$$(\mathrm{Bb})\quad m\,(\sin.\alpha.\ \cos.\varphi - \sin.\varphi.\ \cos.\alpha) = m\ \sin.\,(\alpha - \varphi)$$

$$\text{d. i.} = \frac{Q}{\sin.\ \varphi}\ \sin.\,(\alpha - \varphi)\ \text{oder}\ \frac{P}{\cos.\ \varphi}\ \sin.\,(\alpha - \varphi)$$

Den Winkel φ erhält man durch Aufschlagen seiner Tangente, welche für die ersten beiden Ausdrücke $\frac{P}{Q}$, für die beiden letzten $\frac{Q}{P}$ ist.

Das hier im Allgemeinen bezeichnete Verfahren möge nun auf die erste, dritte und vierte der obigen Hauptformeln angewandt werden, wodurch man zu brauchbaren Ausdrücken für sechs verschiedene Fälle gelangt.

1) Um eine Seite aus den beiden andern und dem ihr gegenüberliegenden Winkel zu berechnen, giebt man der Gleichung

$$\cos.\,a = \cos.\,b.\ \cos.\,c + \sin.\,b.\ \sin.\,c.\ \cos.\,A$$

durch Einführung der Werthe $\text{tg.}\,\varphi = \frac{m\ \sin.\ \varphi}{m\ \cos.\,\varphi} = \frac{\sin.\ c.\ \cos.\ A}{\cos.\ c}$,

mithin $m = \frac{\cos.\ c}{\cos.\,\varphi}$, die Gestalt:

$$\cos.\,a = \frac{\cos.\ c}{\cos.\ \varphi}\ \cos.\,(b - \varphi).$$

2) Dieser Ausdruck gilt zugleich für die Berechnung einer Seite aus beiden andern und einem anliegenden Winkel, unter der Form:

$$\cos.\,(b - \varphi) = \frac{\cos.\,\varphi.\ \cos.\,a}{\cos.\ c}.$$

3) Eine Seite aus beiden ihr anliegenden Winkeln und einer andern Seite zu berechnen, führen wir in die dritte Hauptgleichung

$$\cot.\,a.\ \sin.\,c - \cos.\,c.\ \cos.\,B = \sin.\,B.\ \cot.\,A$$

die Werthe $\text{tg.}\,\varphi = \frac{m\ \sin.\,\varphi}{m\ \cos.\,\varphi} = \frac{\cos.\,B}{\cot.\ a}$, mithin $m = \frac{\cos.\ B}{\sin.\ \varphi}$ ein, und geben ihr dadurch die Gestalt

$$\sin.\,(c - \varphi) = \frac{\text{tang.}\ B.\ \sin.\,\varphi}{\text{tang.}\ A}.$$

4) Für die Berechnung eines Winkels aus beiden ihn einschließenden Seiten und einen andern Winkel verwandelt man die vorstehende Gleichung

$$\cot.\,A.\ \sin.\,B + \cos.\,B.\ \cos.\,c = \cot.\,a.\ \sin.\,c$$

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden http://digital.slub-dresden.de/ppn32810003X/18 gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG