle diese Aufnahmen sind jedoch nur möglich, wenn das Fernrohr zum mindesten der täglichen Bewegung des Mondes folgt, da selbst in 1s die Verschiebung des Mondbildes um 15" jede scharfe Messung Zur Ermittelung des Scalenwerthes benutzt man am besten einen Normalbogen von Fixsternen, den man vor und nach der Finsterniss bei gleicher Focusirung aufnimmt. Um nun auch die Orientirung aus diesen Platten entnehmen zu können ist nur noch nöthig, dass eine am Fernrohr feste Richtung auf allen Platten markirt wird. Man könnte zu diesem Zwecke etwa an allen Platten eine Kante gerade schleifen und sie mit dieser gegen die festen Anschläge in der Cassette legen, während letztere wieder durch drei feste Punkte eine unveränderliche Stellung am Refractor erhält. Die genannte Vorbereitung der Platten ist jedoch umständlich und es ist daher die folgende sehr einfache Vorkehrung zu empfehlen, die sich hier gut bewährt hat. Die Vorderseite der Metallcassette ist über den Ecken der Platte durch einige feine kreisrunde Oeffnungen bis zur Schicht hin durchbohrt. Damit durch diese Löcher nicht fortwährend Licht eindringe, wurden dieselben so gelegt, dass sie auch den Schieber durchsetzen müssen. Der Schieber wurde nämlich ganz wenig geöffnet, sodass die Platte noch nicht sichtbar war und in dieser Stellung wurden die Oeffnungen gebohrt. Ausserdem wurde

noch an einer passenden Stelle nicht mehr über der Platte ein weiteres conisches Loch gebohrt, in welches ein Stift genau eingeschliffen wurde. Drückt man den Stift in diese Oeffnung, so verschiebt sich der Cassettendeckel so weit, dass die Oeffnungen über der Platte frei werden. Man sendet dann durch diese einige Secunden lang das Licht der geöffneten Dunkelkammerlampe und erhält dadurch auf der Platte kreisrunde scharfbegrenzte Marken, welche die Lage der Platte in der Cassette, also auch am Fernrohre kennzeichnen.

Die Grössen x'y' sind Coordinaten gegen den Mittelpunkt der Mondscheibe und es sind daher noch einige Worte über die Bestimmung der Coordinaten  $x_0 y_0$  dieses Punktes zu sagen. Da wir den Mondrand als Ellipse annahmen, deren Axen zu x und y parallel liegen, so erscheint die Aufgabe der Mittelpunktsbestimmung auf den ersten Blick ausserordentlich einfach. Schneidet eine Gerade x = const. den Mondrand in den Punkten  $y_1$  und  $y_2$ , so würde

Schon diese Zusammensteigung 
$$= y_0 + y_0 = y_0$$
 dass ein m. F.

sein und ebenso würde man  $x_0$  aus jeder Sehne y= const. finden. Bei der praktischen Ausführung zeigte es sich jedoch, dass die Bestimmung des Mittelpunktes unerwartete Schwierigkeiten bot, weil in Folge der photographischen Irradiation der Mondrand statt einer Ellipse eine ganz andere Curve geworden war. Da sich die hierbei auftretenden Erscheinungen am besten an der Hand der Messungen erklären lassen, so sollen dieselben in dem nun folgenden praktischen Theile besprochen werden.

# III. Berechnung der vorhandenen Messungen.

weil sie, wom hellen Mondlichte weniger geblendet, die Krater noch

machen. e ist obige Erklaning riollig, so muss, so lange pur wenig

Um die Beurtheilung der Genauigkeit der verschiedenen neuen Messungsmethoden zu erleichtern, wollen wir zunächst die Resultate der Contactbeobachtungen etwas eingehender betrachten. Wir haben früher das Mittel aus den einzelnen beobachteten V jedes Beobachters mit  $V_i$  und den Rest  $V - V_i$  mit R bezeichnet, wobei die Eintritte (E) und Austritte (A) getrennt berechnet wurden. Behandeln

wir diese R als zufällige Beobachtungsfehler, so erhalten wir für die Reihen von mindestens acht Beobachtungen die folgenden mittleren Fehler einer Contactbeobachtung:

Gauss	1816 II	8E ±	5.68	SCHMIDT	1856	41E ±	9"13
SCHMIDT	1849	35 E	6.65	BOWDEN	1856	8 E	9.33
Hadro zbau	1878	38 A	6.96	BESSEL	1816 II	10 A	9.44
MÄDLER	1842	19 A	7.48	SCHRADER	187711	8 E	9.54
Торр	1877 I	23 E	7.48	SCHMIDT	1856	23 A	9.65
SCHMIDT	1876	26 A	7.64	Mädler	1844 II	38 A	9.68
elpunkt, der	1877 II	60 E	7.98	ARGELANDER	1841	9 A	9.76
die Bestim-	1867	57 E	8.16	ENCKE	1842	8 A	9.83
VOGEL	1867	9 A	8.29	GALLE	18441	9 A	9.84
GOLDSCHMIDT	1841	17E	8.30	LEPPIG	1876	9 E	9.86
SCHMIDT	1876	26 E	8.52	LENARD	1889	21 E	9.90
o x = const.	1863	38 E	9.03	CANELAS	1806	23 E	9.92
vo» 101, 2	1849	29 A	9.11	Punkten	etc.	Mondrand	den

Schon diese Zusammenstellung würde beweisen, dass ein m. F. einer Beobachtung von 10" leicht inne zu halten ist, jedoch ist zu bemerken, dass die obigen Fehler noch erheblich zu gross ausgefallen sind, da die R keineswegs als zufällige Beobachtungsfehler aufgefasst werden dürfen. Schon ein flüchtiger Blick auf die Werthe von R zeigt, wie schon früher (I, pag. 539) bemerkt wurde, dass mit zunehmender Verfinsterung des Mondes der Radius des Erdschattens scheinbar kleiner wird. Wir haben es hier jedenfalls mit einem rein subjectiven Vorgange zu thun: Sobald die leuchtende Mondsichel schmal ist, pflegen die Beobachter den Schatten kleiner zu schätzen weil sie, vom hellen Mondlichte weniger geblendet, die Krater noch weiter in den Halbschatten hinein verfolgen können. Zur Stützung dieser Ansicht will ich nur auf die folgenden Punkte aufmerksam machen. Ist obige Erklärung richtig, so muss, so lange nur wenig vom Monde verfinstert ist, die Abnahme von R sehr langsam erfolgen, da zu dieser Zeit auch die Lichtabnahme viel langsamer vor sich geht. Hieraus würde dann weiter folgen, dass bei partiellen Finsternissen, bei denen die leuchtende Sichel überhaupt nicht so schmal wird, diese Abnahme sich in erheblich geringerem Grade zeigen muss, als bei totalen oder doch nahezu totalen Finsternissen.

lons

Und hieraus wieder würde endlich drittens folgen, dass die partiellen Finsternisse, da bei ihnen die Verkleinerung von V zum grössten Theile wegfällt, im Durchschnitt grössere Werthe für den Schattenradius oder vielmehr für V ergeben müssten, als die totalen Finsternisse.

Durch die Beobachtungen werden diese drei Folgerungen in der That auf das Entschiedenste bestätigt. Wir beginnen mit der letzten. Für die Grösse der Finsterniss in Theilen des Monddurchmessers haben wir mit den Bezeichnungen von I pag. 388:

durch photographische 
$$\frac{1}{2}\frac{g^2 + g^2}{g^2} = \frac{1}{2}\frac{g^2 + g^2}{g^2} = \frac{1}{2}\frac{g^2}{g^2} = \frac{1}{2}\frac{g^2}{g$$

Ordnen wir nun die Finsternisse nach der Grösse G und zwar, aus den I, pag. 533 angegebenen Gründen, getrennt für die beiden Perioden vor und nach 1824, so erhalten wir die folgende Zusammenstellung:

bachtungs-	zen Bec	partiell			total	
gem Gliede	ido Jim	G	V.		G	V.
I. Periode	1813	0.346	59.18	1816 I	1.221	56.88
oib mount	1818	0.438	68.16	1805	1.335	44.88
mindestens	1811	0.585	60.52	9 mid Danzer - man die	Mittel	50.88
	4846 II	0.645	47.87		Il nodazati	
Sbachteten	1802	0.743	57.35			
	1806	0.755	53.45			
Schattens	1809	0.854	56.89			
tler grösste	e 'Sunt	Mittel	57.63			der Mo
$\frac{3}{2} = 0$ In						
II. Periode	1858	0.343	49.53	1856	0.977	44.75
	1876	0.323	52.70	1863	1.199	44.56
	1887	0.401	52.04	1844 I	1.304	50.98
n Antritten	1878	0.572	50.86	1844 II	1.415	49.27
jedoch hier	1867	0.675	52.75	1888	1.624	51.86
n verschie-	1889	0.678	52.85	1852	1.644	51.59
verhalten	1849	0.722	46.36	1877 I	1.644	46.76
e durch die	1842	0.772	52.92	1877 II	1.663	44.42
ferner bei	1860	0.790	50.44	1841	1.697	51.38
von etwas	1845	0.902	51.52	htungen die ph	Mittel	48.45
e Beobach-	len beid	Mittel	51.16			

Der Werth  $V_2$  für 1816 I beruht nur auf acht Beobachtungen eines Beobachters und ist daher sehr unsicher. Die angegebenen G sind die theoretischen Werthe; wegen der Vergrösserung des Erdschattens um 50" erscheint dem Beobachter G um ca. 0.03 grösser, weshalb 1856 zu den totalen Finsternissen zu rechnen ist.

Ob der sich in obigen Zahlen deutlich zeigende Unterschied zwischen totalen und partiellen Finsternissen nun in der That den genannten subjectiven Grund hat oder vielleicht von einer abweichenden Abplattung der Schattenellipse herrührt ist eine Frage, die erst durch photographische Aufnahmen entschieden werden kann. Für jetzt genügt es, dass die rein physiologische Erklärung dieses Vorganges möglich und mit anderen Erscheinungen im Einklange ist.

Um die Abhängigkeit der einzelnen beobachteten V von verschiedenen Nebenumständen statistisch untersuchen zu können, muss man die Beobachtungen zuerst von dem grössten systematischen Fehler, dem constanten Gliede der persönlichen Auffassung des betreffenden Beobachters, befreien. Bei nicht zu kurzen Beobachtungsreihen kann man annehmen, dass die V, sehr nahe mit obigem Gliede identisch sind, so dass  $R = V - V_1$  als die Summe der übrigen systematischen und zufälligen Beobachtungsfehler anzusehen ist. Für die folgenden Untersuchungen wurden daher nur Reihen von mindestens zehn zuverlässigen Beobachtungen benutzt. Um speciell den Einfluss der Helligkeit der Mondsichel auf die Grösse des beobachteten Schattenhalbmessers zu ermitteln sei s die Pfeilhöhe des Schattens auf der Mondscheibe im Augenblicke der Beobachtung, S der grösste Werth von s während der ganzen Beobachtungsreihe und  $Q = \frac{s}{S}$ . In jeder Beobachtungsreihe wird dann die Grösse Q mit der zunehmenden Verfinsterung von 0 bis 1 gehen, sodass also Q ein Maass für die relative Helligkeit des Mondes bei den einzelnen Antritten abgiebt, ihr allerdings nicht proportional ist, worauf es jedoch hier nicht ankommt. Da, wie schon bemerkt, Finsternisse von verschiedener Grösse sich in dieser Hinsicht sehr verschieden verhalten können, so theilen wir dieselben in drei Gruppen, welche durch die Grenzen G = 0.75 und G = 1.25 getrennt werden. Da ferner bei den Eintrittsbeobachtungen die physiologischen Vorgänge von etwas anderer Art sind, als bei den Austritten, so werden beide Beobachtungsarten gesondert behandelt. Aus demselben Grunde sind auch die Beobachtungen des Mondrandes von den Kraterantritten getrennt zu untersuchen. Die zeitliche Trennung in die Perioden vor und nach 1824 hier einzuführen liegt kein Grund vor, da die thatsächlich vorhandene Verschiedenheit der in beiden Zeiträumen beobachteten V durch die Einführung von R statt V unschädlich gemacht wird.

Die folgende Zusammenstellung giebt nun nach Q geordnet die Mittelwerthe von R und dahinter in Klammern die Anzahl der benutzten Beobachtungen.

	doil mass III. G	> 1.25	G > 0.75
	E	A	Mittel
CRd.	<b>— 11.6 (14)</b>	+ 2"8 (11)	<b>—</b> 3.6 (37)
Q = 0.05	+ 5.0 (34)	+ 41.8 (10)	+ 6.9 (62)
0.15	+10.4(48)	+10.8(28)	+ 7.6 (133)
0.25	+ 6.1 (65)	+11.0(26)	+ 7.4 (111)
0.35	+ 6.4 (71)	+ 6.1 (62)	+ 5.0 (205)
0.45	<b>—</b> 1.9 (52)	+ 4.6 (41)	+ 1.6 (149)
0.55	- 1.5 (83)	+ 7.0 (23)	+ 0.3 (151)
0.65	- 2.6 (79)	<b>- 4.4</b> (69)	- 2.4 (223)
0.75	- 5.2 (50)	<b>—</b> 8.5 (41)	-5.0(165)
0.85	-6.0(57)	— 11.6 (36)	7.7 (140)
0.95	- 8.5 (13)	-13.4(23)	- 10.9 (79)
€ Rd.	<b>—</b> 7.1 (23)	<b>—</b> 7.6 (10)	- 6.2 (36)

-dos

mov.

Her

malie

Lassen wir die unsicheren und regellos verlaufenden Zahlen der Randbeobachtungen bei Seite, so zeigt sich zunächst in allen Reihen deutlich die Abnahme von R bei zunehmendem Q. Sehr schwach ausgesprochen ist dieser Vorgang bei Gruppe I, dagegen sehr entschieden und nahezu gleich stark bei II und III. Wir sehen hierin die Bestätigung der zweiten oben aufgestellten Folgerung. Auch die Ein- und Austritte der Gruppen II und III stimmen so nahe überein, dass wir alle vier Reihen zu einem Mittel vereinigen können, welches in der letzten Columne gegeben ist. Diese Zahlen zeigen nun einen ganz überraschend regelmässigen Verlauf: bis etwa 4 des Monddurchmessers verdeckt ist, bleibt der beobachtete Schattenradius fast ganz constant, dann aber beginnt eine schnelle und zu Q fast genau proportionale Abnahme. Hiermit ist nun auch der oben aufgestellte Satz erwiesen, dass die Verkleinerung von V nicht gleich im Anfange der Finsterniss beginnt, sondern erst später merklich wird.

Man sieht aus der letzten Zahlenreihe, dass der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten V in Folge dieses physiologischen Vorganges nicht weniger als 18.75 beträgt, so dass durch diesen systematischen Fehler die Beobachtungen ganz erheblich verschlechtert werden mussten. Setzen wir

für 
$$Q < 0.25$$
  $R = + 7\rlap.{''}3$  für  $Q > 0.25$   $R = + 7\rlap.{''}3 - 25\rlap.{''}(Q - 0.25),$ 

dargestellt. Bringen wir diese Mittelwerthe mit umgekehrten Vorzeichen als Correctionen an den einzelnen V an, so wird wohl ein grosser Theil des systematischen Fehlers in R verschwinden, ein Rest davon wird aber immer noch übrig bleiben, da ja die einzelnen Beobachtungsreihen die Veränderlichkeit von V in sehr verschiedenem Grade zeigen. Aus jeder einzelnen Reihe den Verlauf dieser Correction selbst zu bestimmen hielt der Verfasser nicht für erlaubt, da man dann namentlich bei kurzen Beobachtungsreihen leicht in die Gefahr gekommen wäre, auch rein zufällige Beobachtungsfehler mit zu eliminiren. Um eine deutliche Vorstellung von der Genauigkeit der Contactbeobachtungen zu geben, habe ich für alle Reihen von mehr als zehn Beobachtungen den mittleren Fehler

eines Antrittes berechnet, wobei für G > 0.75 die obigen Correctionen angebracht sind.

undodient30 BeeblachtungentMannalast \$395untsAllendiese Zahlen

## Mittlere Fehler einer Contactbeobachtung.

Mark Market							
1802	BEITLER	22 E	士 13.74	1852	SCHÖNFELD	46 E	士 43.02
1805	(3 Beobachte	r) 11 A	8.64	1856	BARTELS	40E	9.32
1806 .	SEYFFERT	14 E	12.94		Niebour	23 E	20.35
	ZACH	13 E	10.14	Diengiss	))	17A	10.70
	DAVID	10 E	11.93	ichtspunk	SCHMIDT	41 E	9.89
	CANELAS	23 E	8.38		))	23 A	8.94
'milaw	S MITTER S	14A	7.30	1860	))	37 E	11.46
1809	en Abetande	21 E	43.60	pag nagi	V z a ord	64 A	9.44
	)	43 A	11.99		BRUHNS	16E	15.32
1811	ed dem mas	16E	22.17	Mondsel	Pogson	14 E	9.06
1816 II	WALBECK	44 E	47.55	des M	has Geard	15A	12.85
	HANSTEEN	14E	10.59	1863	GERLING	44 E	12.09
	an em 1911	12A	11.26	being en	MAURITIUS	12E	14.43
trablen	BESSEL	12E	11.34	rob ni ta	SCHMIDT	38E	8.94
	))	10A	9.44	D.C. WELLES CO. T. T. P.	))	38 A	13.12
1841	GOLDSCHMIDT	17E	9.60	1867	pads "ad 140	57 E	8.16
	sine «Abhān	11 A	7.99	indiana v	ton della piano de	52 A	12.45
1842	MÄDLER	26 E	11.67	1876	))	26 E	8.52
	laging alas	19A	8.11	ment stem	A Managas mo	26 A	7.64
1844 I	LIAGRE	20 E	14.42	seh Jem	PERROTIN	12E	12.41
E TE	))	14 A	11.95	DAY, INDIA	))	10A	16.24
	QUETELET	22 E	17.66	1877 I	Todd	23 E	8.08
le man	heimana soll	17A	13.05	der late	SCHMIDT	61 E	9.92
	GAUSS	29 E	12.03	THE PERSONNEL	))	56 A	10.45
dad's	Para Para	28 A	11.00	men am	PERROTIN	18E	10.65
	GOLDSCHMIDT	20 E	11.44	or sein	cio Manii	37A	9.79
	, , )	21 A	13.73	11. O. A. B.	STERNECK	10 E	20.19
Siffrust	SCHMIDT	41 E	14.96	1877 II	SCHMIDT	60 E	9.02
	m shaw V nov	43 A	14.56	einen k	niewla esta	66 A	9.56
1844 II	MÄDLER	47E	8.54		BOEDDICKER	14 E	44.33
	get, M. elb	38 A	7.62		SCHRADER	11 A	13.81
indow.	SCHMIDT	44 E	14.01		Johnson	10E	10.84
	DE VICO	16E	21.04	1878	SCHMIDT	42 E	12.43
	n	16A	12.25		»	38 A	6.96
1845	ENCKE	10E	13.46		BIGOURDAN	24 E	17.81
1849	SCHMIDT	35 E	6.65		D	14 A	18.49
	»	29 A	9.44		PERROTIN	27 E	18.32
1852	n	43 E	16.54		))	25 A	16.88
	GALLE	12E	14.39	1888	STUYVAERT	25 E	10.44
	GÜNTHER	11E	16.59	2.6	0.6» A	14A	24.14
	KLINKERFUES	25 E	16.00	1889	) N	35 E	10.76
	WESTPHAL	29 E	16.10	6.0	CLEMENS	34 E	14.17
	PETERS	40E	14.12		» —	15A	20.56
	AGARDH	40E	10.01		LENARD	21 E	9.90
	(101)	G. W.	[04]		00 0	G ~. L	0.00

Im Mittel aus diesen 2121 Beohachtungen ergiebt sich der m. F. ± 12"37, eine Zahl, die durch Ausschluss einiger recht zweifel-

hafter Beobachtungsreihen noch um 4" bis 2" verkleinert werden könnte. Die 927 Beobachtungen von Schmidt haben den m. F. ± 10".83 und die 130 Beobachtungen Mädler's ± 8."95. Alle diese Zahlen sind aus dem oben angeführten Grunde noch etwas zu gross, so dass wir also den zufälligen m. F. einer Contactbeobachtung bei einem geübten Beobachter auf 10" bis 11" zu veranschlagen haben.

