Es geht daraus hervor, dass die Masseneinheit ein Gewicht von 9808,8 Gramm besitzt.

Wir denken uns den Punkt m mit dem Umdrehungspunkt o unveränderlich verbunden, nehmen aber an, dass die Verbindungslinie o m = r selbst keine Masse besitzt.

Besteht nun eine Kraft, welche die Geschwindigkeit der Bewegung des Punktes m ändert, so müssen wir, um die Veränderung der Geschwindigkeit (Beschleunigung) berechnen zu können, die Grösse dieser Kraft und den Hebelarm, unter welchem dieselbe wirkt, kennen.

Das Produkt, welches man erhält durch die Multiplikation der Kraft mit ihrem Hebelarm wird „Kraftmoment" genannt.

Sei z. B. Q = 10 gr. die Kraft, welche unter einem Hebelarm a = 5 mm. wirkt, so ist das Kraftmoment F

$$F = Q\,a = 10 \times 5 = 50 \text{ gr.}$$

Man kann sich also den Ausdruck „Kraftmoment" so vorstellen, als wenn eine Kraft F = Q a gr. unter einem Hebelarm von einem Millimeter wirkt.

Die Kraft, herrührend von dem Kraftmomente F, welche auf den Punkt m einwirkt, wird aber um so kleiner sein, je weiter der Punkt m von dem Umdrehungspunkte O entfernt ist. Nennen wir f die Kraft, welche der Punkt m erhält, so haben wir

$$f = \frac{F}{r}$$

Die Beschleunigung j, welche ein Körper annimmt, ist aber gleich der Kraft, welche auf ihn einwirkt, dividirt durch seine Masse. Der Punkt m wird also eine liniäre Beschleunigung j annehmen, welche ausgedrückt wird durch

$$j = \frac{F}{r\,m}$$

Die Winkelbeschleunigung, die wir durch J bezeichnen wollen, das heisst die Beschleunigung, die ein Punkt annimmt, der sich gleichzeitig mit dem Punkte m um O bewegt, und welcher ein Millimeter von O entfernt ist, wird aber noch r mal kleiner sein. Wir haben also

$$J = \frac{F}{r^2\,m}$$

Bleibt aber das Kraftmoment F unverändert, und denken wir uns einen zweiten Punkt m', welcher von O sich in einer Entfernung r' befindet, so erhalten wir die Winkelbeschleunigung J der beiden Punkte m und m', indem wir zu dem Nenner obiger Gleichung noch $r'^2 m'$ hinzufügen. Wir haben also dann

$$J = \frac{F}{r^2 m + r'^2 m'}$$

Ein Körper besteht aus vielen materiellen Punkten; um die Winkelbeschleunigung J zu erhalten, die das Kraftmoment F denselben ertheilt, müssen wir die Addition machen der Massen sämmtlicher Punkte von denen jeder mit dem Quadrat seines Abstandes vom Umdrehungspunkt multiplicirt ist; diese Summe die wir ausdrücken durch $\Sigma\, m\, r^2$, wollen wir durch A bezeichnen, also

$$\Sigma\, m\, r^2 = A$$

Der Werth von A wird das Trägheitsmoment genannt.

Ist dasselbe bekannt, und kennt man die Masse $\frac{P}{g}$ des Körpers, so kann man schreiben:

$$(1) \qquad A = \frac{P}{g} R^2 ;$$

R bezeichnet hier einen imaginären Radius, den wir uns denken könnten als den Radius eines hohlen Cylinders, dessen Wand so dünn ist, dass jeder materielle Punkt gleich weit von der Umdrehungsachse absteht; die Masse dieses Cylinders ist gleich $\frac{P}{g}$. Der Radius dieses Cylinders wird der „Trägheitshalbmesser" genannt.

Das Trägheitsmoment eines Körpers können wir uns so vorstellen, als sei eine Masse $\frac{P}{g} R^2$ in einem hohlen Cylinder vereinigt, dessen Radius gleich der angenommenen Längeneinheit ist; wir haben aber schon das Kraftmoment F ebenfalls so bestimmt, als wenn die Kraft F an einem Hebelarme wirkte, welcher ebenfalls gleich der Längeneinheit ist; wir haben also Masse und Kraft in derselben Entfernung vom Umdrehungspunkte wirken lassen. Wir erhalten jetzt die Winkelbeschleunigung

$$J = \frac{F}{A}$$

Will man das Trägheitsmoment einer Unruhe berechnen, so muss man die Unruhe in mehrere Theile zerlegen, so dass jeder Theil eine regelmässige Form hat, das Trägheitsmoment jedes einzelnen Theiles berechnen, und dann sämmtliche Resultate zusammen addiren.

Hat man z. B. eine compensirende Unruhe, so berechne man das Trägheitsmoment der Schrauben, des Messing- und des Stahlreifens, dann dasjenige des Armes, der Achse mit den Rollen und der Spiralrolle. Für dergleichen regelmässige Formen giebt es Formeln, welche die Rechnung erleichtern, auf die ich aber hier nicht eingehe.

Wird aber nicht eine so grosse Genauigkeit verlangt, und hat man eine Unruhe, welche von der gewöhnlichen Form nicht oder nur unbedeutend abweicht, so kann man in Gleichung (1) den Trägheitshalbmesser R bis an die innere Seite des Compensationsreifens annehmen.

Nehmen wir z. B. eine 19linige Uhr (43 mm. ungefähr), so kann man eine Unruhe anwenden, deren Durchmesser bis an die äusseren Enden der Schrauben gleich 19 mm ist.

Wir haben dann

$$R = 8{,}25 \text{ mm}$$

und das Gewicht

$$P = 0{,}6 \text{ gr.}$$

und erhalten daraus

$$A = \frac{P}{g} R^2 = \frac{0{,}6 \times 8{,}25^2}{9808{,}8} = 0{,}00416328\,.\,.$$

Der Trägheitshalbmesser erleidet eine Veränderung durch den Temperaturwechsel u. a. m. Nehmen wir aber in Folgendem das Trägheitsmoment A als unveränderlich an, und gehen zu den verschiedenen Kräften über, welche, während die Unruhe eine Schwingung vollendet, auf dieselbe einwirken.

Die bei weitem grösste Kraft ist die der Spiralfeder, beschäftigen wir uns deshalb zuerst mit dieser, und nehmen vorläufig an, dass keine andere Kraft auf die Unruhe einwirkt.

Das Kraftmoment der Spiralfeder.

Hat man die Spiralfeder vermittelst der Spiralrolle auf der Unruhe befestigt, das Spiralklöbchen ebenfalls an seinen Platz gebracht und so die Unruhe in die Platine gesetzt, so wird die Spiralfeder die Unruhe in einer bestimmten Lage in Ruhe halten. In dieser Lage sind die Molecularkräfte der Spiralfeder im Gleichgewicht.

Wird aber die Unruhe um einen Winkel, den wir mit α bezeichnen wollen, aus dieser Lage nach einer oder der anderen Seite herumgedreht, so wird das Gleichgewicht der Molecularkräfte gestört, sie haben dann das Bestreben, in ihre Gleichgewichtslage zurückzukehren, und üben dabei auf die Unruhe eine Kraft aus, deren Moment wir bestimmen wollen, und zwar zuerst durch einen praktischen Versuch.

Fig. 2

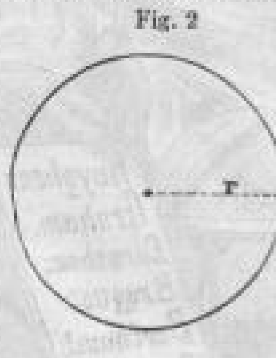
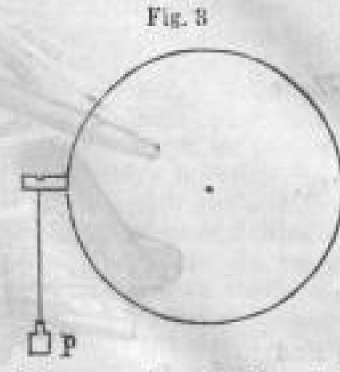


Fig. 3



Befestigen wir, Fig. 2, an der Unruhe einen Stift, in welchen wir einen Einschnitt machen und setzen die Unruhe mit diesem Stifte in's Gleichgewicht, und bringen sie in die Lage, dass deren Achse wagerecht ist. Drehen wir nun die Unruhe Fig. 3 um einen Winkel α, den wir hier zu einem halben Umgang annehmen wollen, herum, also $\alpha = \pi$ und hängen in dem Einschnitt ein Gewicht an, welches der Spiralfeder in dieser Lage das Gleichgewicht hält.

