

E i n l e i t u n g.

Kurze Entwicklung der Formeln der sphärischen Trigonometrie.

Auf eine ähnliche Weise, wie unter den Seiten des ebenen geradlinigten Dreiecks, herrscht ein gesetzmäßiger, durch analytische Formeln darstellbarer Zusammenhang unter den Seiten- und Neigungswinkeln der einfachsten körperlichen Ecke, die durch die Vorstellung dreier, in einem gemeinschaftlichen Anfangspunkte vereinigter, gerader Linien erzeugt wird. Von der Entfernung der Punkte, welche durch ihre Lage gegen den Anfangspunkt die Richtungen dieser Linien, ihre Neigung gegen einander, bestimmen mögen, ist ein solcher Zusammenhang der Winkel offenbar ganz unabhängig. Wir dürfen also, die Vorstellung der körperlichen Ecke zu erleichtern, und an eine andere bekanntere zu knüpfen, die Richtungspunkte alle in gleichen Entfernungen vom gemeinschaftlichen Anfangspunkte feststellen; oder wir denken uns mit einer willkürlichen, als Radius und Einheit angenommenen Länge um diesen, als Centrum, die Oberfläche einer Kugel construirt, welche in drei bestimmten Punkten von den gegebenen Richtungen angetroffen wird.

Indem wir nun durch je zwei dieser Punkte und den Mittelpunkt der Kugel Durchschnittsebenen legen, entsteht auf ihrer Oberfläche das sphärische Dreieck. Es bildet sich aus drei Kreisbögen eines größten Durchschnittskreises, und verbindet also die Richtungspunkte durch die kürzesten Linien, die sich auf der Oberfläche der Kugel ziehen lassen. Diese Kreisbögen, bezogen auf den angenommenen Radius, sind nichts anders, als das Maaß der Seitenwinkel der körperlichen Ecke. Wir wollen sie, als Seiten des sphärischen Dreiecks, durch die Buchstaben a, b, c andeuten; die von ihnen eingeschlossenen Winkel aber, worin wir die Neigungswinkel der körperlichen Ecke erkennen, durch A, B, C ; so, daß gleichnamige Seiten und Winkel einander gegenüber liegen.

Die Aufgabe, den Zusammenhang unter den sechs Bestandtheilen des sphärischen Dreiecks durch Gleichungen unter je vier verschiedenen Stücken nachzuweisen, nöthigt uns, eine Beziehung zwischen