Es dürfte hier die geeignete Stelle sein, auch noch über eine unter einem anderen Gesichtspunkte ausgeführte Gruppirung der R kurz zu berichten. Herr Seeliger bezeichnete es als wünschenswerth, die Werthe der V zu ordnen nach den scheinbaren Abständen der einzelnen Krater von der Mondscheibenmitte. Wenn man bedenkt, dass sich in der Gegend des Mondrandes die Schattengrenze auf der Mondkugel über weite Strecken hin ausbreitet, die uns nur, weil wir uns zufällig selbst in der Richtung der einfallenden Strahlen befinden, wieder perspectivisch zu der fast kreisförmigen Schattengrenze zusammengedrängt erscheinen, so dürfte eine Abhängigkeit des Schattenhalbmessers von dem Einfallswinkel der Sonnenstrahlen leicht erklärlich sein, zumal da es ja bekannt ist, dass auch beim Vollmond die Randpartien heller leuchten als die Mitte der Mondscheibe. Nach Analogie der letztgenannten Erscheinung sollte man erwarten, dass der Schatten am Mondrande weniger dunkel d. h. der Schattenradius kleiner sein sollte, als im Innern der Mondscheibe. In der That fand auch Herr Seeliger aus den Beobachtungen am Mondrande allein einen kleineren Werth von V, als aus allen Beobachtungen zusammen. Der Verfasser hat nun die R der zuverlässigeren Beobachtungsreihen nach dem Winkel F geordnet, wobei sich das folgende Resultat ergab:

F	SCHMIDT und Mädler	Alle anderen Beobachter
$0^{\circ} - 10^{\circ}$	+ 13.6 (5)	+ 19"0 (3)
10 - 20	+ 0.1 (57)	+ 4.3 (75)
20 - 30	+ 2.3 (236)	+ 3.3 (262)
30 - 40	<b>—</b> 0.5 (119)	+ 3.7 (108)
40 — 50	- 0.4 (258)	- 1.4 (248)
50 - 60	- 0.2 (149)	-2.3(187)
60 - 70	- 2.1 (171)	- 2.2 (144)
70 - 80	+ 0.6 (33)	+4.2(15)
90	- 3.5 (29)	<b>—</b> 7.3 (61)

lock in day

dan debadnike

n sehr Addal

augualeha fine

and Imi Mitte

Franks 12737s

In diesen Zahlen spricht sich nun thatsächlich ein Gang in dem erwarteten Sinne aus, namentlich bestätigt die letzte Zeile das von Herrn Seeliger gefundene Resultat. Die gefundenen Correctionen sind aber, soweit sie überhaupt als sicher bestimmt zu betrachten sind, so klein, dass durch ihre Anbringung die Darstellung der Contactbeobachtungen kaum merklich verbessert würde. Bei schärferen Messungen darf jedoch diese Erscheinung nicht mehr ausser Acht gelassen werden.

# 12. Parabedeckungen und 3.34 %t. 12. anno2 12b azellere? Il

## Sichelbreiten, gemessen am Fadenmikrometer.

Während der sehr kleinen Mondfinsterniss am 10. Juni 1835 maass Mädler am Fadenmikrometer zehnmal die Pfeilhöhe des verfinsterten Theiles und veröffentlichte die Berechnung dieser Messungen zuerst in den A. N. Bd. 12, pag. 367, später noch mit denselben Zahlen in der Selenographie pag. 144 und in den Beiträgen zur physischen Kenntniss der himmlischen Körper pag. 53. Die dort gefundene Vergrösserung V=95.5 (Vergrösserungsfactor 1:28.3) weicht so sehr von allen anderen Beobachtungen ab, dass eine nochmalige Bearbeitung dieser wenigen Messungen erwünscht erschien, zumal da die Mädler'sche Berechnung durchaus nicht einwurfsfrei ist: aus den zehn directen Messungen bildet er zuerst auf eine höchst willkürliche Weise sechs Mittelwerthe, aus denen dann durch eine Interpolationsformel das Maximum der Schattenbreite abgeleitet wird. Indem Mädler hieraus dann den Werth von V berechnete, übersah er noch den Einfluss der Parallaxe, der bei dem tiefen Stande des Mondes die gemessene Strecke um etwa 10" zu gross erscheinen liess.

Die Originalmessungen sind:

46h 44m 7 Stz. Berl.	25R7421	46h 59m8	Stz. Berl.	33R027	r
43.2 dos8 sel	34.298 r	47 4.2		27.364	1 8
irde die 18.16 sche	34.270 r	3.2	m exilie	32.490	r
53.2	26.078 1	4.6 Unio	nach an	27.746	lo
58.2	26.8031	8.7		28.368	1
Coinc. =	= 30 <sup>R</sup> 038	1 R =	44.200		

Aus den Hansen'schen und Leverrier'schen Tafeln ergeben sich 

	1838	HOLLER SERVINER
$\theta = Mittl.$ Greenw. Zeit	Juni 10.440	10.460
l = Länge des Mondes	259° 7′ 52″5	259° 25′ 48″.0
b = Breite des Mondes	- 0 59 44.4	-1 1 22.0
$\pi=$ Parallaxe des Mondes	1 0 48.9	1 0 48.5
h = Halbmesser des Mondes	16 35.9	16 35.8
	259 14 55.5	259 16 4.3
II = Parallaxe der Sonne	8.7	8.7
H = Halbmesser der Sonne	15 46.5	15 46.5

und hieraus nach I, pag. 388 die folgenden Finsternisselemente:

$$t_0 = 10^{\rm h} \, 35^{\rm m} \, 44^{\rm s} \, 44^$$

bestung dieser wenigen Messungen etwinscht erschien, zumal du

Obwohl sich die Hansen'schen Tafeln zu jener Zeit den Beobachtungen sehr gut anschliessen, so wurde doch der Versuch gemacht, den Mondort durch gleichzeitige Beobachtungen zu sichern, da ein Fehler in der Mondbreite mit seinem vollen Betrage in V eingeht. Besonderen Nutzen hoffte der Verfasser aus der Bedeckung von 9 Ophiuchi zu ziehen, welche am selben Abend stattfand. Es fanden sich jedoch nur Beobachtungen aus Ortschaften vor, für welche die Bedeckung so nahe central war, dass eine Breitenbestimmung ausgeschlossen erscheint. Die in den A. N. Bd. 13, 14 und 17 publicirten Beobachtungen lieferten die folgenden Bedingungsgleichungen; da sich bei dem geringen Breitenunterschiede der Beobachtungsorte die Mondparallaxe nicht bestimmen lässt, so wurde die Hansen'sche, deren Fehler nach anderen Untersuchungen ja auch 0.5 kaum überschreitet, als fehlerfrei angenommen.

finsterien Theiles und

Fergrösser ung Paris

Krakau E: 
$$+0...7 = dh + 0.89 d\alpha + 0.20 d\delta$$
Breslau E:  $+1.1 = dh + 0.89 d\alpha + 0.47 d\delta$ 
Breslau A:  $+2.5 = dh - 0.70 d\alpha + 0.64 d\delta$ 
Greenwich A:  $+3.9 = dh - 0.81 d\alpha + 0.44 d\delta$ 
Altona E:  $+3.6 = dh + 0.90 d\alpha + 0.10 d\delta$ 
Wilna E:  $-0.2 = dh + 0.85 d\alpha + 0.36 d\delta$ 
Königsberg E:  $+3.5 = dh + 0.87 d\alpha + 0.29 d\delta$ .

Der Mondort ist nach Hansen gerechnet, während als mittlerer Mondhalbmesser nicht Hansen's Werth 15'34"1, sondern der aus Sternbedeckungen und Heliometermessungen folgende Werth 15'32"8 angenommen wurde. Die Königsberger Beobachtung wurde um + 1<sup>m</sup> verbessert.

Aus obigen 7 Beobachtungen folgen die Normalgleichungen:

$$+ 45.710 = + 7.00dh + 2.89d\alpha + 2.20d\delta + 2.80 = + 2.89dh + 5.02d\alpha + 0.17d\delta + 4.95 = + 2.20dh + 0.17d\alpha + 0.89d\delta,$$

von denen jedoch die letzte, abgesehen von  $d\alpha$ , fast genau der dritte Theil der ersten ist, so dass sich also dh und  $d\delta$  nicht scharf trennen lassen. Bestimmen wir  $d\alpha$  aus der zweiten Gleichung, so folgt aus der ersten und dritten nahezu identisch:

$$d\delta = +$$
 6"42  $-$  2.54  $dh$  resp.  $d\delta = +$  5.52  $-$  2.39  $dh$  oder im Mittel  $d\delta = +$  6.16  $-$  2.50  $dh$  .

Für die oben angegebenen Werthe von h, die man etwa als Grenzwerthe ansehen kann, würde man also erhalten

$$d\delta=+$$
 2″.81 resp.  $d\delta=+$  6″.16 während gleichzeitig  $d\alpha=-$  0″.30 resp.  $d\alpha=+$  0″.35

würde. Jedoch ist die Bestimmung von  $d\delta$  ganz unsicher, da z. B. die strenge Auflösung der Normalgleichungen  $d\delta = -7.5 \pm 6.3$  ergiebt.

Wesentlich zuverlässiger sind die gleichzeitigen Meridianbeobachtungen des Mondes:

- 1) Wien, Juni 10 (A. N. 12, pag. 368)  $d\alpha = +0.02$   $d\delta = -3.6$
- 2) Greenwich, Juni 9, 10, 11 (Greenw. Obs.) + 0.03 + 0.9

  Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

Die Greenwicher Declination liegt in der Mitte zwischen der durch die Sternbedeckung gezogenen Grenze und der Wiener Beobachtung, auch stimmen die drei gemittelten Abende sehr gut unter einander. Hiernach dürfen wir annehmen, dass der Hansen'sche Mondort kaum über 1" fehlerhaft sein wird.

Die Berechnung von Mädler's Messungen wurde nach den Formeln des § 8 ausgeführt, nur war, da die Breite des verfinsterten Theiles gemessen wurde, 2h - D' statt D' einzusetzen. Um eine Controle zu erleichtern, seien die folgenden Hülfsgrössen mitgetheilt:

9	$g_{0}$	P	lgλ	$\lg \frac{h_0}{h}$	B STILL	ω
10h 30m	_5° 23.'7	198° 51.'5	0.00370	9.99830	- 9.6	45′ 11″5
40		191 44.8		828	-9.9	11.1
50	**************************************	184 40.6	378	827	-9.0	9.6
11 0		177 44.7	378	826	-6.6	7.2

Die vorletzte Columne enthält das parallaktische Glied

$$\varepsilon = \zeta h_0 \sin \mu \cos P$$
,

während die anderen Bezeichnungen in §8 erklärt sind. Die Endresultate der einzelnen Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Nr. 2		$\omega'$	V	R
4 -	19192	46' 34".4	+ 1' 22".7	+ 54
2	190.4	46 32.3	1 20.9	+ 3.3
3	185.6	46 42.4	1 31.7	+ 14.1
4	184.8	46 34.6	1 24.1	+ 6.5
5	182.1	46 23.8	1 14.3	- 3.3
6	181.2	46 21.4	1 12.2	- 5.4
7	180.4	46 45.9	1 7.0	- 10.6
.8	179.4	46 18.8	1 10.4	- 7.9
9	178.6	46 21.5	1 43.5	- 4.4
10	176.4	46 26.6	1 19.6	+ 2.0
368		Mittel V. :	= +1 17.6	30 A 30

Die von uns gefundene Vergrösserung V=77.6 ist nun erheblich kleiner als Mädler's Resultat 95.5; der Unterschied erklärt sich zum Theil durch den Fehler von 6" in der Burckhardt'schen Mondbreite, zum Theil (10") durch die Vernachlässigung der oben mit  $\varepsilon$  bezeichneten Reduction auf den Erdmittelpunkt.

Behandeln wir die Reste  $R=V-V_4$  als zufällige Beobachtungsfehler, so wird der m. F. einer Beobachtung  $=\pm 7\rlap.48$ , so dass also diese Messungen den besten Contactbeobachtungen an die Seite zu stellen sind. Interessant ist die sehr deutlich ausgesprochene Wellenform in den Werthen von R, die auf eine gleichmässige Schwankung in der Auffassung des Beobachters oder in der Durchsichtigkeit der Luft schliessen lässt. Der m. F. des Endresultates  $V=77\rlap.6$  ergiebt sich zu  $\pm 2\rlap.37$ ; schlagen wir hierzu noch eine Unsicherheit des Mondortes von etwa  $4\rlap.6$ , so dürfen wir obigen Werth als auf etwa  $4\rlap.6$  sich er bestimmt ansehen. Auf alle Fälle bleibt somit das Resultat bestehen, dass bei dieser sehr kleinen Finsterniss der Schattenradius um fast  $30\rlap.6$  grösser erschien, als es sonst der Fall ist, eine Erscheinung, die nach den Ergebnissen des vorigen Paragraphen vollkommen erklärlich ist.

Nur wenig grösser, als die soeben besprochene war die partielle Mondfinsterniss am 22. Mai 1872, bei welcher Schmidt die Breite des Schattensegmentes auf der Mondscheibe genau in der gleichen Weise wie Mädler maass. Die zwanzig Beobachtungen sind in dem zu Potsdam befindlichen Manuscript gleichzeitig mit den daraus berechneten V zusammengestellt. Eine Neureduction dieser Messungen war für unseren Zweck weder nöthig, noch auch ausführbar, da der Schraubenwerth des Mikrometers nicht mit genügender Sicherheit ermittelt werden konnte. Schmidt hat, genau wie bei seinen Kraterbeobachtungen, jedenfalls Mädler's Formeln für seine Rechnung benutzt, so dass wir an seinem Resultate hauptsächlich noch die parallaktische Libration & anzubringen haben, welche, wie eine kurze Rechnung ergiebt, zur Zeit der Mitte der Finsterniss die gemessene Pfeilhöhe, also auch den Schattenhalbmesser um 9"3 zu klein erscheinen liess.

Die nach Newcomb berechnete Verbesserung der Hansen'schen Mondbreite beträgt + 1.0, und da der südliche Rand des Mondes vom Schatten getroffen wurde, so haben wir auch noch um diesen Betrag den von Schmidt berechneten Schattenradius zu vergrössern. Schmidt fand die folgenden Werthe von V, neben die ich gleich die entsprechenden R setze:

29\*

Book Z. Most	on Valux als R-V	M. Z.	deln Vin die	R
12h40m9	+ 44.3 - 4.0	12h55m4	+ 48.9	+ 06
43.5	42.1 - 6.2	56.5	44.5	- 3.8
45.2	43.4 — 4.9	58.2	51.2	+ 2.9
47.5	44.0 - 4.3	59.0	42.9	5.4
49.2	43.3 - 5.0	13 0.4	44.9	- 3.4
50.4	44.2 4.1	2.3	49.8	+ 1.5
54.7d	50.7 + 2.4	3.9	50.8	+ 2.5
52.6	+8.9 + 0.6	11.0	60.6	+ 12.3
53.6 A	45.2 - 3.1	19.44.9	57.9	+19.6
		12.8		+ 11.0
schien, als a	ast 30" grösser er	Mittel V =	= + 48.3	sterniss ade
rgebnissen de	Verbes	serung	+ 10.3	

mithin beobachtete Vergrösserung  $V_{1} = +58.6$ .

Es ergiebt sich  $\Sigma R^2 = 593.61$ , also der m. F. einer Beobachtung ± 5".59. Auch diese Reihe liefert also einen Beweis für die Schärfe dieser Beobachtungsart, jedoch zeigt sich auch hier wieder eine starke Schwankung in der Auffassung des Beobachters: die drei letzten Einstellungen, welche durch eine etwas grössere Zwischenzeit von den übrigen getrennt sind, ergeben plötzlich einen über 10" grösseren Schattenradius. Der Mittelwerth  $V_1 = 58.6$  ist auch hier wieder erheblich grösser, als die sonst von Schmidt beobachtete Vergrösserung (46.44 im Mittel aus 948 Beobachtungen) und bildet somit eine Bestätigung des oben gefundenen Resultates. Rechnung benutzt, so dass wir an seinem Resultate hauptsächlich noch

## kurze Rechning bergiebt, zur Zeistder Mitte der Finsterniss die ge-

die parallaktische Libration e anzubringen haben, welche, wie eine

# Heliometer-Sichelbreiten.

Die nun folgenden Messungen wurden sämmtlich während der nahezu totalen Finsterniss am 11. Mai 1892 ausgeführt, weshalb ich zunächst die allgemeinen Reductionselemente vorausschicke.

Aus den Ephemeriden des Nautical Almanac folgen die beiden Schungt fand die folgenden Werthe von V. neben die ich glei: ratro

sich zum Theil durch den Fehler von er extea A mehnedergelne

klein erscheinen lies

Month par To

m Wie Rollen

zu setzen

durz vor der Finsterniss ergabs -

9	1892 1	Mai	11.42	20	- 04	1.49	90
l	231°	12'	17.9	Jamil	232°	2'	34.2
<i>b</i>	hone so	23	24.3		_	28	2.7
$\pi$		54	21.6				22.6
h		14	49.0	ish		14	49.3
1	234	37	9.3		234	41	12.3
П	01.1 +		8.8				8.8
H	demoitise	15	51.0	anally.	4	15	51.0

und hieraus die Finsternisselemente:

der drei Blendretter abgrettingt

$$t_0 = 10^{\rm h} 53^{\rm m} 23^{\rm s} 8$$
 $\log e = 3.189274 \, {
m n}$ 
 $\log dS = 9.663568$ 
 $v = -5^{\circ} 43'.9$ 
 $q = -15 \, 4.0$ 
 $\omega_{a_2} = 38' 39''.8$ 
 $t = 44.1$ 
 $u = 9.92$ 

Für den Beobachtungsort Leipzig wurden nun die folgenden Grössen tabellarisch gerechnet:

9	$\alpha - \alpha_0$	8	$\log h$	$g-g_0$	$\log \mu$	Z	$\eta = g_0$	logz
9h20m	+15'44."5	-19° 8′59″6	2.95080	-4.9	3.4951	74° 5′34″.7	-16034.6	6.4200
36	13 30.6	12 8.2	093	4.2	930	73 934.4	14 14.3	23
52	44 12.7	15 13.8	104	3.5	911	72 22 34.4	11 49.6	44
10 8	8 51.6	18 16.2	113	2.8	896	71 44 42.7	9 21.1	54
24	6 28.0	21 15.2	121	2.1	884	74 46 26.0	6 49.6	62
40	4 2.4	24 10.9	127	1.3	876	70 57 54.1	4 15.9	68
56	+ 4 35.5	27 3.2	131	- 0.5	873	70 49 15.7	- 1 40.8	70
11 12	- 0 51.9	29 52.0	133	+ 0.3	874	70 50 35.2	+ 0 54.7	70
28	3 49.4	32 37.3	133	1.1	879	74 1 52.2	3 29.8	67
44	5 45.5	35 19.2	434	1.8	888	74 23 4.7	6 3.7	60
12 0	8 40.3	37 57.5	127	2.6	904	74 53 54.4	8 35.5	51
16	10 32.9	40 32.3	122	3.4	918	72 34 15.7	14 4.3	37

Die Grössen z,  $\eta$  und  $\varkappa$  dienen zur Berechnung der Refraction nach den Formeln

$$R = - \varkappa \, \operatorname{tg^2} z \, \operatorname{cosec} \, 4' \, \sin \left( P' + J - \eta \right) \, \cos \left( P' + J - \eta \right) \\ \lambda = 4 + \varkappa + \varkappa \, \operatorname{tg^2} z \, \cos^2 \left( P' + J - \eta \right) \, .$$

z ist gerechnet für B=756.2 mm, T=+44.0 C. mentalverbesserung J bestimmt sich nach der Formel

$$J = -P_{\scriptscriptstyle 0} + c \, \operatorname{tg} \delta - n \, \sec \delta - s \, \sec \delta \, \cos (\tau - \tau_{\scriptscriptstyle 0}) \, ,$$

worin nach der am 9. Mai ausgeführten Aufstellungsbeobachtung zu setzen ist

$$c = + 1.31$$
  $n = -0.63$   $s = + 1.40$   $\tau_0 = -72^{\circ} 5'$ 

während sich für den Nullpunkt des Positionskreises aus der Beobachtung des Normalbogens 4 Virginis - 6 Virginis am 11. Mai kurz vor der Finsterniss ergab:

$$P_{_0} = 88^{\circ} 58.04$$
.

Aus Dr. Peter's Messungen des Perseusbogens ergab sich der Scalenwerth

$$\log \sigma = 4.3369714$$

$$\begin{pmatrix} \text{berechnet für Säulenthermometer} &= + 13.0, \\ \text{Kopfthermometer} &= + 13.6, \\ \text{Ocularscala} &= 10.10 \end{pmatrix}$$

und aus dessen Parallaxenmessungen am 8. und 9. Mai der Coincidenzpunkt

wieder erheblich großer, 
$$b=+$$
 0953. von Somme beobachtere

Die Theilung geht, wie hier nur kurz bemerkt werden soll, auf der einen Scala (A) von 0 bis 400, auf der anderen (B) von 400 bis 800 und es wird immer ein Strich von A zwischen zwei Striche von B eingemessen, resp. bei den vorliegenden Beobachtungen zur Beschleunigung der Messungen auf 0.4 Pars eingeschätzt. Steht bei Coincidenz der beiden Brennpunkte dann der Strich A = 0 über B = 400 + b, so hat man bei Messung irgend einer Distanz D stets

$$\pm D = B - (A + 400) - b$$
.

In der folgenden Tafel sind unter d die gemessenen Werthe von B - (A + 400) aufgeführt, unter K sind die Zeiten des Sternzeit-Chronometers »Kessels«, unter P' die abgelesenen Positionswinkel Die Chronometercorrection war

$$12^{h}39^{m} \text{ Corr.} = -51.80$$
 $17 4 = -53.10$ .

Die Messungen wurden von den beiden Beobachtern Prof. Bruns und Dr. Peter abwechselnd in der Weise ausgeführt, dass jeder Beobachter hintereinander acht Einstellungen machte, während der andere nachschrieb und die Zeiten notirte; hierauf wurden die Rollen vertauscht. Nach der zweiten und sechsten Einstellung wurden die Schieber durchgeschraubt. Die Messungen erfolgten immer längere Zeit bei fest eingestelltem Positionskreis und der Positionswinkel wurde erst geändert, wenn die Schnittlinie eine merkliche Neigung gegen die Pfeilhöhe annahm. Bei einem Theile der Messungen wurde das im § 8 mit (2) bezeichnete, innen liegende Mondbild durch eines der drei Blendgitter abgedämpft, von denen das erste aus einer, das zweite aus zwei und das dritte aus drei Lagen Drahtgaze besteht; 0 habe ich in die mit G überschriebene Columne gesetzt, wenn kein Gitter benutzt wurde. Die vor und zwischen diesen Sichelbreiten gemessenen Sehnen folgen in genau gleicher Anordnung im nächsten Paragraphen.

Beob- achter	P	,	G	K	184	1	Beob- achter	I	18	G		K	638	1
р	3340	0.'2	3	14h17m28	38	-23º85¹)	В.	3340	0.2	0	14h39	m20s	(A)	9P2
9.8				17 49		-23.8	3.1	20000		81	39	39	-	8.9
				18 20		+24.6	0.4	100		83	39	57.5	+	9.3
			143	18 38	2	+24.05	0.8			28	40	16	+	8.9
	1 3444		TE.	18 57		+23.4	0.6			F	4.0	38	+	9.4
	1 11/1/1		1.4	19 27		+23.3	0.1			26	40		+	9.4
6.8			201	19 59	500000000000000000000000000000000000000	-22.1	8.8			11	44		-	8.3
			61,	20 25	25 (25 )	-21.95	2.1			a r	4.1		-	8.4
В.	334	0.2	3	14 20 56	5.5	-21.4	P.	343	0.0	2	14 47	29	+	7.3
6.9	200 Calculation			24 37		-21.4	1.6			12	47	54	+	6.9
7.7	5.4		81	24 10	.5	+19.9	6.8	4		TP	48	26	-	5.9
	E-91 14		33,	24 30	.5	+19.7	6.3	1		81	48	3 40	-	5.95
	121		300	24 57	1	+18.8	8.0	129		81	4.8	3 56	-	5.5
8.0	1		ST.	25 33		+18.0	0.7	140		84	49	9	-	5.6
	100		816	26 38	3	-16.5	0.8	159		9.P	45	43	+	6.9
	17.16		OS.	27 6	3 0 4	$-17.1^{2}$	To	- 1		61	49	59.5	+	6.95
P.	331	0.2	0	14 35 46	8	-11.5	B.	313	0.0	2	14 50	50	4	5.9
0.9	A-hor	.06	10	36 7		-11.2	to 16. G	den		95	54	25	+	6.0
	12.13		58	36 35	200	+12.95	7.3	+		lik.	59	22.5	-	4.8
	64		55	37 0	2000000000	+12.6	ALS.				59	42.5	-	5.0
T SIE	#+ (f)	of the	18			+11.9	12500			65	53	23	-	4.5
	Bt.		20	37 39		+11.05	G, T	+1		50	53	39	-	4.0
		1,61	05	38 9	2.2.003	-10.5	6.53				54	28	+	4.8
	Sen d		18	38 28		-10.5	146.0	MITS L		56	54	47.5	+	5.0

Beob- achter	P'	G	K A	A Total	Beob- achter	I D'	G	K	1
теР.	343° 0.'0	0	14h57m42s	+ 4º5	P.	294° 0.′0	La	I who t my os	L MON
			K7 K7	+ 4.8	r.n	2941 0.0	U	15 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 58 <sup>s</sup> 25 17	- 7995 - 8.3
nallo	H oill na	104	58 13	- 3.9	molis.	nd die	P	25 39.5	+10.3
oib a	wurde	and a	58 30	- 3.3	au m	r zweite	The	26 5	+10.0
overe	III Baci	1	58 46	- 3.3	Party		m	26 26	+10.8
0 100	ist Tomi		59 4	- 3.4	4 910	.idaa	III:	26 46	+11.05
inkel	Manonia	da.	19 59 47	+ 4.9	Positi	telltem	193	27 6	- 9.8
STHIS	che Ne	J.	59 34	+ 5.0	2 - 41	wenn	12 UM	27 25	-10.2
B.	343 0.0	0	15 0 29	+ 3.5	В.	280 0.0	3	15 30 46.5	+ 9.8
	Carried Physics	1	0 45.5	+ 3.2	100	-00	"	30 35.5	+10.0
	duncho	Hit	4 5.5	- 2.1	di <sup>U</sup> ,9	zeichne	u	34 3	-11.1
adha	ins miner	10	1 25	- 2.3	r Ala	abgedäm	7	34 47	-11.0
· tdol	eaze bes	1.5	1 42.5	- 2.1				34 34	-11.0
CHION.	sour over	7111	1 01.0	- 2.3	BROHN	DESD I	THE	34 48.5	-11.2
venn	selzl,	8		T T T T T T T T T T T T T T T T T T T	berse	u I dim		32 46.5	+12.0
-ledo	esen Si	6	2 36	+ 3.5 4)	dies	rerseush	og	32 33	+44.7 6
P.	305 30.0	0	15 9 37	- 3.7	Р.	245 0.0	3	16 8 21	-38.9
141 .6	111111111111111111111111111111111111111	-	9 56	- 3.9	a55101	mennee	1	8 40.5	-39.1
			40 43	+ 5.0		.0		9 17	+40.2
Als		10	10 31	+ 4.8	er =	- 13		9 33	+39.9
			10 46	+ 5.2				9 54	+39.7
		-	11 2	+ 5.4				10 6	+40.6
P			11 21	- 4.2	1			10 45.5	-40.9
			11 36.5	- 4.0				11 3	-41.1
B.	305 30.0	0	15 12 17	- 2.8	B.	234 30.0	3	16 12 34	-42.8
8.8	57.5 +	08	13 5.5	- 3.4	8.8	- 61	D.F.	13 0	-43.2
0.8	16.5	39	13 41.5	+ 4.9	4.00	12 02	87	13 56	+44.3
4.0		04	13 57.5	+ 5.0	60.2		35	14 15	+44.8
9.4	-1001		14 18.5	+ 5.0 + 4.9	Bar &	turz The		14 39	+45.4
8.8		11	14 44.5	- 3.8	0 1 6	E Bear	100	14 56.5	+45.8
8.6	- 99	16	15 3	- 4.2	4.95	25.5	10	15 29.5 15 54.5	$-45.9 \\ -46.7$
80	e camo o		AA SEER LESSEE	T OLD	onde	Abg. T	21	10 04.0	-40.1
P.		0	15 17 23	- 4.9	P.	234 30.0	3	16 17 7	-47.5
		V.	17 41	- 5.4	100	87	8	17 28	-46.9
89.8	CD CUPES		17 58	+ 6.5	6.6		5	18 4	+47.7
19/9		81	18 19 18 35	+ 6.3	10.6			18 22	+48.8
10.0	= 100		18 50	+ 6.8 + 7.0	M 3.8		8	18 52	+49.3
	+ 84		19 8	- 5.9	8,0		180.30	19 6 19 44.5	+49.6
6.95		01	19 21.5	- 5.7	7.12		3	20 4.5	-49.7 $-49.1$
R	904 00	0	15 00 97						- 11040000
10.0	294 0.0	1000	15 20 37 20 54	- 5.4 - 5.3	300	234 30.0			-51.7
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	The second secon	144	24 50	+ 7.3	184	r K Sin	-		-52.0
		88	22 7.5	+ 7.2	8.95		8	100000	+53.2
		861	22 20.5	. 14 10	0.8		8		+53.8 +53.8
BOS COL		BG	22 35	+ 7.5	cifel	Warse T	3		+53.4
8.1			22 47	G K	1.05 T.6.0			200	-53.8
	4. 8.74		23 43.5	- 6.5 5)	Party I	100 100	301	24 25.5	-0.0

1.1 + 0.4 +

Beobachter	P'	G	K	1		
Р.	234°30.′0	3	16 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> 38 <sup>s</sup> 5 25 55	- 54.9 - 54.6		
82 800 5	2. 11 m 11 km		26 30 26 47	$+56.5 \\ +57.0$		
117.87 6			27 4 27 17.5	+ 56.3 + 57.0		
17.33	0.81 51		27 54.5 28 7	-57.0 $-56.8$ 7		

Anmerkungen der Beobachter: 1) Die Einstellung bei Gitter 3 so, dass der Helligkeitsunterschied an der Contactstelle verschwand. 2) Die Nordhälfte heller als die Südhälfte der Mondscheibe. 3) Längs der Sichel ausgesprochen graublau. 4) Mondscheibe im Osten und Westen aschroth, West heller als Ost, im Süden längs der Sichel graublau. 5) Hörner verwaschen, Rand im Erdschatten sehr hell. 6) Hörner besser (es folgt nun wieder eine Reihe Sehnenmessungen). 7) Der Schatten merklich schärfer, als bei der entsprechenden Phase des Beginns.

Zur weiteren Vereinfachung der Rechnung konnten nun noch diejenigen Grössen tabellarisch gerechnet werden, welche neben der Zeit noch vom eingestellten Positionswinkel P' abhängen; es sind dies die folgenden:

9	N. W	7	lg A	3	x	ω	9	W.	lg A	3	x	ω
10 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup>	2210	6.5	4.3349	7 -5.3	24000	38'50"3	10h58n	195°37.	9 4.33536	5-5"8	19408	38'36"
10	E.av	6.5	9	7 5.3	236.8	49.0	11 4	38.			188.4	
14	V.	6.6	9	6 5.4	233.6							00.0
1.48	0.83	6.6	9	6 5.4	230.5	46.5	11 6	184 9.	1.33555	-6.7	186 7	38 37 9
0.22	1830	6.7	9	5 5.5	227.3	45.2	4.4		57		180.8	THE PROPERTY OF THE PARTY OF TH
26	6.6	6.7	9	4 5.6	224.1	43.9		10.01 10.0			174.9	
30	18.0	6.8	9	4 5.6	220.9	42.6	11.00	100	The same	0.0	114.0	00.0
34	asc	6.8			217.7		11 20	170 12.	4.33573	-9.0	172.8	38 39.8
36	203	5.7	1.3352	5.3	217.5	38 41.0	11 58	135 20.9	24.33564	-40.3	149.1	38 47 4
0.40	2.9	6.0	2	5.2	213.4	39.9	destibu	208 4 B	TE IS	12	0.028	
8.44	E.31	6.4	.08 2	5.0	209.4	38.7	12 1	124 50.	4.33546	-10.9	153 4	38 46.5
48	lamig	6.8	2	2 4.8	205.3	37.6	9	54.4			148.6	
52	fa da	7.4	2	2 4.7	204.3	5711100 7000		51.7		2000	143.7	

Schon ein Blick auf die vorstehenden Messungen zeigt, dass dieselben keine sehr grosse Genauigkeit besitzen und es wurden daher für die weitere Rechnung je zwei auf einander folgende Einstellungen zu Mittelwerthen vereinigt, für welche sich dann die folgenden Werthe der beobachteten Vergrösserung V ergaben:

					PETE	R			d.b.		Bri	UNS		
	9		G	D'	V	R	$R_4$		9	G	D'	V	R	R'
10	h 61	n 37:0	3	24º35	+43.2	+ 4."5	- 1.2	40h40n	1487	3	21993	+34.7	- 96	- 12"2
	7	27.4	1	23.79	42.7	+ 4.0	- 4.7	43	17.9		19.27	100 200 1940	1 MIN 2 TEL	- 2.9
	8	10.2		22.67	52.9	+14.2	+ 8.5	14	12.2		17.87	60.5	+16.2	+ 13.6
	9	10.6		22.55	38.8	+ 0.4	- 5.6	15	48.9		17.33	48.3	30.00	+ 1.4
	24	51.9	0	11.88	47.3	+12.6	+ 5.7	28	24.3	0	9.58	57.0	+ 1.3	- 4.5
	25	42.7	1	12.25	30.3	- 4.4	-11.3	29	1.5	0.3	8.57	74.7	I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	+ 10.2
	26	25.6	10	10.95	49.4	+14.7	+ 7.8	29	40.8	19	8.72	62.2	+ 6.5	+ 0.7
	27	13.5	bo	11.03	39.4	+ 4.7	- 2.2	30	13.7	150	8.83	55.0	- 0.7	- 6.5
	36	34.9	2	6.57	36.3	- 2.4	+ 3.3	40	0.3	2	5.42	38.4	- 5.9	+ 0.3
	37	26.2	200	6.45	32.9	- 5.8	- 0.4	44	25.4		5.43	30.6	THE RESERVE OF THE PARTY OF THE	
	37	55.7	HI.	6.08	37.4	- 4.3	+ 4.4	42	23.4	q	4.78	39.7	- 4.6	+ 4.6
	38	44.2	8	6.39	25.4	-43.3	- 7.6	43	30.0	dsd	4.37	43.6	- 0.7	+ 5.5
	46	41.2	0	4.12	38.0	+ 3.3	+ 2.1	49	28.4	0	2.82	59.6	+ 3.9	+ 1.4
	47	13.4		4.13	36.7	+ 2.0	+ 0.8	50	6.3		2.73	60.8	+ 5.4	+ 2.6
	47	45.0	15	3.88			+ 4.7	300000000000000000000000000000000000000	44.0	70	2.73	60.3	+ 4.6	+ 2.1
	48	15.4	lat	4.43	28.5	- 6.2	- 7.4	51	19.1	P. I	3.12	52.3	- 3.4	- 5.9
	58	36.4	0	4.33	32.5	- 2.2	+ 0.1	11 1	30.3	0	3.48	60.6	+ 4.9	+ 7.9
	59			4.37		- 1.1	+ 1.2	2	38.4		4.42	47.8	- 7.9	- 4.9
	59	43.4		4.62			- 1.8	(222)	44.6	31.	4.42	54.0	- 4.7	201.7
11	0	18.1	10.	4.63	32.8	- 4.9	+ 0.4	3	42.6		4.53	51.5	- 4.2	- 1.2
		20.3		H 7087536340			+ 4.9	7322.00	31.8	0	5.73	57.1	+ 1.4	+ 6.7
		56.7	7	5.87			+ 1.9	1 - 1 V - SAVO	46.4		6.72		- 7.8	
		30.6	8.	6.37	100 100 100 100 100 100 100 100 100 100		- 4.4		15.3		6.97	400.000	- 8.5	
	8	2.8	0.8	6.33	34.0	- 0.7	+ 0.5	0.844	47.6	0 0	7.03	49.6	- 6.4	- 0.8
		54.5	0	108/67/2015			+ 9.9	0.19074	12.2	3	9.37	68.2	+23.9	+20.4
	14	39.4	100				- 0.5	The second second second	56.4	4 1 1	44.58	1.00	-12.5	
	15	22.8	100	10.39	明日本(10) 13 所の(10)		- 7.3	1000000	27.2	5 7 1	11.63	THE RESERVE OF THE PARTY OF THE	- 6.6	
	16	2.2	0.0	10.53		- 6.8	- 2.1	21	10.7	5 4	11.32	53.7	+ 9.4	+ 5.9
	57	10.6	122	39.53	44.6	-23.9	-14.6	12 1	26.0	3	43.53		- 6.2	12007
	58	4.6		39.52	CALL STATE OF STATE O		THE RESERVE OF THE PARTY OF THE	2	11200000000		44.02		+10.2	
	58	38.0		39.62		THE RESERVE OF THE PARTY OF THE	+ 15.1		26.5		45.07		+ 2.5	
	59	33.5	0.0	44.53	53.6	-14.9	- 5.6	7.884	20.5	9 9	46.83	39.4	-46.3	-13.8
12	5	55.8	13302611	47.73	100000000000000000000000000000000000000	10.000		1.010	22.3	3	52.38		- 5.5	
	6	51.1		47.72		THE RESERVE OF STREET	+10.3		24.1	14	52.97	100 TO 10	+ 4.9	
	7	37.0		48.92	10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1	1	+ 1.0	10 3 57 7 25 14	55.7		53.07	70.2	+14.5	+12.0
	8	30.8		49.93			- 1.5	1174	51.1		54.88	CACTO SAN	- 3.8	
	14	23.6	3	55.28	78.3	+ 9.8	- 4.4	or one	echn	334		diel lw	CANTO !	
	15	15.2		56.22	77.7	+ 9.2	- 5.0	0.0		3	531	98	453.4	
	15	47.4		56.12				1 Vere	TOOTT	211	TerritriA"	UNS A	linger	
	16	35.6	di	57.43	82.5	+14.0	- 0.2	achtet	doed	Total	b of	1877	render	



bei den

Nach dem früher Gesagten vereinigen sich naturgemäss je vier dieser Resultate zu einem Satze, innerhalb dessen man das Aussehen des Schattens sowie die Auffassung des Beobachters als einigermaassen constant annehmen darf. Die also auf je acht Einstellungen beruhenden Satzmittel ergeben sich wie folgt:

mer ges	PETER	r summerlesh	onic Cine	BRUNS	bnealga	
9 18	G	mahi $oldsymbol{V}_{i,j}$ aib	9	G	Market Visites	
40 <sup>h</sup> 8 <sup>m</sup>	3	+ 44"4	10h 14m	3	+ 469	
26	0	41.6	29	0	64.5	
38	2	33.0	42	2	38.4	
48	0	35.9	50	0	58.2	
59	0	32.4	11 3	0	52.7	
11 7	0	33.5	44	0	50.4	
15	0	30.0	20	3	47.8	
58	3 3	59.2	12 3	3	53.2	
12 7	3	63.6	12	3	58.2	
16	3	82.7	berechnen	entre	n Mittelwa	

Die Resultate sind so neben einander gestellt, wie sie zeitlich auf einander folgten und man sieht hier deutlich, wie verschieden die Auffassung der Schattengrenze, selbst bei Benutzung des gleichen Instrumentes, für zwei Beobachter sein kann. Leider wurde durch die wechselnde Anwendung der verschiedenen Blenden die Gleichmässigkeit der Beobachtungsart so gestört, dass die einzelnen Zahlen nur noch schwer mit einander zu vergleichen sind.

Da durch die Heranbringung des hellen Mondrandes an die verwaschene Schattengrenze die ruhige Auffassung der letzteren sehr beeinträchtigt werden musste, so konnte man sich allerdings von der Abblendung des inneren Mondbildes eine Steigerung der Genauigkeit der Einstellungen versprechen; allein die vorliegenden Messungen liefern den Beweis, dass durch Anwendung des Gitters sicher nicht viel gewonnen wird.

Zunächst zeigt sich, wenigstens beim Beobachter P., ein wesentlicher Unterschied zwischen den Messungen bei geringer und bei grosser Sichelbreite, so dass wir beide Gruppen nicht zusammenziehen können.

Innerhalb der ersten Gruppe (von 10<sup>h</sup> 8<sup>m</sup> bis 11<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>) fand

lurgemäss je vier

nan das Aussehen

en de	inigen si	PETER	Bruns
ohne	Blende	34.7	55.7
mit lo	des« Be	38.7	44.3

Zwischen Blende 2 und 3 wurde hier wegen des spärlichen Materials kein Unterschied gemacht. Hiernach scheint B. bei Benutzung der Gitter den Schatten etwa 11" kleiner geschätzt zu haben, während bei P. die Gitter umgekehrt den Schatten um 4" vergrösserten. Man sieht, dass die Wirkung der Blenden bei den zwei Beobachtern zufällig eine gerade entgegengesetzte war; jedenfalls wirkt das Gitter also nicht systematisch auf die Grösse des Schattens ein. Dürften wir hiernach von der Berücksichtigung der Blenden ganz absehen, so wollen wir doch, nur um für die scheinbare Genauigkeit der vorliegenden Messungen noch ein möglichst günstiges Resultat zu erzielen, die berechneten kleinen Unterschiede als reell betrachten und die Beobachtungsfehler unter Annahme der folgenden Mittelwerthe berechnen:

					PETER	BRUNS
be	i schmaler	Sichel	ohne	Blende	34"7	55.7
	v alve da		mit	ne Danie	38.7	44.3
be	i breiter	Sichel	mit	uere"zeo	68.5	55.7.

Die so gefundenen Fehler sind auf Seite 426 unter R angegeben und es folgen daraus als m. F. eines Mittels aus zwei Einstellungen:

		rgleich		PETER	Bruns
bei schmal	er Sichel	ohne	Blende	± 6"52	士 6.76
		mit	ru «ige	eib 8.07	11.58
bei breite	er Sichel	mit	od »	13.79	9.95.

Zunächst erkennt man bei beiden Beobachtern, dass durch Anwendung des Blendgitters die Schärfe der Einstellungen keineswegs gesteigert wurde. Am besten sind die Messungen der schmalen Sichel ohne Gitter.

Vergleichen wir die unter gleichen Bedingungen, also nur mit Blende, ausgeführten Messungen, so zeigt es sich, dass bei halb erleuchteter Mondscheibe P. den Schatten um ganze 30" grösser gemessen hat, als bei schmaler Sichel, während bei B. der Unterschied

hieden

ron

im gleichen Sinne nur 11" beträgt; ja, beide Beobachter finden sogar übereinstimmend in ihren letzten Messungen eine schnelle Zunahme des Schattendurchmessers, welche der schnellen Zunahme der erleuchteten Mondsichel parallel läuft. Wiederum sehen wir also die schon oft erwähnte Erscheinung vor uns, dass der Schattendurchmesser mit zunehmender Finsterniss kleiner wird, doch können wir auch hier nicht entscheiden, ob dieser Vorgang objectiv oder physiologisch ist.

Da durch diese Schwankung von V die oben berechneten Fehler möglicherweise (in der letzten Gruppe sicher) nachtheilig beeinflusst sind, so berechnen wir die Einstellungsfehler nun noch aus der Übereinstimmung innerhalb der einzelnen Sätze. Zieht man die Seite 427 zusammengestellten Mittel von den vier Zahlen jedes Satzes ab, so bleiben die Seite 426 mit  $R_1$  bezeichneten Reste übrig, aus denen wir nun folgende m. F. des Mittels aus zwei Einstellungen finden:

56 55 пен			PETER	Bruns
bei schmaler Sichel	ohne	Blende	士 5.75	士 5.54
eide Hölnerspitzen ger	mit	digo" ag	5.72	11.75
bei breiter Sichel	mit	»	9.67	10.36
im Mittel aus allen	Messu	ngen	± 8	3.45

Diese Fehler stellen, mit 1/2 multiplicirt, die Unsicherheit schnell aufeinander folgender Einstellungen auf denselben Punkt des Schattens dar, die also im günstigsten Falle noch 7.84, im Mittel aus allen Messungen 14.53 beträgt. Also selbst bei dieser günstigen Behandlung erreichen diese Messungen erst die Schärfe mässig guter Contactbeobachtungen, deren Fehler jedoch noch wesentlich kleiner ausfallen würden, wenn man die Aenderungen des Schattenhalbmessers — seien sie nun reell oder nur scheinbar — eben so sorgfältig, wie hier, eliminiren wollte. Durch diese am Leipziger Heliometer ausgeführte Versuchsreihe ist somit der Beweis erbracht, dass durch Anwendung der eben besprochenen Beobachtungsmethode kaum eine schärfere Messung der Schattenradien zu erzielen sein wird, als durch die Beobachtung der Kraterantritte. Es bestätigt sich also auch hier, dass bei der Durchmesserbestimmung derartig

werde

unscharf begrenzter Objecte die Verwendung von Doppelbildmikrometern nicht zu empfehlen ist.

Noch auf einen Umstand, der sich im Laufe der Rechnung ergab, soll hier hingewiesen werden. Der Winkel zwischen der Messungsrichtung und der wahren Richtung der Pfeilhöhe, den wir oben mit  $W-\gamma$  bezeichnet haben, hat recht erhebliche Beträge erreicht. Bei den verschiedenen Einstellungen des Positionskreises waren seine Grenzwerthe:

Da die von diesem Winkel abhängigen Correctionsglieder schon recht gross sind (hier bis zu 27"), so ist die Unterlassung der Ablesung des Positionswinkels, wie bei den Beobachtungsreihen von Mädler und Schmidt, durchaus unstatthaft.

### als reell betrachten und die Beoll4. bungsfehler unter Annahmerahud

#### Heliometer-Sehnen.

Bei den Sehnenmessungen war der Positionskreis fest auf P'=90° eingestellt. Im Anfange konnten beide Hörnerspitzen gemessen werden, später nur die südliche; in der Columne H der folgenden Tafel sind dieselben durch n und s bezeichnet. Ein Blendgitter wurde nicht benutzt.

Beob- achter	H	P'	ng n <b>K</b> dlear	ob Zun	Beob- achter	H	eni <b>P</b> '101	nder <b>X</b> olgen	1
P.	s	18900	13h 29m 34s	-78º3	P.	s	18990	13h39m15s	-7425
-band-	80	nsligen	30 0	-77.7	d osla		Jetragt.	39 39	-69.4
			30 29.5	+78.7				40 6.5	+70.5
	- 3		30 48	+78.1	nogim	653		40 22	+70.6
	n	9.0	34 47.5	-48.6	Feb	n	9.0	40 57	-23.8
	**	0.0	34 35.5	-44.6	100			41 20	-20.4
	191	BROG 3	32 2	+42.0	E. H	III.		44 52	+20.6
	ds	ate 48	32 22	+41.6	lleer	II		42 44	+18.2
В.	n	9.0	13 33 40.5	+43.3	В.	n	9.0	13 42 54.5	+18.4
trion!	11	siav/A	34 40	+38.4	charel	us's		43 47.5	+17.8
	SA	he" Gilli	34 54.5	-35.4				43 55	-14.3
	900	shimida	35 23	-32.9	nede	38	in Bunn	44 15	-14.3
	S	189.0	36 43	+72.3	ab z	S	189.0	44 54	+66.7
Mide	3	100.0	36 32.5	1,5275	40 28		BSE SIG	45 15	+66.9
	190	SM	37 8	-71.9	hound	Dag	098 911	45 44	-64.4
	bb	Bunma	37 44	-69.8	ei der	1	eagh .3	46 5	-64.9

Beob- achter	H	P'	K	1	Beob- achter	H	P'	K	1
P.	s	18900	13h 47m32s	-63º4	P.	s	18990	1410hm 7s	-42º0
0.88	3	100.0	47 56.5	-64.5	1 30	5	100.0	10 28	-41.8
		18 88	48 25.5	+66.2	8.78	123		10 55	+45.6
			48 44.5	+64.0	0.06			11 18	+43.6
	-		49 43.5	+61.2	0.10			11 41	+43.5
			49 34.5	+62.5	9.18	-		11 57	+41.8
			50 6	-59.5	0.10			12 18	-42.9
			50 28	-59.8	0.80	-		12 36	$-40.9^{2}$
B.	s	189.0	13 50 59	-60.1	P.	s	189.0	15 36 59	-55.8
	- 1		51 18	-60.1	13,88	-		37 22	-54.8
	-		54 43	+60.7	1.20	+		37 54	+52.9
67.7	-		54 58.5	+60.4	63.1		9 .72	38 46.5	+53.4
	- 1		52 43	+59.6		4		38 41	+53.4
9.88	-		52 34	+59.7	4.88	+		39 4	+51.1
1.00	100		53 0	-58.2	A Bidge	1-9		39 34	-54.2
			53 22	-56.9	la Beet	on	gdh. 98	39 48	-53.6
P.	S	189.0	13 55 10	-58.51	B.	S	189.0	15 40 54.5	-56.6
			55 33	-57.95	85.6	- 1	8.8 - 8.5	41 16	-55.5
	-		56 5.5		6.40	4	3.28 35	44 39.5	+57.1
			56 29	+55.6	84.6	4	36 34.5	41 55	+56.9
			56 55	+55.7	0.48	-	5.01 -88-	42 7	+56.2
			57 18.5	+54.9	63.0		50158.5	42 20	+55.2
			57 48	-55.5	5.99	-	81 78	42 40	-57.7
	118		58 9	-52.5	8,88	-	187:37	42 54.5	-57.7
B.	S	189.0	13 59 32	-52.9	P.	S	189.0	45 43 43	-55.9
26	Loli		59 52	-50.6	18.0	PSD		43 56.5	-56.0
			14 0 15.5					44 23.5	+56.4
	3.5		0 34	+48.7	binis	118		44 39	+56.5
	9.2		0 47.5	+51.6				44 55	+56.4
	MARIE .		1 1.5	+49.5	00			45 7.5	+56.4
	0.0		1 22.5	-48.9				45 27.5	-57.05
	2,3		1 36	-48.7				45 42	-57.6
P.	S	189.0	14 3 11	-48.8	В.	S	189.0	15 46 38.5	-59.8
	7.3		3 27	-48.2	M -	22		46 51.5	-58.8
	V-3		3 50	+49.2				47 12.5	
	3.7		4 9	+48.9	denun	ent		47 29	+59.7
	9.9		4 21	+48.6				47 44.5	+59.4
40	8.7		4 41	+48.1				47 53.5	+58.9
	0.9		5 43.5	-46.6	Later Co	3.1		48 17	-60.9
Èa a	0.0		5 32	-45.05	1107111			48 32	-60.5
B.	S	189.0	14 7 8	-41.4	Р.	S	189.0	15 49 0	-60.8
.53 3	7.6		7 31.5	-42.2				49 11	-60.0
454 9	3.3		8 0 8 17	+40.7	er s			49 28.5	+60.4
50.0	-			+41.2		-		49 41	+59.8
	-		0 01.0	+42.0				49 53.5	+59.7
14	100		0 40	+41.4				50 4 50 26	+60.9
			0 10.0	-42.0 $-40.7$		1		50 39	-62.5 $-60.3$
			0 04	20.1	NA PLANT			00 00	-00.0

Beob- achter	H	P's	K	1	Beob- achter	H	P'.	K	1
В.	s	18990	15h51m 1s	-62°3	P.	s	18990	15h 58m 5:5	- 66º4
	-60	(0ai:28 II	54 47	-63.4	-Lörda		6:837Fh	58 29	- 68.0
15.6	4	40 55	54 39	+64.3	2.33	4.		58 54	+ 65.6
自身を経過	48	arightura	54 56.5	+60.9	1 67.28	gan,	8.19081	59 4	+ 65.7
	iki	194	52 10	+64.6	9:48	40	du 8 le júsico	59 17	+ 66.0
		14 57	52 24	+61.2	62.5			59 34	+ 66.3
		pat ate	52 44	-64.6	19.98	12 (10)		59 53	- 67.5
(68:64)	7.8	oids shi	52 58.5	-64.0	8.08	-		16 0 7	- 67.5
Р.	s	189.0	15 53 19	-63.3	В.	s	189.0	16 0 31.5	- 68.3
	-	37 22	53 32	-63.4	1.00			0 48	- 68.7
	4	37 54	53 51	+62.4	5.00	2		4 44	+ 67.7
		Stat 885	54 6	+63.4	1:03		8.88	1 26	+ 67.7
		ostil stad	54 19	+63.05	9:05 9:0	1		4 39.5	+ 68.1
1.16	to	4 588	54 34.5	+63.4	1.69	+		1 49.5	+68.2
		-48. 68.	54 54	-64.9	2.86	- 11	O EG	2 9	- 69.1
		a 183. 28a	55 6	-64.6	attha		55 89	2 23	- 68.9
В.	S	189.0	15 55 49	-65.0	18.88	-	55 40	11 0.081	
		91 14	56 3.5	- 65.6	87.95	-	EE 88		
27.4		8.08 44	56 22.5	+ 64.9	56.5				
		66 14	56 34.5	+ 64.6	55.6				
		1 54	56 46.5	+ 64.6	1568				
		02 24	56 58.5	+ 65.0	0.40	1		8	
1.138		lini San	57 18	- 66.9	0,000			The state of the s	
37.78	7 fr	8.28 AL	57 37	- 66.8	18.70	Tex		rapitzen gi	

Anm. 1) Schlecht begrenzt. 2) Hiernach folgen die Sichelbreiten.

In der folgenden Tafel sind die Werthe der Grössen

$$W = P' + J + R + 180^{\circ} + (\alpha_0 - \alpha) \sin \delta + n + \nu + q_1$$

$$A = \frac{\lambda \sigma}{2h}$$

$$\omega = \omega_{a_2} + (\vartheta - t_0) d\pi - u \cos^2 \chi$$

und des Winkels χ zusammengestellt.

## Nördliches Horn.

9	$\lg A$	W	x	ω
9h 20m	8.08554	79° 5.7	27293	38' 38"9
24	49	5.9	273.0	38.9
28	44	6.2	273.6	38.9
32	39	6.5	274.2	38.9
36	34	6.8	274.8	38.9

1.00+ 6

4-59.7

+60.9

8.00-

Südliches Horn.

	9	lg A	W	χ	ω	9	lg A	W	χ	ω
, 15	9h 20m	8.08554	259° 4.'6	246.3	38' 37"2	11h24m	8.08474	259° 14.'5	19000	38' 30."5
	24	49	4.7	243.2	36.8	28	74	14.9	188.1	30.5
	28	44	4.9	240.3	36.5	32	74	15.3	186.2	30.4
	32	39	5.4	237.7	36.4	36	75	15.7	184.3	30.4
	36	34	5.3	235.3	35.8	40	75	16.1	182.3	30.4
	40	29	5.5	233.4	35.4	44	76	16.6	180.3	
	44	25	5.8	234.0	35.4	48	76	17.0	178.2	30.6
	48	21	6.4	228.9	34.8	52	77	17.5	176.1	30.7
	52	- 8 17	6.4	226.8	34.5	56	78	17.9	474.0	30.8
	56	13	6.7	224.7	34.1	12 0	79	18.4	171.8	30.9
04	0 0	10	7.0	222.5	33.8	P.S in 8	L. Mittle	16.7.8 Let		818 A 818
	4	07	7.3	220.3						
	8	04	7.7	218.1	33.2	1.514	13 14 03	89.87 68	2 1904	LAF TE

Für die weitere, nach den Formeln des § 7 durchgeführte Rechnung wurden wieder je zwei Einstellungen zu Mittelwerthen vereinigt, welche nebst den daraus abgeleiteten Resultaten in der folgenden Tafel aufgeführt sind.

	F	tim	97.	PETE	R	leli b	eim 1	eal	and	btes		BRU	INS	chal d	iese :
8.8	9	Palag	H	D'	V	R	$R_4$	8.1	9	AIDT I	H	D	V	R	$R_4$
91	20	32:8	n	-46º07	+14."9	- 0.3	- 0.3	91	231	n 1:0	n	-44P38	- 3.6	-14.6	-14"6
	24	18.1	18	42.33	+32.2	+17.0	+17.0	見るも	24	12.8	1	33.47	+45.4	+34.1	+34.4
	30	13.1		21.42	+44.0	- 4.2	- 4.2		32	10.3		18.63	-11.4	-22.4	-22.4
	34	7.5	1	19.93	+ 2.7	-12.5	-12.5		33	9.4		13.77	+43.9	+ 2.9	+ 2.9
9	18	53.5	S	+78.53	+66.2	+ 4.3	- 0.6	9	25	28.2	s	+72.72	+80.7	- 0.7	+ 7.4
	19	45.2	P	77.87	67.4	+ 5.5	+ 0.6	DH	26	31.2		74.38	89.7	+ 8.6	+16.4
	28	31.9		70.83	65.4	+ 3.5	- 1.4		34	8.4		66.27	58.4	-22.7	-14.9
	29	19.0		70.02	68.0	+ 6.4	+ 1.2		34	58.3		65.18	64.5	-46.6	- 8.8
	36	47.7		64.48	48.2	-43.7	-11.7		40	11.4		60.63	61.4	-49.7	- 4.0
	37	38.3		64.57	33.8	-28.4	-26.1		40	53.6		60.02	64.0	-20.4	- 4.4
	38	27.2	18	64.32	76.3	+14.4	+16.4		41	26.2		59.12	67.3	-43.8	+ 4.9
	39	20.1	1	60.18	81.2	+19.3	+21.3		42	13.6		58.08	72.1	- 9.0	+ 6.7
	44	23.7	ni	58.76	31.5	-30.4	-25.0		48	43.5		52.28	68.9	-12.2	-14.0
	45	19.2		55,52	67.6	+ 5.7	+11.1		49	24.5		49.87	92.5	+11.4	+ 9.6
	46	8.7		54.77	67.4	+ 5.5	+40.9		49	55.7		50.02	84.1	+ 3.0	+ 1.2
	47	0.2		54.53	59.5	- 2.4	+ 3.0	56	50	30.3		49.33	86.4	+ 5.0	+ 3.2
	52	19.8		49.03	67.8	+ 5.9	- 2.2		56	20.0		42.33	104.2	+23.2	+ 4.5
	53	0.2		48.52	66.4	+ 4.5	- 3.6		57	8.5		40.42	117.2	+36.4	+14.4
	53	37.6		47.82	68.0	+ 6.1	- 2.0		57	40.2		41.17	102.8	+21.7	0.0
	54	23.3	mi	46.35	77.6	+15.7	+ 7.6		58	25.1	- 3	41.88	86.8	+ 5.7	-46.0
	59	17.3		42.43	71.4	+ 9.5	+45.2			Sulas	ac	st. so	ûnder	wit	de
10	0	6.1		44.07	44.3	-47.6	-44.9			121		a character	500	57 3.4	1
	0	48.5		42.43	59.5	- 2.4	+ 3.3			84		Part of the last		3 600	1995
	1	26.4	0	42.43	49.8	-12.1	- 6.4	Tien		STA					The state of

Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

30

801			PETE	R		011 65	pechaer My		Brun	s		
9	38'3	Н	D'	V	R	$R_4$	9 SE E	H	D'	V	R	$R_4$
11h 25	n55:6	S	-54º77	+40"0	-24"0	-18.4	11h29m49s6	S	-55952	+54.9	+ 2"6	+ 5."9
26	50.4	2	53.53		EUR 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	- 1.4		100 Same	57.53	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	-14.4	
27	37.3	9	52.78	68.3	+ 7.3	+10.2	30 57.7	20	56.23	54.8	+ 2.5	+ 5.8
28	24.2	.0	53.37	67.5	+ 6.5	+ 9.4	34 34.3	23	57.17	48.3	- 4.0	- 0.7
32	33.7	a.B	55.42	74.4	+13.4	+ 5.1	35 28.5	68	58.77	58.0	+ 5.7	+ 5.0
33	15.0	1	56.83	64.0	+ 3.0	- 5.3	36 4.2	9.9	60.18	45.3	- 7.0	- 7.7
33	44.9	. 11	56.93	66.5	+ 5.5	- 2.8	36 30.8	90	59.68	55.0	+ 2.7	+ 2.0
34	18.5		56.79	72.2	+11.2	+ 2.9	37 7.7	28	60.47	53.5	+ 1.2	+ 0.5
37	48.6		59.87	63.0	+ 2.0	+ 2.4	39 54.7	22	62.17	49.9	- 2.4	- 4.4
38	17.8		60.48	59.2	- 1.8	- 1.4	40 30.4		64.63	62.9	+40.6	+ 8.6
38	41.7	hr	60.83	58.0	- 3.0	- 2.6	40 59.5		64.93	63.4	+10.8	+ 8.8
39	15.3	i) i	60.87	62.2	+ 1.2	+ 1.6	44 33.6	1	63.77	44.3	-11.0	-13.0
42	7.8	255	62.67	62.9	+ 4.9	+ 4.5	44 38.4	1	64.77	55.5	+ 3.2	+ 3.4
42	40.7		63.28	59.5	- 4.5	+ 1.1	45 40.3		65.28	THE PROPERTY OF THE PARTY OF TH	+ 0.4	100
43	7.3		63.75	56.5	- 4.5	- 1.9	45 34.2	018	65.33	55.8	+ 3.5	+ 3.4
43	40.6		64.22	54.7	- 6.3	- 3.7	46 9.4		66.32	45.5	- 6.8	- 6.9
46	58.7		66.52	50.6	-10.4	- 8.1	49 20.9		67.97	50.4	- 4.9	- 2.3
	38.9		66.18	63.4	+ 2.4	+ 4.4	49 59.5		68.23	52.7	+ 0.4	0.0
48	5.3	13	66.68	59.4	- 4.6	+ 0.7	50 25.4	100	68.68	49.1	- 3.2	- 3.6
48	41.2		66.92	64.7	+ 0.7	+ 3.0	50 56.8	9	68.47	58.8	+ 6.5	+ 6.1

Zur besseren Uebersicht bilden wir zunächst wieder die Satzmittel:

88.0	PETER	04 7.1	Bruns				
20.0	9	V	9	V			
80.8 I I	9h 26m	+ 45.2	9 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup>	+ 11.0			
11	9 24	66.8	9 30	73.3			
20.0	38	59.9	41	65.4			
9,33	46	56.5	50	82.9			
	53	70.0	57	102.8			
21.0	10 1	56.2	- 8.4 0 + 4	8.82 66			
III	11 27	58.4	44.34	49.0			
	33	69.3	36	53.0			
	38	60.6	41	54.3			
139	43	58.4	45	52.4.			
les i	48	58.7	50	52.7			

0.01-

13.77 + 13.9 + 2.9 + 2.9

-1.08-0.10

+8.61-18.TO

08 .

38 27.9

1.09 08

Mit I, II, III sind hier die drei Gruppen bezeichnet:

I nördliches Horn bei zunehmender Finsterniss, II südliches » » » , Ill südliches » » abnehmender » die alle

des scheinbaren Schattens eliminirt, bleibt bei den Gruppen I und II Zunächst muss es auffallen, dass beide Beobachter den Schatten am nördlichen Horne ganz erheblich kleiner gemessen haben, als am südlichen. Falls sich diese Erscheinung nicht etwa durch die Lage der ziemlich kurzen Sehne auf der Mondscheibe erklärt, so würden wir hier schon einen Beweis für eine Abweichung der Schattencurve von der theoretischen elliptischen Form vor uns haben. Leider kann man auch hier nicht mit Sicherheit entscheiden, ob dieser Unterschied reell ist oder ob er physiologisch zu erklären ist. Die Messungen am südlichen Horne ergaben einen während der ganzen Dauer der Reihen II und III constanten und ziemlich grossen Werth von V. Bemerkenswerth ist nur die plötzliche starke Zunahme von V um 9<sup>h</sup> 57<sup>m</sup> namentlich beim Beobachter B. Doch scheint diese Veränderung wenigstens zum Theil reell gewesen zu sein, da sie sich, wenn auch viel schwächer, auch in der Messungsreihe des anderen Beobachters angedeutet findet.

