

Sind nun, fragt Helmholtz, die von dieser sogenannten nicht-Euklidischen Geometrie geschaffenen Raumgebilde wirklich vorstellbar? Ja, sagt uns darauf Helmholtz, denn die Vorstellbarkeit eines Objectes ist ja nichts anderes als die genaue Feststellung derjenigen Sinnesindrücke, welche das betreffende Object in uns nach den Gesetzen unserer Sinnesorgane unter allen denkbaren Bedingungen der Wahrnehmung erregt, und solche Feststellungen lassen sich, wie er am Beispiel zeigt, mit Hilfe einer gewissen geometrischen Schulung des Vorstellungsvermögens allerdings zu stande bringen.

Denken wir uns zum Beispiel ein Individuum plötzlich in einen Raum versetzt von einer Krümmung wie die Außenseite einer Kugel, in eine sogenannte Pseudosphäre; alle, selbst die entferntesten Objecte des Raumes würden ihm in endlicher Entfernung erscheinen, versuchte er jedoch, sich diesen Objecten zu nähern, so würden sie sich vor ihm dehnen und zwar sowohl nach der Fläche als auch nach der Tiefe. Unser supponirter Beschauer würde sehr bald erkennen, daß er sich in der Schätzung der Entfernungen getäuscht hat, und würde sehr bald die richtige Schätzung bekommen, ebenso wie zum Beispiel ein brillentragendes Individuum schon nach wenigen Tagen kaum mehr merkt, daß es alle Entfernungen vergrößert, beziehungsweise verkleinert sieht.

Wie steht es nun aber in diesem Raume mit dem angeblich vor aller Erfahrung liegenden Parallelen-Axiom? Sähe unser Beobachter zwei nach seiner Meinung parallele Linien und er würde ihnen nachgehen, so müßte er zu seinem Erstaunen bemerken, daß diese Linien hinter ihm immer mehr konvergiren und vor ihm immer mehr divergent werden. Ganz umgekehrt erginge es ihm mit zwei Linien, die sich seiner Meinung nach in endlicher Entfernung schneiden. Je mehr er ihrem Schnittpunkte näher zu rücken versuchen würde, desto mehr würde sich letzterer von ihm entfernen, so daß er schließlich nach einiger Angewöhnung solche nach einem bestimmten Punkt konvergirende Linien als Linien definiren würde, die sich in unendlicher Entfernung schneiden, nach unseren Begriffen also parallel sind.

Würde aber unser Beobachter ruhig im Mittelpunkt bleiben, so könnten die Objecte auf ihn absolut keinen andern Eindruck machen als diejenigen unseres Raumes auf uns; ebenso würde er wenig oder gar keine Verschiebung bemerken, also auch gar keine Ahnung davon haben, daß er sich in irgend einem ungewöhnlichen Raume befinde, wenn dessen Krümmungshalbmesser entsprechend groß wäre, gerade so wie jemand, der sich im begrenzten Umkreis von einigen Meilen bewegt, nicht notwendigerweise eine Vorstellung von der Kugelgestalt der Erde bekommen müßte. Man könnte unser Individuum so lange zu überzeugen suchen, als man nur wollte, daß er in einem andern Raume lebe, man würde es ihm gewiß niemals beibringen.

Aus diesen Deduktionen Helmholtz' folgt konsequenterweise, daß es uns eigentlich ganz unmöglich ist, zu entscheiden, ob wir nicht wirklich in einem Raume leben, der die Eigenschaften des vorher beschriebenen aufweist; wir brauchen zu diesem Behufe nur die Zusatzhypothese zu machen, daß unser Körper dieselben