des Schwerpunktes vom Drehungspunkte, und der Schwingungsmittelpunkt liegt somit stets tiefer als der Schwerpunkt des Pendels, womit der erste oben gegebene Satz bewiesen ist.

Daß der Schwingungsmittelpunkt andererseits — wie im zweiten Satze ausgesprochen ist — stets höher als der Schwerpunkt des Pendelkörpers oder, was das gleiche ist, als der Linsenmittelpunkt liegen muß, erhellt schon aus einem einfachen Vergleich des physischen mit dem mathematischen Pendel. Bei letzterem nimmt der Schwingungsmittelpunkt die denkbar tiefste Lage ein, indem er mit dem Schwerpunkte des Pendelkörpers (wenn wir den schweren Punkt hier sinngemäß als Pendel»körper« bezeichnen dürfen) zusammenfällt, während er beim Uhrpendel stets nur nach oben verrückt sein kann, da das Gewicht des Pendelstabes eine Beschleunigung der Schwingungen, d. h. eine Verkürzung der mathematischen Pendellänge verursacht. Dies kann hier genügen als Beweis für den zweiten Satz.

Aus dem Vorstehenden geht also zunächst hervor, daß der Schwingungsmittelpunkt immer zwischen dem Linsenmittelpunkte und dem Schwerpunkte des Pendels zu suchen ist. Durch eine größere Anzahl von Messungen und Berechnungen habe ich nun gefunden, daß mit großer Genauigkeit der folgende Näherungssatz Geltung hat:

Der Schwingungsmittelpunkt eines Uhrpendels liegt **in der Mitte** zwischen dem Schwerpunkte des Pendels und dem Linsenmittelpunkte.*)

Wenn demnach in Fig. 1 s_1 den Schwerpunkt des ganzen Pendels und s_2 den Linsenmittelpunkt (Schwerpunkt des Pendelkörpers) bezeichnet, so ist dort der im Halbierungspunkte der Entfernung s_1 s_2 liegende Punkt S der Schwingungsmittelpunkt.

Kennen wir also den Schwerpunkt des Pendels, so brauchen wir nur seinen Abstand vom Linsenmittelpunkte zu halbieren, um im Halbierungspunkte mit genügender Annäherung den Schwingungsmittelpunkt zu erhalten.

In einem gegebenen Falle handelt es sich vor allem darum, die Lage des Pendelschwerpunktes zu ermitteln. Die oft angegebene Methode, das Pendel auf einer Schneide wagrecht ins Gleichgewicht zu legen, wobei dann durch den Stützpunkt der gesuchte Schwerpunkt gegeben wäre, gelingt nur selten. Ich will darum ein anderes Verfahren beschreiben, das leicht ausführbar ist und ein genaues Ergebnis liefert. Um es zu erklären, muß ich etwas weiter ausholen.

Aus der Geometrie sind uns die sogenanten »Schwerlinien« einer ebenen Figur, z. B eines Dreiecks, bekannt. In Fig. 2 sind Aa, Bb und Cc Schwerlinien des Dreiecks ABC, und ihr Schnittpunkt S ist der Schwerpunkt dieses Dreiecks. Die Punkte abc sind die Halbierungspunkte der bezüglichen Dreiecksseiten, und es können diese Schwerlinien demnach in der Weise gefunden werden, daß man die Dreiecksseiten halbiert und jeden dieser Halbierungspunkte mit der ihm gegenüberliegenden Ecke durch eine Gerade verbindet.

Man könnte jedoch auch so verfahren, daß man das Dreieck ausschneidet (z. B. aus Blech) und zunächst an einer der Ecken mit Hilfe eines Fadens frei aufhängt (Fig. 3). Die geradlinige Verlängerung des Fadens nach unten geht dann genau durch den Halbierungspunkt der Seite BC, bildet also die eine Schwerlinie (Aa). Hängen wir hierauf das Dreieck ebenso an einer der beiden anderen Ecken auf, z. B. in C (Fig. 4), so ist die Fadenverlängerung Cc eine zweite Schwerlinie. Wo diese die zuerst gefundene Schwerlinie (Aa) schneidet, da liegt wieder der Schwerpunkt S des Dreiecks ABC.

Ganz dem entsprechend verfahren wir, wenn wir den Schwerpunkt einer beliebig geformten Platte ermitteln wollen. Wir hängen sie an zwei verschiedenen Punkten des Umfangs an einem Faden frei auf und ziehen mit einem Bleistift oder einer Reißnadel die beiden Verlängerungsgeraden, deren Schnittpunkt dann wieder die Lage des Schwerpunktes bezeichnet. Die Wahl der beiden Aufhängungspunkte ist beliebig, nur sollen sie nicht so zueinander liegen, daß die Fadenverlängerungen einen sehr spitzen Winkel bilden, da hierbei der genaue Ort des Schnittes nicht deutlich genug sichtbar wäre.

Handelt es sich also um die Ermittelung des Schwerpunktes eines flachen Körpers, so können wir ihn durch das im Vorstehenden beschriebene Verfahren auf sehr einfache Weise experimentell bestimmen.

Ein solcher flacher Körper ist auch das Pendel. Bei diesem haben wir eine Schwerlinie stets schon durch seine Längsachse gegeben, haben also nur noch notwendig, es so aufzuhängen, daß wir eine die Längsachse schneidende zweite Schwerlinie erhalten. Dies kann in der durch Fig. 5 dargestellten Weise geschehen, wo das Pendel durch eine geeignete Fadenverbindung annähernd wagrecht aufgehängt erscheint. Der Faden a bildet zwei Schlingen, die so um den Pendelstab und die Linse gelegt sind, daß sich letztere nicht um die Achse $m\,n$ in die wagrechte Lage drehen kann. An dem Faden a ist bei c der Faden b befestigt und das Ganze bei f frei aufgehängt. In die Schlinge c des Fadens b ist der mit einem Gewichte e beschwerte Lotfaden d eingehängt. Der Lotfaden d stellt eine Schwerlinie dar. Er schneidet die Längsachse $m\,n$ — d. i. die zweite Schwerlinie — im Punkte s_1, und dies ist der gesuchte Schwerpunkt des Pendels. Der Schwingungsmittelpunkt liegt nun nach dem oben gegebenen Annäherungssatze im Halbierungspunkte des Abstandes, der durch den Linsenmittelpunkt s_2 (vergl. auch Fig. 1) und den gefundenen Schwerpunkt s_1 gegeben ist.

Ich habe die hier beschriebene Methode bis jetzt an acht verschiedenen Pendeln, sowohl mit schwerer als mit leichter Linse, vom Sekundenpendel an bis zu einem kurzen Pendel von 162 Schwingungen in der Minute, versucht und in diesen Fällen eine größte Abweichung (beim kürzesten Pendel, das ganz aus Messing war) von nur 1,06 mm gefunden, eine Genauigkeit, die für die Praxis weitaus genügt, zumal ja die Linse verstellbar ist.

So betrug bei einem einregulierten Sekundenpendel mit Holzstange und einer mit Blei gefüllten Linse der Abstand des Schwerpunktes vom Linsenmittelpunkte, mit dem Taster der Schubleere abgenommen, 9,6 mm. Die mit peinlichster Sorgfalt mehrmals ausgeführte Messung ergab ferner:

Schwingsmittelpunkt bis Schwerpunkt	4,8 mm
Schwerpunkt bis Hakenstiftmitte	980,5 „
Hakenstiftmitte bis Fassungsrand	4,6 „
Fassungsrand bis Drehungspunkt (²/₃ Federlänge)	4,3 „
zusammen	994,2 mm

Das genaue Maß der mathematischen Pendellänge ist für den Versuchsort (Karlstein a. Th.) 993,9 mm. Der Näherungsfehler betrug hier also bloß 0,3 mm.

Bei dem Pendel (mit ungefüllter Blechlinse) einer Wiener Viertelschlaguhr, das genau 80 Schwingungen in der Minute machte, ergab sich der Abstand des Schwerpunktes vom Linsenmittelpunkte zu 38,0 mm und daraus die mathematische Pendellänge zu 559,5 mm. Das genaue Maß wäre hier nach der bekannten Pendellängen-Tabelle 559,1 mm, weicht also nur um 0,4 mm ab.

Im ungünstigsten Falle, bei dem Pendel einer Karlsteiner Federzug-Hausuhr mit 162 Schwingungen in der Minute, betrug der Schwerpunktsabstand 8,8 mm, und die Messung der mathematischen Pendellänge ergab 137,4 mm, was gegen das genaue Maß, d. i. 136,34 mm, nur um den ebenfalls noch recht geringen Betrag von 1,06 mm abweicht.

Um möglichste Genauigkeit bei der Bestimmung des Schwerpunktes zu erhalten, habe ich jedesmal eine passende Pendelfeder, die ich bis zu zwei Dritteln der gegebenen freien Länge abgeschnitten hatte, am Aufhängungshaken angebracht. Ferner wurde in jedem Falle der Linsenmittelpunkt erst genau festgelegt.

*) Diesen Satz habe ich bereits in der von mir bearbeiteten neunten Auflage von Sieverts »Leitfaden für die Uhrmacherlehre« (Seite 62) gegeben. Der Verf.