Als Mittelwerthe von V für die einzelnen Gruppen finden wir:

wendbarkeit untersucht,	PETER	Bruns	Beobachtungsmethod
s 100 cm Refractors, die	+ 15.2		
for Herspitzen gemessen	61.9	81.1	Positionswinkel der
ad III setheilt und giebt	61.0	52.3	wurden. Der Posi
an den beiden Mikros-	n Ablesimgen	oh ana .10	durch Schätzung 090

und mit diesen Zahlen ergeben sich die m. F. eines Mittels aus Die Correction des 'Vullpunktes J wurde zwisch: negnullatznia iewz

I 
$$\pm$$
 12"42  $\pm$  19"88

II  $\pm$  13.49  $\pm$  17.48

III  $\pm$  7.59  $\pm$  6.54

Benutzen wir dagegen zur Berechnung der Fehler (oben wieder mit  $R_1$  bezeichnet) die einzelnen Satzmittel, so finden wir, da nur an einer Stelle eine systematische Veränderung von V ausgesprochen ist, in naher Uebereinstimmung:

19 39 0

Also selbst wenn man jede zeitliche Schwankung in der Grösse des scheinbaren Schattens eliminirt, bleibt bei den Gruppen I und II noch ein m. F. einer Einstellung von 19"1 übrig, wie er nur bei ganz mittelmässigen Kraterantritten vorkommt. Die Messungen der Gruppe III sind erheblich besser und den Sichelbreiten etwa gleichwerthig.

Auch hier sind wieder für gleichzeitige Messungen die Unterschiede zwischen den beiden Beobachtern recht beträchtlich und schwankend: B. maass in Gruppe II den Schattenradius um 49" grösser, später um 9" kleiner als P., dessen Auffassung ziemlich constant geblieben ist. Aus all dem Gesagten müssen wir den Schluss ziehen, dass auch diese Methode für eine scharfe und stets gleichmässige Auffassung der Schattengrenze keine Gewähr bietet.

## 

V um 9" 57" namentlich beim Beobachter B. Doch scheint diese

## Positionswinkel. Spenger and descent and d

Während derselben Mondfinsterniss wurde noch eine dritte Beobachtungsmethode auf ihre praktische Anwendbarkeit untersucht, indem von Dr. Havn am Fadenmikrometer des 30 cm Refractors die Positionswinkel der Sehne zwischen den Hörnerspitzen gemessen wurden. Der Positionskreis ist in Zehntelgrade getheilt und giebt durch Schätzung 0:01. Aus den Ablesungen an den beiden Mikroskopen gebe ich unter P' in der folgenden Tafel schon das Mittel. Die Correction des 'Nullpunktes J wurde zwischen den Messungen an zwei benachbarten Sternen bestimmt und ergab sich zu — 0:22. Die Zeiten sind unter K nach der Sternzeit-Taschenuhr »Knoblich« angegeben, deren Correction

betrug. Um Raum zu ersparen ist auch die Ableitung der einzelnen Resultate mit in die nächste Tafel aufgenommen.

der mit R bezeichnet) die einzelgen Satzmittel, so finden wir, da

nden Tale	P'	and y	M	$\varphi - \varphi_0$	m	$R_{\mathbf{i}}$	$R_2$
43h36m 0s	349.32	237943	-111920	+ 0.69	- 28	+ 0.696	+ 09767
37 45	348.09	236.90	20	-0.01	29	- 004	
38 55	347.48	236.55	20	-0.01 -0.27	30	- 263	+ 070
40 3	347.06	236.49	19	-0.27 $-0.32$	34	- 313	- 487 - 234
41 12	347.00	235.82	19	1000000	32		
42 27	346.42	235.44		-0.01	33	- 003	+ 078
46 35	344.89		19	-0.18	37	- 173	- 109
47 55		234.01	I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	-0.30		- 292	- 198
	344.54	233.53	18	-0.20	39	- 191	- 092
49 8	344.06	233.08	18	-0.20	40	- 191	- 090
50 55	343.44	232.42	17	- 0.15	42	- 141	- 034
52 10	342.94	231.94	47	- 0.20	44	- 190	- 079
52 53	342.40	231.46	17	-0.23	45	- 220	- 106
14 10 30	334.47	223.53	14	-0.20	70	- 185	- 007
12 5	334.02	222.67	43	+0.22	72	+ 236	+ 419
13 34	333.44	221.87	43	+0.44	75	+ 127	+ 318
450.44	334.85	220.90	13	-0.18	78	- 463	+ 035
16 22	331.34	220.24	12	+ 0.01	81		+ 234
17 18	330.94	219.64	12	+ 0.15	83	+ 168	+ 379
24 30	326.36	214.99	11	+0.26	96	+ 284	+ 525
25 35	325.40	214.25	14	+ 0.04	97	+ 061	+ 308
26 50	325.20	213.37	10	+0.73	100	+ 752	+ 1.006
28 15	322.73	242.35	101 sein	-0.72	102	- 698	- 442
15 22 0	272.74	161.97	-111.03	-0.26	- 12	- 0.258	- 0.227
23 25	274.60	160.66	03	-0.09	- 6	- 089	- 073
24 36	270.34	159.59	03	-0.34	- 1	- 310	- 307
26 0	268.93	158.34	03	-0.44	+ 4	- 441	- 451
27 5	268.32	157.41	03	-0.12	7	- 121	- 139
28 17	267.07	156.36	03	-0.32	12	- 322	- 353
34 28	261.36	151.15	02	- 0.84	34	- 816	- 896
36 0	261.12	450.09	02	+0.01	34	+ 003	- 084
37 0	260.35	149.32	02	+0.01	37	+ 003	- 092
44 8	257.26	146.30	02	-0.06	45	- 069	- 184
42 40	256.02	145.23	02	-0.23	48	- 240	- 362
43 48	255.57	144.45	02	+0.10	50	+ 090	- 038
45 6	254.52	143.58	02	-0.08	52	- 090	- 224
46 27	253.33	142.70	02	-0.39	54	- 401	- 539
47 54	252.38	144.78	02	-0.42	56	- 431	- 575
57 40	247.70	136.11	02	+ 0.57	64		+ 393
58 46	246.59	135.53	5002	+ 0.04	65	+ 027	- 439
16 0 26	245.91	134.68	01	+ 0.22	66	+ 207	+ 038
1 25	245.46	134.19	01	+ 0.26	66	AND STREET STREET, STR	+ 078
6 56	242.56	134.19	E 87 04	-0.03	67	- 043	- 188
8 34	241.76	131.38	01	-0.03	68	- 144	1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
		- A CALL ST TO STATE OF THE STA	Total Milk & St.	The state of the s	****		- 318
9 30	241.40	130.45	01	-0.06	68	- 074	- 248
10 51	241.46	129.87	toitiao 04	+0.58	68	+ 566	+ 392

Der Winkel  $\gamma$  ist wegen seiner schnellen Veränderlichkeit für jede Messung direct berechnet; die Hülfsgrössen M und m wurden

in Intervallen von 8<sup>m</sup> gerechnet und sind aus der folgenden Tafel zu entnehmen:

09696 + 09767	- M	0 + 102911 0 + <b>m</b> )2	900.88	M 0.81	m TE
9h 20m	1119215	-23.4	11h 12m	1119028	-10.2
24	207	26.1	16	026	+ 5.2
281	_ 88 49981	.0 - 29.4	20	024	18.6
32	1900	.0 - 33.0	24	022	30.2
36	B8 48409	36.9	28	024	39.9
000 - 401	- 04 47409	.0 44.2	32	020	47.8
44	9 466	0 46.0	36	019	54.0
48	13 45909	54.2	40	018	58.7
529	- 64 45489	56.9	44	016	62.2
56	14409	63.0	48	015	64.7
10 09	4379	69.5	52	014	66.4
147 + 318	4 87 129	.0 -76.5	56	043	67.4
8	8 1218	83.7	12 0	041	68.0
120	18 443	94.0	12.09	181.34	
161 - 879	88 405	98.4	10.61	130.91	17 48

Der Factor m, von dessen Grösse die Brauchbarkeit dieser Messungen abhängt, erreichte sein Maximum = 115 um  $10^h$   $34^m$ . Leider wurden die Beobachtungen schon um  $10^h$   $18^m$  unterbrochen, so dass gerade während der günstigsten Zeit keine Messungen ausgeführt wurden.

Schon ein Blick auf die Werthe von  $\varphi - \varphi_0$  zeigt, dass dieselben den Charakter zufälliger Beobachtungsfehler besitzen, wenigstens in keiner Beziehung zu der Grösse m stehen. Es wird sich also aus diesen Messungen u sehr nahe gleich Null ergeben. Führen wir die Auflösung der beiden durch eine Stunde von einander getrennten Beobachtungsreihen nach der Methode der kleinsten Quadrate aus, so ergeben sich die Normalgleichungen

I. 
$$+ 49^{\circ}89 = 90086 u$$
  
II.  $+ 40.92 = 54855 u$ ,

aus denen folgt

I. 
$$u = +$$
 0"79  $\pm$  3"92 (m. F.)  
II.  $u = +$  0.72  $\pm$  5.04,

während sich der m. F. einer Positionswinkelmessung für die beiden Reihen zu  $\pm$  0°327 resp.  $\pm$  0°326 ergiebt¹).

<sup>1)</sup> Da die Sicherheit einer Positionswinkelmessung der Länge der Distanz etwa proportional ist, so hätte man den gemessenen  $\varphi-\varphi_0$  der jedesmaligen Sehnen-

Die ausserordentlich gute Uebereinstimmung der beiden Werthe für u ist, wie man schon an ihren mittleren Fehlern erkennt, zwar rein zufällig, immerhin berechtigen uns aber die gefundenen Resultate zu folgenden wichtigen Schlüssen:

- 1) Durch Messungen des Positionswinkels der Sehne zwischen den Hörnerspitzen kann der Unterschied u zwischen den beiden Axen der Schattenellipse leicht bis auf wenige Bogensecunden genau bestimmt werden. Da die vorliegenden Messungen, wie schon bemerkt, keineswegs unter den günstigsten Umständen angestellt wurden (während II ging m sogar durch 0 hindurch!), so wird eine Fehlergrenze von 3" sicher leicht inne zu halten sein.
- 2) Bei der Mondfinsterniss am 11. Mai 1892 war der Schattenquerschnitt nicht elliptisch, sondern kreisrund; jedenfalls unterschieden sich die beiden Axen der Schattenellipse um weniger als etwa 4" von einander, wobei unentschieden bleibt, welche von beiden Axen überhaupt die grössere gewesen ist.

Für den geometrischen Schatten des festen Erdellipsoides (nach Bessel) ergiebt sich der Werth u = + 9.92. Um zu zeigen, dass die vorstehenden Messungen mit diesem theoretischen Werthe kaum vereinbar sind, habe ich oben unter  $R_2$  noch die Beobachtungsfehler angesetzt, welche sich bei der Annahme u = + 9.92 ergeben. Während die Summe der Fehlerquadrate bei obigem Werthe u = +0.7 4.58 betrug, steigt dieselbe bei u = +9.92 auf 5.52.

Da durch diese Messungsreihe wenn auch nicht ein sicherer Beweis, so doch einige Wahrscheinlichkeit dafür erbracht ist, dass die Form des Schattenquerschnittes nicht mit der theoretischen Ellipse zusammenfällt, speciell, dass die Polaraxe der Schattenellipse zu gross erscheint, so will ich nunmehr noch an einige früher besprochene Erscheinungen erinnern, welche zu einem ähnlichen Schlusse führen. Tellande seh erfoll eib dus saufmit error troin deus

Schon bei der Statistik der Kraterbedeckungen, dann aber auch bei allen oben berechneten Mikrometermessungen ergab sich für die schaftenwerfenden Erdrand bildete. Durch diese Niveaudifferenz des

länge entsprechende Gewichte geben können. Dies wurde jedoch absichtlich unterlassen, weil gerade bei diesen Messungen die gleiche Helligkeit der an beiden Hörnern eingestellten Punkte um so schärfer beurtheilt werden kann, je kürzer die Sehne ist. Auch obige Zahlen zeigen an, dass hier die Genauigkeit der Winkelmessung unabhängig von der Länge der Sehne ist.

partiellen Finsternisse ein grösserer Werth von V, als für die totalen. Da nun bei den ersteren hauptsächlich die Polargegenden, bei den letzteren die Aequatorialgegenden des Schattens beobachtet werden, so würde sich diese Erscheinung ebenfalls durch eine Verlängerung der Polaraxe der Schattenellipse erklären lassen.

Ferner fanden bei den Sehnenmessungen am Heliometer gegen 9<sup>h</sup> 27<sup>m</sup> beide Beobachter übereinstimmend den Schattenradius am nördlichen Horne erheblich kleiner, als am südlichen. Im Mittel aus beiden Beobachtern ist:

gar durch 0 hindurch!), so wird eine	os m N	lördliches Horn	Südliches Horn
die beobachtete Vergrösserung	V +	- 0'13"	+ 1'10"
nach der pag. 452 gegebenen Talei			
ist theoretisch	ω	38 39	38 37
also der beobachtete Schattenhalbmesser	ω'	38 52	39 47
mit der Polaraxe bildet ω' den Winkel	χ	273°	adisdu daxA

Das nördliche Horn lag also fast genau auf der Aequatorialaxe der Ellipse und an dieser Stelle war ω um 55" kleiner, als 30° weiter nach dem Pole zu. Wollte man durch diese beiden Punkte eine Ellipse legen, so würde dieselbe eine enorme Verlängerung der polaren Schattenradien ergeben. Falls aber thatsächlich diese Abweichung von der theoretischen Schattenform bestanden hat, sind wir überhaupt nicht mehr berechtigt, eine Ellipse als Querschnitt des beobachteten Schattenkegels anzunehmen. Denn Unterschiede von solchem Betrage könnten nicht mehr durch die Form der Niveauflächen der Atmosphäre und eine dadurch bedingte Abhängigkeit der Refraction von der geographischen Breite, sondern nur durch Unregelmässigkeit der Absorption erklärt werden, wie sie etwa durch Bewölkung einzelner Gegenden entstehen würde. Vielleicht ist es auch nicht ohne Einfluss auf die Höhe des Schattens gewesen, dass für das südliche Horn die Andenkette nahe beim Aconcagua, für das nördliche dagegen das Tiefland von Guyana nahe am Ocean den schattenwerfenden Erdrand bildete. Durch diese Niveaudifferenz des festen Erdkörpers würde allerdings der geometrische Schattenrand nur um 1" verschoben, doch ist es nicht unmöglich, dass gerade durch die Abschneidung derjenigen Sonnenstrahlen, welche in etwa den unteren sieben Kilometern die Atmosphäre durchsetzen und sich

sonst als rothes Licht über die Mondscheibe ausbreiten, die scheinbare Schattengrenze um grössere Beträge verschoben wird¹).

Sollte sich diese unregelmässige Form des Schattens jedoch bestätigen, so ergiebt sich daraus ein schwerwiegender Einwurf gegen die zuletzt besprochene Methode der Positionswinkelmessung, da die ganze Berechnung auf der Voraussetzung eines elliptischen Schattenquerschnittes basirt ist. Lässt man diese Annahme fallen, so ist die alleinige Messung von Positionswinkeln ganz werthlos. Man wird also diese Methode nur so lange in Anwendung bringen, als man noch hoffen darf, in einer etwaigen abweichenden Form des Schattenquerschnittes nur das Spiegelbild von der Gestalt der Niveauflächen der Erdatmosphäre zu erblicken.

## der Verlasser bei der partiellen . 16ndfinsterniss am 3. August 1887.

Den ersten Versuch einer photographischen Aufnahme machte

# Photographische Aufnahmen.

Nach den Ergebnissen des vorigen Paragraphen muss es wünschenswerth erscheinen, genauere Messungen über die Gestalt der Curven gleicher Helligkeit im Schattenquerschnitt anzustellen. Da bei allen den bisher besprochenen directen Messungen immer nur einzelne Punkte des Schattenrandes nach einander eingestellt werden können, so ist es einerseits unmöglich, auf diese Art auch nur eine dieser Curven in ihrer augenblicklichen Form festzulegen, anderseits ist es unvermeidlich, dass sich, sei es durch die Ermüdung des Auges, sei es in Folge der wechselnden Helligkeit des ganzen innerhalb des Gesichtsfeldes befindlichen Mondbildes, die Auffassung des Beobachters verändert, so dass die hinter einander beobachteten Punkte keineswegs immer einer Curve gleicher Helligkeit angehören werden. Alle diese Schwierigkeiten kommen durch die Anwendung der Photographie in Wegfall, da man auf der Platte das momentane Bild des ganzen Schattens festhalten und nachher unter Beobachtung beliebiger

<sup>1)</sup> Herr Seeliger liefert  $(S_2$  pg. 59) den wichtigen Nachweis, dass aus den unteren 6.8 km unserer Atmosphäre überhaupt kein Licht in die Gegend der Schattengrenze gelangt; jedoch ist zu beachten, dass bei der physiologischen Entstehung der Schattengrenze auch die Helligkeit des weiter entfernten, aber noch im Gesichtsfelde befindlichen Kernschattens sicher nicht ohne Einfluss ist.

Verfasser auf die Ausbildung des photographischen Verfahrens ganz besonderen Fleiss verwendet, und wenn es ihm trotzdem nicht möglich ist, schon jetzt über definitive Resultate zu berichten, so hat dies seinen Grund darin, dass die ersten photographischen Aufnahmen — wie sich erst später herausstellte — für exacte Messungen noch nicht geeignet waren, die an denselben gewonnenen Erfahrungen aber seither noch nicht praktisch erprobt werden konnten, da ungünstiges Wetter die Beobachtung der beiden letzten Mondfinsternisse verhinderte. Gleichwohl hält der Verfasser eine kurze Mittheilung der bisherigen Ergebnisse für angezeigt, da vielleicht nun auch andere Beobachter, denen geeignetere Hülfsmittel zur Verfügung stehen, diesem Gebiete ihre Aufmerksamkeit zuwenden.

Den ersten Versuch einer photographischen Aufnahme machte der Verfasser bei der partiellen Mondfinsterniss am 3. August 1887. Er erhielt damals mittelst eines Fernrohrobjectives von etwa 70 cm Brennweite auf einer Platte neben einander 14 Bilder des Mondes, welche den Verlauf der Finsterniss sehr anschaulich zeigten. Messungen waren diese Aufnahmen wegen ihrer Kleinheit und geringen Schärfe nicht geeignet. Auf die in den Astr. Nachr. 2821 veröffentlichte Aufforderung des Herrn Bruns machte sodann Herr Wolf in Heidelberg von den Finsternissen am 28. Januar 1888 und 16. Januar 1889 eine grosse Anzahl Aufnahmen, die er dem Verfasser zur Bearbeitung freundlichst überliess. In Leipzig war inzwischen der Schröder'sche Kometensucher (13,5 cm Oeffn., 165 cm Brennw.) mit Cassettenvorrichtung versehen worden, so dass der Verfasser am 15. November 1891 43 und am 11. Mai 1892 62 Finsternissaufnahmen machen konnte. Auch bei diesen Aufnahmen ist jedoch der Maassstab so klein, dass die Schärfe der Messungen nur eine sehr geringe ist. Am brauchbarsten erwiesen sich noch die Wolfschen Aufnahmen vom Jahre 1889, weshalb wir uns im Wesentlichen darauf beschränken wollen, die an dieser Beobachtungsreihe vorgenommenen Untersuchungen im Folgenden kurz zu bebut there described in the control of the wichtiger Nac sprechen.

In Ermangelung eines Coordinaten-Messapparates wurde zur Ausmessung der Platten das in § 4 beschriebene photographische Verfahren angewandt. Ueber die Platte wurde ein rechtwinkliges

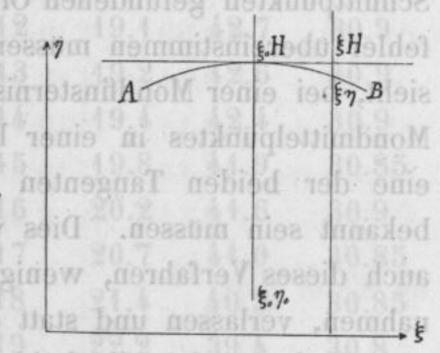
Gitter gelegt, dessen Durchschnittspunkte  $\xi \eta^{1}$ ) mit dem Mond- resp. Schattenrande abgelesen wurden. Die erste Aufgabe war nun die Ermittelung der Coordinaten  $\xi_0$   $\eta_0$  des Mondmittelpunktes aus den Ablesungen am Mondrande. Das Nächstliegende war, aus den Gleichungen  $(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2 - \varrho^2 = 0 ,$ 

$$(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2 - \varrho^2 = 0$$

wo  $\varrho$  der Radius des Mondbildes ist,  $\xi_0$   $\eta_0$  und  $\varrho$  nach der Methode der kleinsten Quadrate zu berechnen. Einige Versuche zeigten jedoch bald, dass die hierzu nöthige Arbeit in keinem Verhältniss zur Sicherheit der gewonnenen Resultate stand; es waren z. B. für die erste Aufnahme 67 Gleichungen mit drei Unbekannten aufzulösen und eine solche Rechnung wäre für jede der 50 Aufnahmen durchzuführen gewesen.

Um die Rechnung erheblich einfacher und gleichzeitig durchsichtiger zu gestalten, wurde zunächst der folgende Weg eingeschlagen:

Die schärfste Ablesung von  $\eta$  auf den Strichen  $\xi = \text{const.}$  findet offenbar statt, wenn letztere den Mondrand AB möglichst senkrecht durchschneiden, was in der Nähe des Berührungs-



was in der Name des Beruhrungs-punktes  $\xi_0 H$  der Tangente  $\eta = H$  stattfindet. Ist nun  $\xi \eta$  einer dieser Durchschnittspunkte, so hat man

oder 
$$H-\eta=\varrho-\sqrt{\varrho^2-(\xi-\xi_0)^2}, \quad \text{and} \quad H-\eta=\frac{(\xi-\xi_0)^2}{2\varrho}+\frac{(\xi-\xi_0)^4}{8\varrho^3}+\cdots$$

So lange nun  $\xi - \xi_0$  klein gegen  $\varrho$  ist, ergiebt dieser Ausdruck schon bei genäherter Kenntniss von  $\xi_0$  und  $\varrho$  einen scharfen Werth der kleinen Correction  $H-\eta$ , die man am abgelesenen  $\eta$  anzubringen hat, um den Ort der Tangente  $\eta = H$  zu erhalten. Beim Vollmonde findet man auf diese Weise vier Tangenten  $H_1, H_2, \Xi_1, \Xi_2$ aus denen sich dann sofort ergiebt Tangenien berechnen mus

<sup>1)</sup> Um Uebereinstimmung mit den Formeln in § 10 herzustellen ist  $\xi = -y'$ ,  $\eta = x'$  zu setzen. De degew band veh ist der Rand wegen den zwei ersten ist der Rand wegen.

Gifter gelegt, des
$$(H_1 + H_2) = \frac{1}{2}(H_1 + H_2) = 0$$
 dem Monde resp. Schattenrandes abgelesen  $(H_1 + H_2) = 0$  stellangade war must die Ermittelung edert Goordin $(H_1 + H_2) = 0$  omdmittelung edert Goordin $(H_1 + H_2) = 0$  omdmittelpunktes auss den

Während der Verfinsterung fallen nach und nach einzelne dieser vier Tangenten fort, so dass man umgekehrt die Gleichungen

$$\xi_0 = \mathcal{Z} \pm arrho$$
 wo  $arrho$  der Radius des Mon $arphi$   $\pm H$   $\dot{\psi}$   $\eta$  , and  $arrho$  nach der Methode

benutzen muss, um aus der Tangente und dem Radius, der hierzu aber nun scharf bekannt sein muss, den Mittelpunkt zu finden.

Entnimmt man die Reductionen  $H-\eta$  aus einer mit dem Argumente  $\xi-\xi_0$  berechneten Tafel, so ist obiges Verfahren ausserordentlich einfach und dabei sehr durchsichtig, da die aus den verschiedenen Schnittpunkten gefundenen Orte der Tangenten innerhalb der Ablesefehler übereinstimmen müssen. Da es jedoch, wie man leicht einsieht, bei einer Mondfinsterniss gerade darauf ankommt, den Ort des Mondmittelpunktes in einer Richtung festzulegen, in welcher stets eine der beiden Tangenten fehlt, so hätte nach Obigem  $\varrho$  genau bekannt sein müssen. Dies war aber nicht der Fall und so wurde auch dieses Verfahren, wenigstens bei dem grössten Theile der Aufnahmen, verlassen und statt dessen das folgende angewendet.

Sind  $\xi_1$  und  $\xi_2$  die beiden Schnittpunkte des Striches  $\eta=$  const. mit dem Mondrande, so ist die einfachste Bestimmung des Mittelpunktes offenbar

dieser Durchschnittspunkte 
$$(\xi_1^0 + h_1^0 \xi_2^0 + h_2^0 \xi_3^0 + h_3^0 \xi_4^0 + h_3^0 \xi_4^0 + h_3^0 \xi_5^0 + h_3^0$$

Jeder den Mondrand zweimal schneidende Gitterstrich liefert so eine Mittelpunktscoordinate, aus deren Uebereinstimmung man wieder auf die erreichte Genauigkeit schliessen kann. Sind auf diese Weise  $\xi_0$  und  $\eta_0$  bestimmt, so benutzt man nun die Gleichungen

um  $\varrho$  zu ermitteln. Erst wenn bei fortschreitender Verfinsterung keine vollständigen Sehnen mehr vorhanden sind, wird man  $\varrho$  aus den anderen Aufnahmen herüber nehmen und  $\xi_0$  und  $\eta_0$  aus den Tangenten berechnen müssen.

Zur Erläuterung diene die um 16<sup>h</sup> 41<sup>m</sup> 26<sup>s</sup> gemachte dritte Aufnahme (bei den zwei ersten ist der Rand wegen dunstigen Himmels

noch zu unscharf). Es wurden folgende Schnittpunkte am Mondrande abgelesen:

	GG MATHUR		02.22 40	W. 66.U1		N. X. FT	
η	37 \$ O.71	Š <sub>2</sub>	80.50 32	23 8.01	8 74 78	$\eta_2$	200
21	874.3	17.3	10.8	67 82.01	23.2	38.6	30.9
22	073.4 38	18.7	10.9	63 03.01	22.1	39.7	30.9
23	3.2.1	19.7	10.9	20 84.01	21.3	40.5	30.9
24	00 9.17	20.4	.28 22.58	28 05.01	20.6	41.1	30.85
25	20 28.36	21.0	49.99 43.	67 96.01	20.0	41.6	30.8
26		21.6	311 30.	74 7	19.7	42.0	30.85
27	2,747	21.9	8-7 12	85 N 8 V	19.4	42.4	30.9
28	10.01	22.2	19.7 12	90 89.01	19.208	42.6	30.9
29		22.6	49.4	17 10.01	19.008	42.7	30.85
30	80.65	22.7		84 44.04	19.008	42.7	30.85
34	20.81	22.7	19.0 42	12.0	319.108	42.7	30.9
32	00.00	22.6	19.0 42	18 43.01	19.2	42.6	30.9
33	80.90	22.5	19.1 42	14.01	19.4	42.4	30.9
34	10.84	22.2	19.2 42	07. 45.04	19.8	41.9	30.85
35	88.99	21.9	19.1 42	08 46.0	20.2	41.6	30.9
36		21.4			20.7	41.0	30.85
37	1.0	20.9	10.95	18	21.4	40.3	30.85
38	1.6	20.2	10.9	19	22.2	39.4	30.8
39	2.4	19.3	10.85	20	23.4	38.5	30.95
40	3.4	18.3	10.85	12mnOmb	Zahlan		doub! Bauch
41	5.0	16.9	1000				sicher sein
						-	TENE YOUR

Die einzelnen Werthe von  $\xi_0$  und  $\eta_0$  stimmen sehr gut untergeinander, im Mittel folgt daraus

$$\xi_0 = 10.89 \quad (8)$$
 $\eta_0 = 30.87 \quad (19)$ 

Die Einheit ist immer 1 mm = 79". Die von  $\eta$  = 24 bis  $\eta$  = 36 fehlenden  $\xi$ , liegen am Schattenrande und werden weiter unten mitgetheilt.

Zur Bestimmung der Tangenteu wurden stets die acht mittelsten Durchschnittspunkte verwendet, so dass wir mit obigen Zahlen die folgende Rechnung haben:

-bnol/n mi	$\eta - \eta_0$	E - Elo	unden	H Es W	nscharf	nz doo
27	3.87	0.65	24	1.9	: 10 22.	55 obno
28	2.87	0.35	29	2.2		55
29	1.87	0.15	29	2.6	, , , ,	75
30	0.87	0.03	29	2.7	ach eigh	73
34	0.13	0.00	29	2.7	Pleiciki B	70 22
32	8.04.438.1	0.05	29	2.6	2.1	65 89
33	2.13	0.19	29	2.5	and being	69
34	3.13	0.42	29	2.2	Radius, d	62
30.85	2.7 d 12.8	nt sein mo		Mitteloui	ilct zu für	den 3g
0.05 in	$\xi - \xi_0$	$H-\eta$	1/- , 1	7	$H_{_{1}}$	$H_{2}$
0.07	3.89	0.66	19.7	42.0	19.04	42.66
8.08	2.89	0.36	19.4	42.4	04	76
88.09	1.89	0.15	19.2	42.6	05	75
10	0.89	0.03	19.0	42.7	18.97	73
0.44	0.44 2.0	0.00	19.0	42.7	19.00	70
12	\$4.444.0	0.05	19.1	42.7	05	75
43	2.11	0.19	19.2	42.6	01	79
9.44	3.112.0	0.41	19.4	42.4	18.99	81
38.08 Im Mittal	0.14 T.0	e Ti	22 00	m grossi		der Auf
Im Mittel	loigt	Contract Contractors	= 22.66		angewen	det. 78
	4.08 2.2	The lease of the second districts	= 19.02	11 2.05	driches	38
30.95	3.4 38.5.	$H_2 =$	42.74	9.3		3.9

und auch diese Zahlen dürften auf wenige Hundertstel Millimeter sicher sein.

Bilden wir nun aber die aus obigen Zahlen folgenden Werthe von  $\varrho$ :

$$ho_1 = 0$$
  $ho_2 = 0$   $ho_3 = 0$   $ho_4 = 0$   $ho_4 = 0$   $ho_5 = 0$   $ho_6 = 0$   $ho_$ 

so stimmen zwar die beiden  $\varrho$  (H) überein,  $\varrho$  ( $\mathcal{Z}$ ) weicht aber davon merklich ab und diese Erscheinung wiederholt sich bei allen Aufnahmen. Für diejenigen Platten, welche eine Bestimmung von  $\varrho$  noch zulassen, ergaben sich nämlich die folgenden Zahlen:

Durchschnittspunkte, verwendet, sondass, wir mit obigen Zahlen die

nahme (bei den zwei ersten ist der Rand: nodad gaundoell sebnegle)

Nr.	eklär je verde	glunnag	nunia $\eta_0$ and	nobind sa	$\varrho(\Xi)$	$\varrho(H)$
3	7 - 10.89 hi	ed 8 he	30.87	19 11	144.77	11.86
aph 4m	29.55	bild 5	13.00	dA 45 m	544.7400	11.90
5	40.74	R8 ist	32.23	192 15	11.76	11.91
ind 616	29.74	ade 7 eve	13.67	erb47veg	14.72	11.91
Jud 7ag	10.38	n 7 design	31.63	Ref Thior	141.73	14.87
8	29.20	5	13.20	1589	11.74	11.84
blid 9 10	9.47	der & eff	32.28	15	14.69	11.88
10	28.36	H ole E	13.67 A	ich 6 bler	11.64	11.82
Ido44oa	19de8.33	ElEpse	30.74	16	11.56	44.63
12	27.17	la 3	12.85	gla 14/ elp	11.60	14.65
13	8.93	3	29.90	140	11.60 T	144.77
14	27.80 da	gro 2 Mg	12.47	43 8	141.59	9144.77
15	1 017.65	2 W	30.84	13 9	< 11.50	44.70
16	26.02	2001	12.57	13 Pe	11.59	11.70
17	6.60	serthma	31.48	s al3eide	a.44.54	sb44.70 b
148/	23.90	ense <b>t</b> ben	12.43	W 12 1	11.50	14.68
19	6.84	2 19	30.07	derr 1 1 sich	44.54	11.62
20	25.18	2 2	12.06	9 8	sb 44.44mm	11.57
21	6.58	nten <b>t</b> (pa	30.48	en 7 erde	11.55	11.61
22	26.40	2 2	12.26	ma8 ver	0144.46	14.59
23	ab 6.15 b	2 we	27.59	tht 8 arch	11.49	11.58
24	22.86	2196	14.76	en, dvelc	11.44	44.55
25	6.24	012 2 116	32.92	betr4g.	11.43	11.62
26	30.42	sg/Lhs/	10.43	erdu8ch e	11.32	11.54
27	6.44	m2 oib	24.75	tag Echen	10 11.42	11.47
28	22.90	1	9.23	ren & onn	44.43	11.46
29	6.42	2	25.79	3	11.41	11.57
30	25.22	hied then	8.57	3	11.44	11.47
34	6.98	igkel de	24.94	1929	11.46	11.48
32	25.15	abd.	7.80	2	11.39	11.43
33	7.39	ne 2 died	25.35	911.2	11.41	11.40
34	26.68	2	6.75	igkeit des	1644.36 h	11.47

In dieser Zusammenstellung muss ausser dem constanten Unterschiede zwischen  $\varrho$  ( $\mathcal{Z}$ ) und  $\varrho$  ( $\mathcal{H}$ ) noch das gleichmässige Abnehmen beider  $\varrho$  auffallen. Bevor man in der Rechnung weiter fortfahren

des photographischen Bildes ist die Enveloppe aller dieser Scheibehen.

konnte, mussten diese beiden Erscheinungen aufgeklärt werden. Das Nächstliegende war, in dem Unterschiede der beiden e eine Wirkung der Refraction und in der Abnahme eine wirkliche Veränderung des scheinbaren Monddurchmessers zu suchen. Es ist nämlich ein weiterer Vorzug des hier angewandten Rechnungsverfahrens, dass man bei demselben auf die Refraction gar keine Rücksicht zu nehmen hat. Denn legt man, wie es in § 4 gefordert wird, das Gitter so, dass  $\eta$ in die Verticale fällt, so wird in Folge der Refraction das Mondbild (mit hier stets ausreichender Annäherung) eine Ellipse, deren grosse Axe in der \xi-Richtung liegt. Für diese Ellipse bleibt aber sowohl die oben ausgeführte Mittelpunktsbestimmung als auch die Ermittelung der Tangenten richtig, nur wird o (H) der durch Refraction verkürzte Mondradius sein. Wie man sieht, ergaben die Messungen umgekehrt  $\varrho(H)>\varrho(\mathcal{Z})$  und eben so wenig reichte die thatsächliche Veränderung des scheinbaren Monddurchmessers zur Erklärung des anderen Unterschiedes aus. Verbessert man  $\varrho\left(H\right)$  wegen Refraction und reducirt alle Werthe auf denselben scheinbaren Monddurchmesser, so ändern sich obige Zahlen im äussersten Falle nur um 0.02 mm, so dass also ihr Verlauf fast unverändert bleibt. Die so verbesserten Zahlen werden weiter unten (pag. 453) mitgetheilt.

Weiter konnte man vermuthen, dass die in Rede stehenden Unterschiede vielleicht durch die Fortbewegung des Bildes auf der Platte verursacht seien, welche während der 1° dauernden Belichtung ja 15" = 0.2 mm betrug. Doch die angestellten Berechnungen zeigten, dass die hierdurch entstehende Verlängerung des Mondbildes in der Richtung der täglichen Bewegung die gemessenen Unterschiede ebenfalls nicht erklären konnte.

Die vollständige Erklärung sowohl der Form des einzelnen Bildes, als auch des Unterschiedes der verschiedenen Bilder gelang erst durch die Einführung einer mit der Helligkeit des Mondrandes stark variirenden photographischen Irradiation. Jeder leuchtende Punkt bildet sich ja auf der Platte als ein Scheibchen ab, dessen Durchmesser mit der Helligkeit des Punktes zunimmt; der gemessene Rand des photographischen Bildes ist die Enveloppe aller dieser Scheibchen.

Zunächst galt es nun den Durchmesser der Irradiationsscheibehen als Function der Helligkeit in einer geeigneten Form darzustellen. Nach mehreren Versuchen blieb der Verfasser bei der Function



$$r = \frac{1}{2} (a \operatorname{Log} b J + c)^2$$

stehen, wobei r der Radius des Scheibchens und J die in Theilen der Vollmondshelligkeit ausgedrückte, ohne Berücksichtigung der Erdatmosphäre berechnete Helligkeit innerhalb des Schattens ist; a, b und c sind Constanten.

Zur Berechnung von J erhält man die folgenden Formeln:

Es sei vom Mondmittelpunkte aus gesehen S der Sonnenradius, E der Erdradius und A der Abstand Erde — Sonne; dann ist

$$\pi J = rac{AE}{S^2} \sin \varphi - rac{E^2}{S^2} \varphi + \psi,$$
 $\cos \varphi = rac{E^2 - S^2 + A^2}{2AE}$ 
 $\cos \psi = rac{E^2 - S^2 - A^2}{2AS}$ 

wobei

ist. Die Pfeilhöhe x der vom betreffenden Punkte des Mondes aus sichtbaren Sonnensichel ist

Refraction in einer vorlä
$$x = X + X = x$$

und dieser Winkel ist, wie sich geometrisch leicht zeigen lässt, gleich dem vom Erdmittelpunkte aus gesehenen Abstande des beobachteten Punktes vom Rande des Kernschattens. Die theoretischen Halbmesser des Kern- und Halbschattens sind

sight jeder Form des M, 
$$H - H + \pi = \omega$$
 en lässt new annav vide ich des  $\mathcal{L} = \pi + \pi = \Omega$  gung während des Be-

Setzen wir nun zur Abkürzung

nauer zu bestimmen, wurden eigige der Worrschen Negative einer schärferen Varmessung unter 
$$\omega$$
 wozu sich dem Verfasser wäh-

so ist o der Abstand des beobachteten Punktes vom Kernschatten ausgedrückt in Theilen der Breite des Halbschattens.

Da es in manchen Fällen angenehm sein kann, einen einfacheren Ausdruck für J zu besitzen, so will ich hier nur erwähnen, das J sehr gut, namentlich in der Nähe der beobachteten Schattengrenze, dargestellt wird durch den Ausdruck

In der folgenden Tabelle sind unter J die strengen, unter J' die nach dieser Näherungsformel berechneten Werthe der Helligkeiten im Halbschatten zusammengestellt.

Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

bleibt aber sowoli

σ	ed the James	J'
0.00	0.000	0.000
0.05	0.022	0.022
0.10	0.060	0.060
0.20	0.460	0.161
0.30	0.277	0.279
0.40	0.403	0.405
0.50	0.530	0.530
0.60	0.653	0.651
0.70	0.769	0.761
0.80	0.874	0.859
0.90	0.953	0.939
0.95	0.983	0.972
1.00	1.000	1.000

Diese theoretischen Werthe von J werden jedoch durch die Refraction in einer vorläufig nicht berechenbaren Weise beeinflusst, so dass es nöthig war, eine directe Beziehung zwischen r und  $\sigma$  aufzustellen und es wurde daher später stets der Ausdruck

Punktes vom Rando des Ker
$$\delta$$
 log  $b$   $\sigma$  log  $b$   $\sigma$  set obnika move entre en

benutzt, welcher durch Veränderung der beiden Constanten a und b sich jeder Form des Mondrandes anschmiegen lässt.

Um die durch Irradiation und Fortbewegung während der Belichtung bewirkte Veränderung der Gestalt des Mondrandes nun genauer zu bestimmen, wurden einige der Wolfschen Negative einer schärferen Ausmessung unterworfen, wozu sich dem Verfasser während seines Aufenthaltes auf der Kuffner'schen Sternwarte in Wien Gelegenheit bot. Mittelst des dortigen Repsold'schen Messapparates wurden die Polarcoordinaten des Mondrandes in der folgenden Weise gemessen. Auf der Platte wurde durch einen feinen Nadelstich eine feste Marke angebracht. Bei der Positionskreiseinstellung  $\alpha$  wurde nun der Faden des Mikrometers erst auf diese Marke, dann tangential an den Mondrand eingestellt. Der Unterschied L zwischen beiden Einstellungen ist der Abstand der Marke von der betreffenden Tangente und hat den Werth

$$L = A \sin \alpha + B \cos \alpha + \varrho + r + f.$$

Für die Irradiation wurde hier gesetzt

$$r=\frac{1}{2}(0.4\ \mathrm{log\ nat}\ 400\ J+C)^2$$
 und für die Fortbewegung

$$f = D \cos^2(\alpha - \beta), \quad \alpha = 0$$

wobei durch Drehung der Platte noch  $\beta = 90^{\circ}$  gemacht wurde.

