kannt und welche von ihnen unbekannt sind: Wir wissen vor allem, daß L als die mathematische Pendellänge bekannt ist, da sie aus der Berechnung der Uhr gesucht und gefunden wurde, wie in den Zahlenbeispielen genau angegeben worden ist. Wenn die Länge des Pendels bekannt ist, so ist seine Schwingungsdauer natürlich auch bekannt; wenn wir deshalb die Dauer einer Schwingung mit t bezeichnen, so wird dieses Pendel während der Beobachtungszeit eine Anzahl Schwingungen ausführen, die ausgedrückt werden kann durch:

$$\frac{b}{t}$$

Die Länge des in der Uhr befindlichen Pendels, das noch um den mit l bezeichneten Betrag korrigiert werden muß, bevor die Uhr richtig gehen wird, kennen wir noch nicht; seine Länge können wir aber bezeichnen mit: $L + l$, wenn die Uhr nach geht, also das Pendel noch zu lang ist; $L - l$ dagegen, wenn die Uhr vor geht und das Pendel noch zu kurz ist. Die Anzahl der Pendelschwingungen wird somit sein: Bei dem zu langen Pendel

$$\frac{b-a}{t}$$

und bei dem zu kurzen Pendel

$$\frac{b+a}{t}$$

Setzt man diese Werte in die erste Formel

$$L' = \frac{n^2}{n'^2}\,L$$

ein, so erhält man, da $L' = L \pm l$ sein kann,

$$L \pm l = \frac{\left(\frac{b}{t}\right)^2}{\left(\frac{b \pm a}{t}\right)^2}\,L,$$

da im Zähler und Nenner derselbe Divisor t vorkommt, so kann man beiderseits mit t multiplizieren und erhält dann für das zu lange Pendel:

$$L + l = \frac{b^2}{(b-a)^2} \cdot L$$

und für das zu kurze Pendel

$$L - l = \frac{b^2}{(b+a)^2} \cdot L.$$

Bringt man den bekannten Wert von L in der vorletzten Formel auf die rechte Seite der Gleichungen, so heißt diese:

$$l = \frac{b^2}{(b-a)^2} \cdot L - L \text{ oder } = L\left(\frac{b^2}{(b-a)^2} - 1\right) *)$$

oder, durch einfache algebraische Umformung:

$$l = L\,\frac{b^2 - (b-a)^2}{(b-a)^2} \text{ oder } = L\,\frac{b^2 - b^2 + 2ba - a^2}{(b-a)^2}$$

Dieser letzte Ausdruck vereinfacht sich bedeutend dadurch, daß $b^2 - b^2$ sich aufhebt. Man hat dann:

$$l = L\,\frac{2ba - a^2}{(b-a)^2}.$$

Zieht man aus dem Zähler noch 2a aus, so erhält man

$$l = L\,\frac{2a\left(b - \frac{a}{2}\right)}{(b-a)^2}.$$

Macht man hier die vereinfachende Annahme, daß

$$2a\left(b - \frac{a}{2}\right) = 2a\,(b-a)$$

sei, was mit Rücksicht auf den sehr kleinen Wert, den a gegenüber b einnimmt, als zulässig gelten kann, so geht die Formel über in

$$l = L\,\frac{2a\,(b-a)}{(b-a)^2}$$

Dividiert man nun noch Zähler und Nenner mit $b - a$, so erhält man:

$$l = L\,\frac{2a}{b-a}$$

Durch gleiche Umformungen wird aus der Formel für das zu kurze Pendel

$$L - l = \frac{b^2}{(b+a)^2} \cdot L;$$

$$l = L\,\frac{2a}{b+a}$$

Diese beiden Formeln sind in der Tat diejenigen, mit deren Hilfe man die Korrektur berechnen kann.

Man muß sogar diese Formeln anwenden, wenn die Beobachtungszeit eine kurze, die beobachtete Differenz aber groß ist. Wenn z. B. ein Sekunden-Regulator in einer Stunde eine ganze Minute vorgeht, so muß man die Formel anwenden:

$$l = L\,\frac{2a}{b-a}$$

oder, indem man die Zahlenwerte einsetzt:

$$l = \frac{994 \cdot 2}{59} = 33{,}7 \text{ mm}.$$

Um diesen Betrag muß das Pendel verlängert werden. Geht hingegen die Uhr nach, so wäre die andere Formel zu wählen

$$l = L \cdot \frac{2a}{b+a} \text{ oder } \frac{994 \cdot 2}{61} = 32{,}6 \text{ mm}.$$

In den weitaus meisten Fällen wird aber die beobachtete Differenz nur gering sein im Verhältnis zur Beobachtungszeit, so daß man ohne Bedenken die Werte $-a$ sowie $+a$ im Bruch der beiden Formeln fortlassen kann, ohne die Rechnung für den praktischen Gebrauch unrichtig zu bekommen, denn so genau kann man die Korrektur doch nicht nach Maß vornehmen, daß man es nicht nötig hätte, die Uhr nochmals zu beobachten und kleine Fehler zu berichtigen. Wenn also nicht ganz abnorme Verhältnisse vorliegen, so kann man in allen Fällen auskommen mit der allgemeinen Formel:

$$l = \frac{2a}{b} \cdot L.$$

oder in Worten ausgedrückt:

$$\text{Korrektur} = \frac{\text{doppelte Differenz mal Pendellänge}}{\text{Beobachtungszeit}}.$$

Diese Formel prägt sich leicht dem Gedächtnis ein und es hieße, Eulen nach Athen tragen, wollte man der Genauigkeit halber die ersten beiden Formeln anwenden.

Eine Probe wird zeigen, daß selbst das extreme Beispiel, das vorhin mit dem Sekundenpendel angeführt wurde, nach dieser allgemeinen, angenäherten Formel bis auf 0,6 mm genau wird. Man würde statt der vorhin ausgeführten Rechnung haben:

$$l = \frac{2 \cdot 994}{60} = 33{,}1 \text{ mm}.$$

Zeigte die Sekundenuhr z. B. in 24 Stunden eine Differenz von einer Minute, so wäre der Fehler in unserer Rechnung nur der 24. Teil von 0,6 also nur 0,025 mm.

Nicht nur für Pendeluhren ist diese Art des Regulierens nach Maß verwendbar, sondern auch für Uhren mit Unruh und Spirale, wenn man statt der Pendellänge die Länge der Spirale in die obige Formel einsetzt.

Damit aber der eine oder andere Leser nicht etwa die Spirale langzieht, und ihre Länge auf diese allerdings unfehlbare Weise direkt mittels des Maßstabes feststellt, will ich eine ganz einfache Art und Weise angeben, wie man die Länge errechnen kann:

Man messe mit der Schublehre den äußeren Durchmesser der Spirale und auch den inneren. Für den letzteren genügt der Durchmesser der Spiralrolle. Man nehme alsdann die Hälfte der Summe dieser beiden Durchmesser, die wir mit D und d bezeichnen wollen, als den sogenannten mittleren Durchmesser an. Diesen multipliziere man mit π ($\pi = 3{,}14$)

e

*) Man beachte in dieser Formel den Unterschied zwischen dem Buchstaben l und der Zahl 1.