Den sichersten Aufschluß über Gestalt und Größe der Erde zugleich erhalten wir von sorgfältigen, unter verschiedenen Breitengraden angestellten Gradmessungen, wie sie im vorhergehenden Capitel angedeutet worden. Findet es sich, daß von zwei Breitengraden (d. h. Meridianstücken, an deren Endpunkten die Polhöhe um einen Grad verschieden ist) der dem Pol näher liegende eine größere Ausdehnung hat, als der in der Gegend des Aequators gemessene, so ist die Krümmung hier stärker, als in der Nähe des Pols, mithin die Axenverschiedenheit oder Abplattung der Erde empirisch erwiesen. Um nunmehr den Werth dieser Abplattung, die Größe der beiden, zum Pole und zum Aequator führenden Erdradien und den Umfang der Erde in einem bekannten Längenmaaße zu bestimmen, müssen wir zur Anwendung der, durch die Gradmessung gewonnenen, Data die oben im Allgemeinen gerechtfertigte Hypothese zum Grunde legen, daß die Erde wirklich ein Ellipsoid, mithin ihr Durchschnitt in der Richtung der Axe oder die geschlossene Curve, welche den Meridian bildet, eine Ellipse sey.

Sey also der Bogen $AMB = Q$ (Fig. 27.) der Quadrant, $AC = a$ die halbe große, $BC = b$ die halbe kleine Axe, $CP = x$ die Abscisse, $PM = y$ die Ordinate und $CM = r$ der Radius eines elliptischen Erdmeridians; werde ferner der Winkel, welchen die Normale MN mit der großen Axe bildet (die Polhöhe), durch β, der Winkel ACM hingegen, am Mittelpunkte (die sogenannte verbesserte Polhöhe), durch ψ bezeichnet, so werden wir durch folgende Reihe von Gleichungen zu allgemeinen Ausdrücken derjenigen Größen geführt, die wir aus den speciellen Werthen zwei wirklich gemessener Breitengrade abzuleiten wünschen.

Die der ganzen Betrachtung zum Grunde liegende, auf den Mittelpunkt bezogene, Gleichung der Ellipse ist

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

und das, aus ihr abgeleitete, erste Differentialverhältniß:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{b}{a} \frac{x}{\sqrt{(a^2 - x^2)}}$$

oder wenn wir für $\sqrt{(a^2 - x^2)}$ den gleichbedeutenden Werth $\frac{a}{b}y$ substituiren,

$$1) \quad \frac{dy}{dx} = - \frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

Denselben Winkel schließt im Dreieck NMP die Normale mit der Ordinate ein, wo seine Tangente durch das Verhältniß $\frac{NP}{PM} = \frac{\cos. \beta}{\sin. \beta}$ dargestellt erscheint. Hier erhalten wir also für die nämliche