Nach der Methode der kleinsten Quadrate ergaben sich aus den unten mitgetheilten Werthen von L, für die Aufnahme 3, die folgenden Werthe der fünf Unbekannten:

$$A = + 13.071 \text{ mm}$$
 $B = - 8.882 \text{ }^{\circ}$ 
 $Q = + 11.351 \text{ }^{\circ}$ 
 $C = + 0.403 \text{ }^{\circ}$ 
 $D = + 0.043 \text{ }^{\circ}$ 

Um zu zeigen, welchen Einfluss die Anbringung von r und f hat, sind in der folgenden Tabelle neben L die Beobachtungsfehler  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  und  $\Delta_3$  gesetzt.  $\Delta_4$  bleibt in der Darstellung der gemessenen L übrig, wenn man r und f,  $\Delta_2$  wenn man f allein vernachlässigt, während A die nach Anbringung aller Correctionen verbleibenden Fehler sind. Wegen der geringen Schärfe der Bilder sind die Messungen auf mehrere Hundertstel Millimeter unsicher. Die Werthe von L sind schon wegen Refraction verbessert, die Hörnerspitzen liegen bei  $\alpha = 105^{\circ}$  und  $\alpha = 165^{\circ}$ . Ansdruck

α	L L	$\Delta_{i}$	1,	13
0	+ 2.757	-0.013	-0.091	-0.070
15	+ 6.481	+0.025	- 0.044	-0.026
30	+10.593	+0.098	+0.044	+0.054
45	+14.664	+0.050	+0.016	+0.015
60	+48.523	-0.008	-0.014	-0.025
75	+12.951	-0.028	+0.009	- 0.010
90	+24.677	-0.046	+0.055	+0.033
105	+26.334	- 0.243	+0.037	+ 0.018
165	+23.334	- 0.280	0.000	+ 0.018
180	+20.367	-0.167	-0.034	-0.013
195	+46.781	-0.067	-0.018	0.000
				34*

Hohere

bib .

and fi

folgene

	α		L	esetzt	1 did	wurde	120ils	Irradi	1 10
	210	+ 1	2.843	t oth	0.034	11.1	0.038	+	0.048
	225	+	8.704	+	0.014		0.015	- Tu-57	0.016
	240	+	4.783	+	0.010	<u>a</u>	0.040	aurion.	0.051
	255	+	1.381	+ 1	0.056	a = 1	0.010	_	0.029
	270	81119	1.303	= 4	0.116	HPlati	0.042	Prebu	0.020
	285	a <del>be</del> n	3.476	OHadra	0.097	obl +	0.016	ljel/ <del>- j</del>	0.003
Ę	300	Aufn	3.999	100 +	0.110	no-	0.026	Heilter	0.015
	315	_	3.770	: 80	0.102	laU +d	0.016	etthe	0.015
	330	_	2.499	- t	0.076		0.009	+	0.001
	345	_	0.246		0.064				0.000

Die Werthe  $\Delta_1$  haben einen stark ausgesprochenen zur Lage der Hörnerspitzen symmetrischen Gang, während schon die  $\Delta_2$  das Verhalten zufälliger Beobachtungsfehler zeigen, woran durch die Anbringung von f nicht mehr viel geändert wird. Da die Gitterablesungen sich nur auf 0.4 mm erstrecken, so ist für diese der im Maximum 0.04 mm betragende Einfluss der Fortbewegung unmerklich, während die bis zu 0.4 mm ansteigende Irradiation die Form des Bildes erheblich verändert. Es wurde daher nunmehr eine nochmalige Bestimmung der Mittelpunkte und Radien der ersten, hierzu noch brauchbaren Aufnahmen ausgeführt unter der, obigen Messungen entsprechenden Annahme, dass die Irradiation durch den Ausdruck

$$r=0.4~\mathrm{log~vulg.}~100~\sigma$$

darstellbar sei. Die Constante 0.4, welche nach dem oben gefundenen Werthe von C nur 0.2 betragen würde, ist aus den Gittermessungen selbst genähert bestimmt worden, da letztere wegen der nochmaligen photographischen Copirung die Irradiation in noch höherem Grade als die Originalplatten zeigten. In die folgende Zusammenstellung sind auch die oben ohne Irradiation berechneten Mittelpunktscoordinaten und Radien nochmals mit aufgenommen, nur sind jetzt alle Zahlen wegen Refraction und Aenderung der Mondparallaxe corrigirt, also streng vergleichbar.

000.0 = \$10.0 + 0.007 4 + 0.000 = 0.000

	Ohne Irradiation.					Mit Irradiation.				
Nr.	ξ <sub>0</sub>	$\eta_0$	$\varrho\left(\Xi\right)$	$\varrho(H)$	\$ <sub>0</sub>	$\eta_0$	$\varrho(\Xi)$	$\varrho(H)$	$d\xi_0$	$d\eta_0$
3	10.89	30.87	11.75	11.85	10.64	30.86	11.23	11.20	-0.25	-0.01
4	29.55	13.00	69	89	29.29	12.98	20	24	26	2
5	10.71	32.23	74	90	10.44	32.19	26	26	27	N 014
6	29.74	13.67	70	90	29.48	43.65	22	30	26	2
7	10.38	34.63	74	87	10.10	34.64	26	27	28	2
8	29.20	13.20	72	84	28.90	13.17	27	25	30	3
9	9.17	32.28	67	88	8.85	32.26	27	30	32	2
10	28.36	43.67	62	82	28.03	13.63	22	26	33	4
11	8.33	30.74	55	63	8.06	30.68	10	10	27	3
12	27.17	12.85	59	65	26.91	12.80	12	10	26	5
13	8.93	29.90	59	77	8.63	29.83	17	25	30	19 7
14	27.80	12.47	58	78	27.48	12.40	20	27	32	Valua 7
45	7.65	30.84	49	74	7.32	30.75	12	22	33	6
16	26.02	12.57	58	74	25.72	12.54	18	23	30	6
17	6.60	31.48	50	71	6.22	31.42	19	25	38	6
18	23.90	12.43	49	69	32.52	12.36	19	, 25	38	7
19	6.84	30.07	0050	63	6.45	29.98	20	19	39	9
20	25.18	12.06	40	16 58	24.82	11.97	10	16	36	9
24	6.58	30.48	54	63	6.26	30.39	21	24	32	9
22	26.10	12.26	46	64	25.73	12.15	19	21	37	44
23	6.15	27.59	49	60	5.72	27.48	29	22	43	11
24	22.86	11.76	ad/44	57	22.54	11.62	14	19	32	Idum 4

Diese Zahlen zeigen zunächst, dass durch Einführung der Irradiation sowohl der systematische Unterschied zwischen den beiden o, als auch die Abnahme beider e fast vollständig verschwunden ist. Man hätte dies in noch höherem Grade erreichen können durch schärfere Bestimmung der beiden in der Function r disponibelen Constanten, doch würde diese Arbeit ganz nutzlos gewesen sein. Man sieht nämlich weiter, dass durch die etwas geänderte Behandlung der Messungen die Mittelpunktscoordinaten  $\xi_0$   $\eta_0$  um ganz enorme Beträge verändert werden. Diese, durch Einführung der Irradiation eintretenden Verschiebungen sind unter  $d\xi_0$  und  $d\eta_0$  angegeben und steigen bis auf 0.43 mm oder 33". Man kann, ohne die Darstellung des Mondrandes wesentlich zu verschlechtern, die Irradiation ziemlich stark variiren, wobei sich dann der errechnete Mittelpunkt längs der Centralen Mond - Schattenmittelpunkt um Beträge von derselben Ordnung verschiebt, und eine solche Verschiebung geht mit ihrem vollen Betrage in den gesuchten Schattenhalbmesser ein.

bei gurerrücktem Eernrohr aufgenommenen Mondbilder, und der Zwi-

Um dieses allerdings wenig erfreuliche Resultat vollkommen zu sichern, wurde noch der Versuch gemacht, durch strenge Auflösung für jede einzelne Aufnahme die vier Unbekannten: Mondradius, zwei Mittelpunktscoordinaten und Irradiationsconstante zu bestimmen. Doch wie zu erwarten war, zeigte es sich auch hierbei, dass die Irradiation sich nicht vom Mondradius und von der in die Richtung der Centralen fallenden Mittelpunktscoordinate trennen liess. Hieraus folgt, dass es unmöglich ist, aus diesen Messungen an einer Aufnahme gleichzeitig die vier Unbekannten zu bestimmen, so dass man also genöthigt ist, wenigstens eine dieser Grössen auf anderem Wege zu ermitteln. Auf welchem Wege dies geschehen kann, werden wir weiter unten noch sehen.

Da die Unsicherheit der Mittelpunktsbestimmungen nur in der Richtung der Centralen besteht, so geht dieselbe fast nur in den absoluten Werth des Schattenhalbmessers ein, während Schwankungen seiner Grösse, d. h. also Abweichungen von der theoretischen Form des Schattenquerschnittes, ziemlich fehlerfrei gefunden werden. Leider stellte sich nun aber noch ein zweites Hinderniss der exacten Berechnung dieser Aufnahmen entgegen. Man hatte nämlich geglaubt, der Scalenwerth würde sich aus dem Abstande der beiden, bei unverrücktem Fernrohr aufgenommenen Mondbilder und der Zwischenzeit bestimmen lassen. Die Genauigkeit dieser Methode ist jedoch nicht ausreichend. Falls die Belichtung aus freier Hand ohne besondere Vorsichtsmaassregeln vorgenommen wird, ist ein Versehen um eine Secunde leicht erklärlich. Da nun die Zeit zwischen zwei Aufnahmen etwa 2<sup>m</sup> betrug, so brauchte bei jeder Belichtung nur ein solcher Fehler begangen zu werden, um den Scalenwerth schon um 1 seines Betrages falsch zu ergeben. In Wirklichkeit sind jedoch noch grössere Versehen vorgekommen, wie man an den folgenden aus den ersten 12 Platten berechneten Scalenwerthen erkennt:

and also an		changen sind	eintretenden Verschi
1 mm =	77.9	88 1 mm =	79"4 has aid negigle
			78.6 boarbook seb
			lich stark varii 7.97
	78.8		der Centralen 18.87
			Ordnung versch. 67
			vollen Betrage 1:17

Sächsische Landesbibliothek -

vollen Be

LESMWK

diation, ziem-

on derselben

Da der hieraus gebildete Mittelwerth  $\sigma=77.1$  noch gar zu unsicher war, wandte sich der Verfasser an Herrn Prof. Wolf in der Hoffnung, vielleicht aus Sternaufnahmen mit demselben Instrumente einen genaueren Scalenwerth zu erhalten. Doch auch auf diesem Wege liess sich nicht jeder Zweifel beseitigen. Es waren nämlich aus dem oben angegebenen Grunde über die Focusirung keine Notizen gemacht worden und die einzigen verwendbaren Sternaufnahmen lagen Monate von der Mondfinsterniss entfernt. Immerhin dürfte dem aus diesen Platten in leidlicher Uebereinstimmung gefundenen Scalenwerthe noch der Vorzug zu geben sein. Es ergaben sich folgende Zahlen:

1) Sternhaufen im Perseus, aufgenomme	n am 11. Sept. 1888
Bogen 5-12 in Kruegers Vermessung (A-Z)	Persei) $\sigma = 78.614$ (3)
31—34 » »	78.632 (2)
2054-2177 in Kruegers A. G. Zonen	78.672 (1)
2061—2190 » »	78.647 (1)
ultigateryrosserieng I, kigwie Ecoad z ma.S.E	Mittel $\sigma = 78.632$

2) Sternhaufen G. C. 1360 bei η Geminorum, am 27. Febr. 1889 (Bilder sehr unscharf)

Bogen 22—27 nach Rebeur-Paschwitz (Karlsruhe III) 
$$\sigma = 78.7659$$
43—87 » ° 78.763
2212—2231 in Beckers A. G. Zonen 78.732

Mittel  $\sigma = 78.718$ 

Nehmen wir im Mittel 1 mm = 78.65 an, so kann diese Zahl kaum 0.2 fehlerhaft sein. Denn wäre bei der Finsterniss um 5 mm anders focusirt gewesen, so würde sich σ um 0.45 ändern, gleichzeitig würden aber, abgesehen von einem etwaigen Wärmecoefficienten des Objectives, die Zerstreuungsbildchen etwa ⅓ mm Durchmesser haben, sodass an dieser Stelle kaum ein scharfes Bild zu erhalten wäre. Wir werden daher diesen Scalenwerth, obwohl er 4.5 von dem oben gefundenen abweicht, zur Reduction der Finsternissaufnahmen verwenden.

Da die immerhin bleibende Unsicherheit des Scalenwerthes und des Mondmittelpunktes eine Quelle systematischer Fehler ist, so hielt der Verfasser die ziemlich zeitraubende, erschöpfende Berechnung dieser Beobachtungsreihe nicht für angebracht. Nur um eine Vorstellung von der Genauigkeit der photographischen Beobachtungsmethode zu geben, theile ich die folgenden Berechnungen mit.

Auf die im § 4 beschriebene Weise wurde der Schattenrand von den fünf Beobachtern Bruns, Peter, Hayn, Hartmann und Hänig ausgemessen und schon die gute Uebereinstimmung aller Angaben ist ein Beweis für die Sicherheit dieser Messungen. Bei der oben besprochenen Aufnahme 3 ergaben sich z. B. folgende Coordinaten der Schattencurve:

dais me	Es preabe	Buigga	zuiged	Hy	Hm	Hg	Mittel
$\eta = 9$	$\xi = 0$	1.6	1.2	1.3	1.4	1.6	1.42
8888	25 Jgo2 . 11	2.0	4.7mglin	2.0	den i e. M	2.0	1.92
(8) 118	26	2.2	2.0	2.2	2.2	2.2	2.16
(2) 288	27	2.3	2.3	2.4	2.3	2.4	2.34
(1) 878	28	2.5	2.4	2.7	2.4	2.6	2.52
(1) 718	29	2.5	2.6	2.9	2.4	2.7	2.62
988	30	2.4	2.5	2.9	2.4	2.9	2.62
:	34	2.3	2.4	2.8	2.4	2.8	2.54
6881 3	32 7.75	2.2	2.4	2.7	2.3	2.6	2.44
glaubt &	33	2.1	2.3	2.6	2.1	2.4	2.30
De1 6 4 5	34	2.0 odm	2.1	2.3	1.9	2.2	2.10
80 3	35	1.8	1.8	2.0	1.6	2.0	1.84
00 283	36	1.3	1.3	1.6	1.4	1.5	1.44

Aus der Uebereinstimmung der fünf Beobachter ergiebt sich der m. F. einer einzelnen Ablesung  $\pm$  0.474 mm und der des Mittels  $\pm$  0.078 mm =  $\pm$  6".0. Bei dieser Messungsmethode sind also selbst die Unterschiede zwischen verschiedenen Beobachtern nur so gross, wie bei directen Messungen die Unsicherheit auf einander folgender Einstellungen desselben Beobachters ist und dabei ist die vorliegende Aufnahme noch lange keine der schärfsten.

Zur weiteren Berechnung wurden acht über die ganze Finsterniss vertheilte Aufnahmen ausgewählt, die jedoch paarweise dicht zusammenliegen und sich so gegenseitig controliren; es sind die Aufnahmen Nr. 3, 4; 9, 10; 19, 20; 33 und 34. Um zunächst den Einfluss der Unsicherheit des Mondmittelpunktes auf die berechneten Schattenradien numerisch zu bestimmen, wurde für je drei Punkte

(beide Hörnerspitzen und ein Punkt mitten dazwischen) der Aufnahmen 3, 9, 20 und 33 die Rechnung sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung der Irradiation durchgeführt. Es ergab sich, dass durch Einführung der Irradiation die beobachteten Schattenhalbmesser um folgende Beträge vergrössert wurden:

	Nr. 3	9	20	33
unteres H	orn + 19"1	24"2	27.8	34.4
Mitte	+ 19.5	25.0	29.1	35.8
oberes Ho	rn + 19.1	24.1	27.2	32.9

Es bestätigt sich also, dass die Irradiation am Mondrande alle Schattenradien um nahezu constante Beträge ändert, auf die Form des Schattenrandes aber fast keinen Einfluss hat. Aus diesem Grunde wurde die weitere Rechnung ohne Berücksichtigung der Irradiation durchgeführt. Da für die etwa erwünschte Berechnung eines Controlbeispieles die oben über Aufnahme 3 gemachten Angaben genügen, so theile ich im Folgenden nur die gefundenen Endwerthe der Vergrösserung V, sowie F und  $\chi$  mit (F ist der selenocentrische Abstand des beobachteten Punktes von der scheinbaren Mitte der Mondscheibe,  $\chi$  der Positionswinkel des Schattenhalbmessers). Die Finsternisselemente sind schon in I, pag. 404 gegeben.

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		Nr. 3.		atwickpenggenu	Nr. 4.	
93.4       67 53       305 57       70.7       63 3       306 43         100.5       59 43       307 50       76.2       56 2       308 37         106.4       54 11       309 43       85.0       50 33       310 31         115.4       49 52       311 34       93.6       46 16       312 23         121.0       47 5       313 23       103.4       43 22       314 13         121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.4       64 28       327 8	888718	6 F	x	V 18	F	χ
100.5       59 43       307 50       76.2       56 2       308 37         106.4       54 11       309 43       85.0       50 33       310 31         115.4       49 52       311 34       93.6       46 16       312 23         121.0       47 5       313 23       103.4       43 22       314 13         121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       64 28       327 8	+ 72.8	89°45′	303°52′	+ 60"1	75°26′	304°45′
106.4       54 11       309 43       85.0       50 33       310 31         115.4       49 52       311 34       93.6       46 16       312 23         121.0       47 5       313 23       103.4       43 22       314 13         121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       64 28       327 8	93.4	67 53	305 57	70.7	63 3	306 43
115.4       49 52       311 34       93.6       46 16       312 23         121.0       47 5       313 23       103.4       43 22       314 13         121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       61 28       327 8	100.5	59 43	307 50	76.2	56 2	308 37
121.0       47 5       313 23       103.4       43 22       314 13         121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       64 28       327 8	106.4	54 11	309 43	85.0	50 33	310 31
121.6       45 55       315 9       109.6       41 41       316 2         118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       61 28       327 8	115.4	49 52	311 34	93.6	46 16	312 23
118.6       46 14       317 1       109.5       41 39       317 51         116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       61 28       327 8	121.0	47 5	313 23	103.4	43 22	314 13
116.8       47 25       318 50       107.6       42 53       319 41         114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       61 28       327 8	121.6	45 55	315 9	109.6	41 41	316 2
114.7       49 52       320 39       100.2       45 40       321 32         110.7       53 44       322 30       101.8       48 47       323 21         104.9       59 15       324 20       95.4       53 43       325 14         91.8       68 14       326 15       83.1       61 28       327 8	118.6	46 14	317 1	109.5	41 39	317 51
110.7     53 44     322 30     101.8     48 47     323 21       104.9     59 15     324 20     95.4     53 43     325 14       91.8     68 14     326 15     83.1     61 28     327 8	116.8	47 25	318 50	407.6	42 53	319 41
104.9     59 15     324 20     95.4     53 43     325 14       91.8     68 14     326 15     83.1     61 28     327 8	114.7	49 52	320 39	100.2	45 40	321 32
91.8 68 14 326 15 83.1 61 28 327 8	110.7	53 44	322 30	101.8	48 47	323 21
22 166 62 66 2.61 GF 066 F6 00 0.61	104.9	59 15	324 20	95.4	53 43	325 14
60.1 75 20 329 9	91.8	68 14	326 15	83.4	64 28	327 8
	dra sasi	a amar		60.1	75 20	329 9

