

# Berechnung der Unruh für Taschenuhren und andere Laufwerke

Von Professor A. Pfeiffer  
(Fortsetzung zu Seite 142)

(Nachdruck verboten)

Um das Trägheitsmoment der Unruh ermitteln zu können, werden zunächst die Volumina der Einzelteile der Unruh, also der Schenkel, Reifen und Schrauben berechnet; dann wird durch Multiplikation mit dem spezifischen Gewichte des betreffenden Materials deren Gewicht bestimmt. Nunmehr werden die Trägheitsmomente dieser Einzelteile  $J_1, J_2, J_3$  usw. berechnet. Das Trägheitsmoment der Unruh ist sodann:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots$$

Der Gang der Rechnung läßt sich am besten an nachfolgendem Beispiele verfolgen.

Beispiel: Für eine Glashütter 21-linige Ankeruhr habe die Unruh beiläufig folgende Dimensionen:

Durchmesser der Unruh, über die Schenkel gemessen,  $d = 17,6$  mm (siehe Fig. 2). Durchmesser der Unruh, über die Schrauben gemessen, sei  $d_1 = 20$  mm. Die übrigen Dimensionen sind aus Fig. 2 zu entnehmen. Die Praxis ergibt ein Gewicht der ganzen Unruh von  $G = 0,79$  g und ohne Schrauben  $G_1 = 0,48$  g. Die Rechnung ergibt nun:

1. Volumen der Hebesteinverstärkung  $V_1$ : Länge = 3,5 mm; Höhe = 1,1 + 0,4 = 1,5 mm; Breite = 0,8 mm; somit

$$V_1 = 3,5 \cdot 1,5 \cdot 0,8 = 4,2 \text{ cmm}$$

2. Volumen der Schenkel  $V_2$ : Länge = 17,6 - 2 · 0,47 = 16,66 mm;

$$V_2 = 1,8 \cdot 0,42 \cdot 16,6 = 12,6 \text{ cmm}$$

3. Volumen der Reifen  $V_3$ : Länge = (17,6 - 0,47) · 3,14 = 53,8 mm;  $V_3 = 1,58 \cdot 0,47 \cdot 53,8 = \sim 40$  cmm. Es ist nun:

$$V_1 + V_2 + V_3 = \sim 57 \text{ cmm, also ist}$$

$$\text{das Gewicht } g_1 = 0,036 \text{ gr}$$

$$\text{„ „ } g_2 = 0,105 \text{ „}$$

$$\text{„ „ } g_3 = 0,338 \text{ „}$$

$$\text{Somit ist: } G = g_1 + g_2 + g_3 = 0,48 \text{ gr.}$$

Das Trägheitsmoment für einen solchen sich um seinen Schwerpunkt drehenden Körper ist nun nach den Lehren der Mechanik:

$$J = (h^2 + b^2) \frac{M}{12} \text{ oder}$$

$$J = \frac{1}{12} \frac{G}{g} (h^2 + b^2)$$

Auf die Hebesteinverstärkung angewandt, ist:

$$1. J_1 = \frac{0,036}{12 \cdot g} \cdot (1,5^2 + 3,5^2) = \frac{0,0435}{g}$$

wenn für  $h = 1,5$  mm und für  $b = 3,5$  mm gemessen ist.

2. Für die Schenkel ist:

$$J_2 = \frac{0,105}{12 \cdot g} \cdot (1,8^2 + 16,66^2) = \frac{2,456}{g}$$

(hierbei für  $h = 1,8$  mm und für  $b = 16,66$  mm gesetzt).

3. Für den Reifen oder Ring ist allgemein:

$$J_3 = M \cdot \left( R^2 + \frac{b^2}{4} \right) \text{ oder}$$

$$J_3 = \frac{0,338}{g} \cdot \left( 8,56^2 + \frac{0,47^2}{4} \right) = \frac{24,78}{g}$$

hierbei ist  $R = 8,56$  mm = der mittlere Radius der Unruh oder des Reifens und  $b = 0,47$  mm = die Dicke des Ringes, wie dies aus Fig. 2 ersichtlich ist.

4. Für die Schrauben ergibt sich ein Trägheitsmoment  $J_4$ , welches sich berechnet nach der Formel:

$$J_4 = M \cdot \left[ \left( \frac{r_1^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right) + d_2 \right];$$

hier ist  $r_1 = 0,76$  mm = der Schraubenkopfhalmmesser und  $l = 1,2$  mm = die Kopfhöhe.

Ferner ist  $d$  die Entfernung des Schwerpunktes der Schraube von der Schwingungsachse; dieser Wert berechnet sich nach der Formel:

$$d = \frac{s}{3} + R_1$$

$$d = \frac{1,2}{3} + \frac{17,6}{2} = 9,2 \text{ mm;}$$

hierbei ist  $s$  die Kopfhöhe und  $R_1$  der äußerste Radius der Unruh.

Also ist das Trägheitsmoment, wenn obige Zahlenwerte eingesetzt werden und man 8 Regulierschrauben und 4 Korrektionschrauben, letztere mit halber Kopfhöhe, hat:

$$J_4 = \frac{25,47}{g}$$

Das Trägheitsmoment der ganzen Unruh ist somit:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \text{ oder}$$

$$J = \frac{0,0435 + 2,456 + 24,78 + 25,47}{g} \text{ oder}$$

$$J = \frac{52,75}{9810} = 0,005375.$$

Um den Trägheitshalbmesser  $r$  der Unruh zu bestimmen, wird gesetzt:

$$J = M \cdot r^2 = \frac{G}{g} \cdot r^2 \text{ oder}$$

$$r = \sqrt{\frac{J \cdot g}{G}}$$

die Werte eingesetzt, ergibt:

$$r = \sqrt{\frac{0,005375 \cdot 9810}{0,79}}$$

$$r = 8,2 \text{ mm.}$$

In ganz gleicher Weise läßt sich auch das Trägheitsmoment für 20-, 19-, 18- und 13-linige Uhren berechnen; die sich hiernach ergebenden Werte sind in nachfolgender Tabelle I eingetragen:

Tabelle I

Liniengröße der Uhr	Durchmesser der Unruh, über die Schenkel gemessen	der Unruh		der Unruharme		Schraubenkopfdurchmesser	Länge	Höhe	Gewicht der ganzen Unruh	Trägheitshalbmesser			
		Reifenbreite	Schenkelbreite	Schenkelbreite	Schenkeldicke								
21	17,6	20	1,58	0,47	1,8	0,42	1,5	3,5	1,1	0,79	0,48	$\frac{0,0435 + 2,456 + 24,78 + 25,47}{9810} = 0,005375$	8,2
20	15,0	17,3	1,60	0,47	1,7	0,4	1,5	—	—	0,40	—	$\frac{0,035 + 1,327 + 15,2 + 21,9}{9810} = 0,003921$	7,16
19	14,2	16,7	1,42	0,72	1,42	0,35	1,4	—	—	0,30	—	$\frac{0,0274 + 0,85 + 10,5 + 17,5}{9810} = 0,002944$	6,94
18	13,5	16,0	1,35	0,415	1,4	0,3	—	—	—	0,27	—	$\frac{0,0077 + 0,61 + 8,76 + 13,22}{9810} = 0,002214$	6,526
13	11,0	—	1,05	0,335	1,3	0,3	—	—	—	0,145	—	$\frac{0,006 + 0,303 + 2,82 + 13,0}{9810} = 0,00626$	5,113

Fig. 2

