

Oder, um die Function des Sinus zu erhalten:

$$\begin{aligned} 1 - \cos. c &= \frac{\sin. A. \sin. B - \cos. A. \cos. B + \cos. C}{\sin. A. \sin. B} \\ &= \frac{-\cos. (A + B) + \cos. C}{\sin. A. \sin. B} \end{aligned}$$

Den Formeln (2) und (4) gemäß:

$$\sin. \frac{1}{2} c = \sqrt{\left\{ \frac{-\cos. \frac{1}{2} (A + B + C) \cos. \frac{1}{2} (A + B - C)}{\sin. A. \sin. B} \right\}}$$

Das zweite Vereinfachungsmittel besteht in der Einführung eines Hülfswinkels in eine zweitheilige Größe, worin Sinus und Cosinus desselben Winkels erscheinen, der allgemeinen Form:

$$(A) P \sin. \alpha + Q \cos. \alpha$$

$$(B) P \sin. \alpha - Q \cos. \alpha$$

Die Factoren P und Q werden nämlich dem Sinus und Cosinus des Hülfswinkels proportional gesetzt, welches auf zweifache Art geschehen kann:

$$(a) \frac{P}{Q} = \frac{m. \sin. \varphi}{m. \cos. \varphi} = \tan. \varphi$$

woraus sich $m = \frac{P}{\sin. \varphi}$, oder $= \frac{Q}{\cos. \varphi}$ ergibt.

$$(b) \frac{Q}{P} = \frac{m. \sin. \varphi}{m. \cos. \varphi} = \tan. \varphi$$

mithin $m = \frac{Q}{\sin. \varphi}$ oder $= \frac{P}{\cos. \varphi}$.

Durch Combination der Ausdrücke (a) und (b) mit (A) und (B) entspringen nun die vier nachstehenden:

$$(Aa) m (\sin. \alpha. \sin. \varphi + \cos. \alpha. \cos. \varphi) = m \cos. (\alpha - \varphi)$$

$$\text{d. i. } = \frac{P}{\sin. \varphi} \cos. (\alpha - \varphi) \text{ oder } = \frac{Q}{\cos. \varphi} \cos. (\alpha - \varphi)$$

$$(Ba) m (\sin. \alpha. \sin. \varphi - \cos. \alpha. \cos. \varphi) = -m \cos. (\alpha + \varphi)$$

$$\text{d. i. } = -\frac{P}{\sin. \varphi} \cos. (\alpha + \varphi) \text{ oder } = -\frac{Q}{\cos. \varphi} \cos. (\alpha + \varphi)$$

$$(Ab) m (\sin. \alpha. \cos. \varphi + \sin. \varphi. \cos. \alpha) = m \sin. (\alpha + \varphi)$$

$$\text{d. i. } = \frac{Q}{\sin. \varphi} \sin. (\alpha + \varphi) \text{ oder } = \frac{P}{\cos. \varphi} \sin. (\alpha + \varphi)$$