	Nr. 9.	athic datten dis		Nr. 10.	
V	F	lowo x anual	das Vdied Re	San F	Lach xiden
+ 11.0	74°27′	304°58′	+ 51.6	72°27′	305°34′
10.6	62 4	306 58	53.8	60 25	307 29
15.7	53 32	308 56	58.3	54 59	309 24
25.8	46 32	310 52	65.8	45 2	311 18
33.7	40 55	312 47	74.2	39 9	313 11
37.6	36 20	314 41	80.4	34 6	315 3
42.5	32 40	316 33	85.7	29 57	316 54
46.9	29 58	318 26	82.6	27 11	318 44
46.3	28 44	320 19	84.1	25 14	320 36
51.3	28 16	322 10	83.3	24 40	322 26
56.0	29 3	324 2	85.3	25 14	324 18
57.4	34 46	325 55	85.2	27 13	326 9
59.9	34 27	327 48	89.7	30 2	328 1
66.6	38 19	329 40	95.2	33 46	329 52
71.6	43 16	334 33	88.4	39 16	331 49
63.3	50 22	333 33	87.9	45 19	333 44
66.8	58 10	335 28	88.6	52 29	335 41
53.9	71 29	337 35	75.7	63 7	337 46
		I x mil EF ist	57.1	89 45	339 56
Mille der				Nr. 20.	
oid V	F	el des x chatt	PositVnsviid	100 F. 6.0	Mon x cheil
+ 43"2	73°37′	310°45′	+ 50.7	75° 8′	344°54′
49.5	60 59	312 43	55.4	61 58	313 51
51.6	52 5	314 37	54.5	52 54	315 45
55.8	44 40	316 31	53.6	45 25	317 38
56.0	38 4	318 24	55.8	38 50	349 32
50.1	32 0	320 18	54.4	32 44	321 26
50.0	26 16	322 12	54.3	27 0	323 19
51.1	20 49	324 5	52.4	21 28	325 14
52.1	15 34	326 0	51.9	16 8	327 8
57.0	10 23	327 52	58.4	11 3	329 2
61.7				11 0	
60.3	5 19				
55.9	5 19 1 26	329 47	61.9		330 56 332 56
00.0	1 26		61.9 57.7	6 0 4 2	330 56
		329 47 314 44 333 43	61.9 57.7 65.2	6 0	$33056 \\ 33256$
64.5	1 26 5 43 10 46	329 47 314 44 333 43 335 39	61.9 57.7 65.2 63.4	6 0 4 2 4 40 9 58	33056 $33256$ $33450$
64.5 61.6	1 26 5 43	329 47 314 44 333 43	61.9 57.7 65.2	6 0 4 2 4 40	330 56 332 56 334 50 336 54
64.5	1 26 5 43 10 46 16 18	329 47 311 44 333 43 335 39 337 39	61.9 57.7 65.2 63.4 54.4	6 0 4 2 4 40 9 58 45 41	330 56 332 56 334 50 336 54 338 57
61.5 61.6 60.4	1 26 5 43 10 46 16 18 22 7	329 47 314 44 333 43 335 39 337 39 339 44	61.9 57.7 65.2 63.4 54.4 63.5	6 0 4 2 4 40 9 58 45 44 24 44	330 56 332 56 334 50 336 54 338 57 340 55
61.5 61.6 60.4 59.6	1 26 5 43 10 46 16 18 22 7 28 18	329 47 314 44 333 43 335 39 337 39 339 44 344 47	61.9 57.7 65.2 63.4 54.4 63.5 57.8	6 0 4 2 4 40 9 58 45 44 24 44 27 34	330 56 332 56 334 50 336 54 338 57 340 55 343 5
61.5 61.6 60.4 59.6 68.9	1 26 5 43 10 46 16 18 22 7 28 18 34 36	329 47 311 44 333 43 335 39 337 39 339 41 341 47 343 45	61.9 57.7 65.2 63.4 54.4 63.5 57.8 67.8	6 0 4 2 4 40 9 58 45 41 21 14 27 34 33 49	330 56 332 56 334 50 336 54 338 57 340 55 343 5 345 5
61.5 61.6 60.4 59.6 68.9 72.1	1 26 5 43 10 46 16 18 22 7 28 18 34 36 41 48	329 47 314 44 333 43 335 39 337 39 339 44 341 47 343 45 345 52	61.9 57.7 65.2 63.4 54.4 63.5 57.8 67.8 67.6	6 0 4 2 4 40 9 58 45 41 21 44 27 34 33 49 41 9	330 56 332 56 334 50 336 54 338 57 340 55 343 5 345 5 347 15

	Nr. 33.	diese beid	of lassen sich	Nr. 34.	
neh iVd-be	FA-oil	abr X victor	bianu xiVa-in	Frank	Table X - day
+ 45.4	76° 9′	336°32′	+ 53.5	75°32′	338°53′
57.8	65 2	338 29	65.3	64 35	340 51
63.8	56 43	340 31	73.6	56 38	342 52
73.1	50 21	342 31	78.5	49 50	344 58
74.6	44 10	344 39	80.4	43 59	347 0
73.0	38 28	346 51	83.9	38 36	349 20
72.6	33 34	349 7	86.5	34 4	354 35
63.4	28 38	354 35	83.3	29 49	354 2
57.6	25 0	354 5	81.1	26 45	356 33
48.6	22 34	356 47	81.3	25 21	359 6
49.4	25 6	359 22	83.3	25 52	1 44
46.6	25 0	2 11	89.7	28 30	3 23
49.7	29 22	4 59	99.4	32 57	7 3
51.1	35 35	8 0	97.4	39 16	10 17
56.0	43 47	14 7	100.3	48 10	13 37
60.8	55 4	14 31	95.2	62 46	17 43

An den vorstehenden Zahlen zeigt sich nun eine ganze Reihe von interessanten Erscheinungen. Zunächst sieht man, dass von Reihe zu Reihe der Werth von V sich ganz erheblich ändert: es sind also auf den einzelnen Bildern ganz verschiedene Curven constanter Helligkeit aufgefasst worden, was höchst wahrscheinlich in ihrer verschiedenen Belichtungs- resp. Entwickelungsdauer seinen Grund hat. Sodann aber fällt namentlich ein ganz systematischer Gang in den Werthen jeder Reihe auf: bei den ersten Aufnahmen hat V in der Mitte der Schattencurve ein stark ausgeprägtes Maximum, d. h. die Krümmung der Curve ist erheblich stärker, als sie nach der Theorie sein sollte. Man sieht dies den Bildern auch auf den ersten Blick schon an, da das auf der Mondscheibe sichtbare Stück des Schattenrandes einem Kreise anzugehören scheint, der kaum grösser ist als der Mond. Bei den späteren Aufnahmen ist dieses Maximum nicht so deutlich ausgesprochen, es findet vielmehr eine etwas ungleichförmige Zunahme von V mit wachsendem χ statt. Um weitere Schlüsse über die Genauigkeit der vorliegenden Zahlen zu ermöglichen, wurde der Versuch gemacht, dieselben durch die Interpola-

$$V = V_0 + C \cos F + U \cos^2 \chi$$

darzustellen. Da jedoch die Coefficienten von C und U ziemlich

计论设计

167216

THE T

#21E 52

parallel verlaufen, so lassen sich diese beiden Unbekannten nicht sehr sicher bestimmen; ganz unsicher wurde die Auflösung bei den zwei letzten Platten, welche deshalb nur linear ausgeglichen wurden. Die übrigen ergaben nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende Werthe der Unbekannten:

Nr.
 
$$V_0$$
 $C$ 
 $U$ 

 3
  $+68.77$ 
 $+71.3$ 
 $-0.77$ 

 4
  $+21.6$ 
 $+96.3$ 
 $+21.8$ 

 9
  $-37.6$ 
 $+27.6$ 
 $+105.9$ 

 10
  $+24.6$ 
 $+42.6$ 
 $+37.0$ 

 19
  $+32.9$ 
 $-11.3$ 
 $+47.6$ 

 20
  $+40.0$ 
 $-16.1$ 
 $+43.6$ 

Einigermassen sicher ist noch C bestimmt; die dicht auf einander folgenden Werthe stimmen gut überein, aber ihr systematisches Abnehmen beweist, dass die Abhängigkeit von F nicht die oben angenommene Form hat. Die m. F. der einzelnen Werthe von Usind der Reihe nach  $\pm$  8"5, 10"0, 5"9, 6"0, 5"4 und 4"6, so dass namentlich das positive Vorzeichen von U unzweifelhaft erwiesen ist. Nehmen wir im Mittel etwa  $U = +40^{\circ}$  an, so besagt dies, dass die Polaraxe der Schattenellipse 40" grösser, als nach der Theorie folgen würde, erschien; da sie nach dieser 9".8 kleiner, als die Aequatorialaxe sein sollte, so ergeben also obige Zahlen den Schatten über den Erdpolen noch 30" grösser, als über dem Aequator. Zu dem gleichen Resultate waren wir schon in § 15 auf Grund der anderen Beobachtungen gelangt. Doch diese Bemerkungen nur nebenbei; wichtiger ist für uns jetzt die Vergleichung der aus obiger Interpolationsformel berechneten V mit den beobachteten Werthen, da uns hierdurch die überraschende Schärfe der photographischen Messungen vor Augen geführt wird. Im Sinne Beobachtung minus Rechnung bleiben nämlich die folgenden Fehler übrig: lichen, svurde der Versuch gemacht, dieselben durch die Interpola-

25.9 50 6x \*sos IV 49 A sos D +737 = V 19 18

78.6 60.51 380 45 79.8 89 23 351 22

darzustellen. 3 Dav jedoch 7 die Coefficienten von C and U ziemlich

Obwohl schon alle diese Zahlen den Fehlern der anderen Beobachtungsmethoden gegenüber sehr klein sind, so geben dieselben noch nicht einmal den wahren Werth der zufälligen Messungsfehler an. Denn wie man aus dem vollkommenen Parallelgehen der Vorzeichen in je zwei benachbarten Reihen schliessen muss, entsprechen diese Zahlen noch thatsächlichen Biegungen der Schattencurve<sup>1</sup>). Und in der That lassen sich die Gründe der letzteren auch sofort finden. Obwohl sich nämlich sämmtliche Beobachter bemüht haben, den mittleren Verlauf des Schattenrandes unabhängig von den durch die verschiedene Albedo der einzelnen Mondgegenden verursachten Auszackungen abzulesen, so sind sie doch unbewusst in ganz ge-

<sup>1)</sup> Namentlich ist dies bei den etwas grösseren Fehlern der letzten beiden Aufnahmen zu berücksichtigen.

ringem Grade diesen Wellenlinien gefolgt. So liegen z. B. bei den beiden ersten Platten die negativen Anfangswerthe auf der hellen Südpolargegend bei Tycho; während der Schatten über das dunklere Mare humorum hinwegsetzt, ergeben sich vier positive Reste. Der hierauf folgende einzelne negative Fehler liegt auf dem hellen Gebiete bei Gassendi, während die weiteren positiven Werthe in den dunkleren Oceanus procellarum fallen. Man erkennt hieran, dass es zur strengen Bearbeitung derartiger Aufnahmen unbedingt erforderlich ist, auch die verschiedene Helligkeit der einzelnen Mondlandschaften, die man ja ebenfalls auf photographischem Wege ermitteln kann, in Rechnung zu ziehen. Hat man dies in aller Strenge ausgeführt, so würden dann noch übrig bleibende systematische Schwankungen im Verlaufe der Fehler auf Unebenheiten im schattenwerfenden Erdrande hinweisen. Für jetzt ist die Anbringung dieser kleinen Correctionen noch nicht möglich; doch selbst wenn wir alle diese Fehler als rein zufällige betrachten, übertreffen diese Messungen alle früheren schon bei Weitem an Genauigkeit. Es ergeben sich nämlich für die acht Aufnahmen die folgenden mittleren Fehler eines gemessenen Schattenhalbmessers:

± 3.2, 4.8, 4.0, 4.4, 3.9, 3.6, 10.3, 3.9,

und dabei muss noch erwähnt werden, dass die vorliegenden Aufnahmen noch ziemlich klein und nicht vollkommen scharf sind. Bei Anwendung einer grösseren Brennweite und passender Belichtungszeit wird sich die Schärfe der Messungen noch erheblich weiter treiben lassen.

Ganz belanglos ist hier, dass die oben reducirten Zahlen ja nicht einzelne Messungen, sondern Mittelwerthe aus fünf Beobachtern sind; denn es wurde ja gerade als ein Vorzug dieser Methode hervorgehoben, dass sie die zufälligen Messungsfehler durch das Zusammenwirken mehrerer Beobachter bei demselben Plattenmaterial herabzudrücken erlaubt.

die verschiedene Albedo der ein Ilnen Mondgegenden verursachten

den mittleren Verlauf des Schattenrandes unabhängig von den durch

Ueberblicken wir die im Vorhergehenden gefundenen Resultate nochmals, so lassen sich dieselben etwa in den folgenden Sätzen zusammenfassen: 1) Die zur Vorausberechnung künftiger Mondfinsternisse nöthige Vergrösserung des Erdschattens ist mit der überhaupt erreichbaren Schärfe bestimmt. Und so haben denn auch

das Berliner Jahrbuch seit 1895 den Factor 
$$\frac{4}{50}$$
,
die Connaissance des temps » 1895 » »  $\frac{4}{50.8}$ ,
der Nautical Almanac » 1896 » »  $\frac{4}{50}$ 

zur Berechnung der Finsternissephemeriden angenommen.

Die Beobachtung künftiger Mondfinsternisse sollte daher nur noch die Bestimmung der Curven gleicher Helligkeit und die photometrische Messung der Lichtvertheilung im ganzen Schattenbereiche zum Ziele haben.

2) Zur Bestimmung der Form der Schattencurve sind vorzugsweise die photographischen Aufnahmen geeignet, da diese allein von den systematischen Fehlern frei sind, welche man bei allen directen Messungen befürchten muss, und ausserdem eine erheblich grössere Schärfe, als alle Ocularbeobachtungen besitzen. Um die bei diesen Aufnahmen sehr störende photographische Irradiation streng in Rechnung ziehen zu können, schlägt man folgenden Weg ein: Sind alle Platten gleich empfindlich und genau gleich lange belichtet und entwickelt, so hat man nur an jeder Aufnahme den zur Verbindungslinie Mondmittelpunkt - Schattenmittelpunkt senkrechten Monddurchmesser zu messen, um direct den Betrag der Irradiation in den betreffenden Abständen vom Schattenmittelpunkte zu erhalten. Man kann dann sowohl die Irradiation als auch den durch directe Messungen gefundenen Mondhalbmesser als bekannte Grössen annehmen, so dass die Bestimmung der Bildmittelpunkte keinerlei Schwierigkeit hat. Sind obige Bedingungen nicht erfüllt, so haben besondere Untersuchungen über die Irradiation in der § 5 beschriebenen Weise vorauszugehen.

Wie die Durchmessung der bis jetzt vorliegenden Finsternissaufnahmen ergeben hat, ist bei denselben die erwähnte Gleichmässigkeit in keiner Weise vorhanden (z. B. hatte Herr Wolf für die oben berechneten Aufnahmen drei verschiedene Plattensorten benutzt), so dass eine exacte Berechnung derselben nicht möglich ist. Schon jetzt sind jedoch genügende Anzeichen vorhanden, dass der beobachtete Schattenrand nicht die theoretische elliptische Form hat.

3) Um die Mondfinsternisse für die theoretische Behandlung nutzbar zu machen und eventuelle Rückschlüsse auf unsere Atmosphäre zu ermöglichen, sind photometrische Messungen anzustellen, und es ist sehr erfreulich, dass vor kurzer Zeit, wie soeben noch bekannt wird, bereits eine derartige Messungsreihe ausgeführt worden ist. Herr Frank W. Very am Allegheny-Observatory maass bei der Finsterniss am 3. September 1895 die Helligkeit an verschiedenen Stellen des Schattens. Wenn diese Messungen auch nicht ganz einwurfsfrei sind, so vermögen sie uns doch eine erste Vorstellung von den starken Helligkeitsunterschieden im Schatten zu geben, weshalb ich die von diesem Beobachter gefundenen Zahlen hier mittheile. Bezeichnen wir wie bisher den Radius des Kernschattens mit ω, die Breite des Halbschattens mit η, den Abstand des beobachteten Punktes vom Schattenmittelpunkte mit r und seine Helligkeit in Theilen der Vollmondshelligkeit mit J, so ergaben sich folgende Werthe: Hessungen bettrelten miss und ansendem eine eine eine

larbeobachtungingla busitzen	narfe, al <b>t</b> alle Ocul
$\omega + 1.5 \eta (?)$	o 1d 0.977 mdsaluA
könne(?) scil. kt man folg	echnung 240.0 zu
0.50	0.316
0.30	0.173
0.45	0.0965
kt - Schalo 1.0 Helpunkt	0.0385
um direct 80.0 Betrag der	100.0434x 10220
$1.00 \omega + 0.00 \eta$	0.00565
0.95	0.00147
0.85	0.00112
dbinesser als bekan 08.0	0.000427
10.74 stimblid reb groot	0.000250
0.58 Helingmagningel	0.0000508
0.21	0.0000000042
0.37	0.0000000129
0.49	0.0000000131
er bis jetzt vorliege 18.0	
denselben die erwih 68.0	0.000264
0.92	0.00235
$1.00 \omega + 0.10 \eta$	0.0348
0.35	0.635
erselben n66.0 möglichsist	b 0.685 of slow

dass eme ex

lichtet und

nehmen, so

eichmässig-

nenntztyd sox

Um diese Zahlen verständlicher zu machen, nehmen wir zunächst die Logarithmen der Helligkeiten und setzen daneben unter  $\log J'$  die nach den Formeln von Seite 449 berechneten theoretischen Werthe. Hieraus ergeben sich dann mit  $\omega=38'$  13".1,  $\eta=34'$  48".2 die in den beiden letzten Columnen beigefügten Aenderungen von  $\log J$  für dr=4'. Dicht zusammenliegende Werthe sind hier zusammengezogen worden und im zweiten Theile ist die Beobachtung des Schattenrandes nochmals hinzugefügt.

versuenen, die Licui-	BBIH D'II		ingen gegen	dlea l'
ter Berticksichtigung	$\log J$	need $\log J'$ nette	$\frac{d \log J}{dr}$	$\frac{d \log J'}{J}$
dk ontidosowath and	2,15,151,1		ar	dr
$1.00 \omega + 1.5 \eta$	9.990	1.000 nonos	0.001	0.000
nuensche. 10 nm und	9.974	1.000	0.025	0.014
Aus 0.50 cherein-	9.500	9.724	0.041	0.044
0.30	9.238	9.445	0.053	0.086
0.15	8.985	9.031	0.226	0.192
-ed nemmo.09 van a	8.412	8.664	0.229	00
$1.00 \omega + 0.00 \eta$	7.752	share oo all a	COLUMN TO SERVICE STATE OF THE PARTY OF THE	10 Similar
0.95 ath designations	7.167		0.307	comassana
0.85	7.049		0.031	ongoognog
0.80	6.630	der schauengren	0.215	her beoba
0.74 BW19 (248 SE	6.400		0.100	Erklärung
0.58 alls linew sens	5.706	derium zu besteti	0.113	
0.21	1.623		0.288	
0.43	2.114	ann am nem un	0.058	
0.82	6.415		0.223	lich in ph
0.92	7.371		0.252	
	7.752	- ~	0.126	
		-00	0.248	00
	8.542	8.778	0.157	0.094
0.35		0.001	0.006	0.038
arrell done 0.55 dados	9.836	9.772	snomens sowo	idsert, ment

An diesen Zahlen muss zunächst auffallen, dass schon weit ausserhalb des Halbschattens eine Abnahme des Mondlichtes gemessen wurde und dass dem entsprechend zu Beginn der Finsterniss alle Helligkeiten im Halbschatten kleiner gefunden wurden, als ihre theoretischen Werthe. Würde ich diese Erscheinung gut mit der Wirkung der Atmosphäre erklären, welche das fehlende Licht zum Theil absorbirt, zum Theil in den Kernschatten ablenkt, so stimmen hiermit die beiden letzten gemessenen Zahlen gar nicht überein. Diese grossen Unterschiede rühren von der sehr verschiedenen Albedo der eingestellten Punkte her. Sehr überraschen muss es aber, dass an

Abhandl, der K. S. Gesellsch. d. Wissensch. XL.

BREEZE STREETS S. HESTR

der Schattengrenze keine schnellere Helligkeitsabnahme beobachtet wurde, und dass namentlich innerhalb des Kernschattens die Lichtabnahme an vielen Stellen denselben Betrag erreicht.

Jedenfalls erkennt man auch an den vorstehenden Zahlen, wie sehr eine exacte photometrische Ausmessung aller Theile des Schattens zu wünschen ist. Hat man auf diese Art zahlenmässig den Verlauf der Helligkeit längs eines Schattenhalbmessers bestimmt, so ist hierdurch nach zwei Seiten hin ein fester Ausgangspunkt für die weiteren Untersuchungen gegeben. Einerseits wird man versuchen, die Lichtvertheilung im Erdschatten auch theoretisch unter Berücksichtigung aller Factoren - Refraction und Absorption in der Atmosphäre, Abnahme der Helligkeit nach dem Rande der Sonnenscheibe hin und wohl auch Licht der Corona - zu berechnen. Aus der Uebereinstimmung mit dem beobachteten Verlaufe würden sich dann wieder Schlüsse auf obige, uns bis jetzt ja selbst noch unvollkommen bekannte Grössen ziehen lassen. Anderseits müsste sich aus dem gemessenen Verlaufe der Helligkeit dann auch physiologisch die bisher beobachtete Lage der Schattengrenze erklären lassen und diese Erklärung wäre durch die schon früher (I, pag. 542) erwähnten Experimente im Laboratorium zu bestätigen¹). Erst wenn alle diese Fragen gelöst sind, kann man die Untersuchung der bisher namentlich in photometrischer Hinsicht noch nicht genügend gewürdigten Mondfinsternisse für abgeschlossen erklären.

ausserhalb des Halbschattens eine Abnahme des Mondlichtes gemessen

An diesen Zablem muss zunächst auffallen dass schon weit

Wurde und dass dem entsprechend zu Beginn der Finsterniss alle Heltigkeiten im Halbschatten kleiner gefunden wurden, als ihre theoretischen Wurthen owurde ich diese Erscheinung gut mit der Wirkung der Atmosphöre erklaren, welche das sehlende Licht zum Theil absorbirt, zum Theil in den Kernschatten ablenkt, so stimmen hiermit die beiden letzten gemessenen Zahlen gar nicht überein. Diese grossen Unterschiede rühren von der sehn verschiedenen Albedo der eingestellten Punkte iher. Sehr überraschen muss es aber, dass an eingestellten Punkte iher. Sehr überraschen muss es aber, dass an



<sup>1)</sup> Durch Herrn Seeliger's Untersuchungen ist in beiden Richtungen bereits ein wichtiger Schritt gethan, jedoch wird man zur vollständigen Erklärung des Finsternissphänomens sowohl noch obiges Verbindungsglied schaffen, als auch Herrn Seeliger's Berechnungen und Experimente noch weiter ausdehnen müssen.