Würde man dieses Gewicht p gefunden haben

$$p = 0{,}3963 \text{ gr}$$

und würde der Hebelarm r, unter welchem dieses Gewicht wirkt, gleich 10 mm sein, so würde das Kraftmoment dieses Gewichtes sein

$$p\,r = 3{,}963 \text{ gr.}$$

Drehen wir aber die Unruhe noch einen Umgang mehr herum, so dass $\alpha = 3\pi$ ist, so müssen wir das Gewicht genau verdreifachen. Es geht daraus hervor, dass das Kraftmoment der Spiralfeder dem Winkel α proportional ist, um welchen die Unruhe aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt ist.

Dividiren wir den Werth $p\,r = 3{,}963$ durch den Winkel π, um welchen die Unruhe bei dem ersten Versuch gedreht war, so erhalten wir

$$\frac{p\,r}{\pi} = \frac{3{,}963}{3{,}1416} = 1{,}02725$$

Diesen Werth wollen wir mit M bezeichnen. Dies ist das Kraftmoment der Spiralfeder, wenn die Unruhe um einen Winkel gedreht ist, der gleich der Einheit ist, das heisst um einen Winkel, dessen Bogen gleich ist dem Radius dieses Bogens.

Für irgend welchen Winkel α erhält man dann das Kraftmoment wenn wir M mit α multipliciren; wir haben also

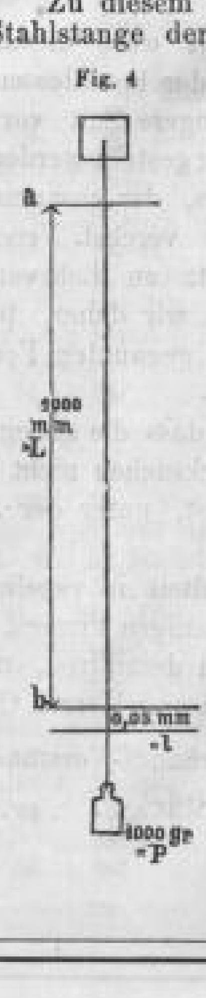
$$(2) \qquad \text{Kraftmoment der Spiralfeder} = M\,\alpha.$$

Im Vorstehenden haben wir ein Mittel, das Kraftmoment der Spiralfeder practisch zu bestimmen, es ist aber auch möglich dasselbe zu berechnen.

Wird die Unruhe nach der Seite hinbewegt, dass die Umgänge der Spiralfeder kleiner werden, so werden die äusseren Fibern sich ausdehnen und die inneren sich zusammenziehen, wie man dies wahrnehmen kann, wenn man ein Stück Gummi biegt. Diese Fibern haben das Bestreben, ihre ursprüngliche Länge wieder anzunehmen. Wir müssen also zuerst untersuchen, mit welcher Kraft eine solche verlängerte Fiber ihre ursprüngliche Länge wieder annehmen will.

Zu diesem Zweck machen wir folgenden Versuch: Wir nehmen eine Stahlstange deren Durchschnitt gleich 1 mm im Quadrat ist, befestigen dieselbe in der verticalen Lage an ihrem oberen Ende wie Fig. 4 zeigt und machen in a und b ein Zeichen etwas entfernt vom oberen und unteren Ende. Sei die Entfernung von a b gleich 1000 mm = L. Hängen wir jetzt an das untere Ende ein Gewicht von 1000 gr = P so wird man bemerken, dass die ursprüngliche Entfernung von a b grösser geworden ist und sich vielleicht um 0,05 mm = l verlängert hat. Dergleichen Versuche haben gelehrt, dass die Verlängerung l immer dem Gewichte P proportional ist, so weit die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird.

Fig. 4



Man kann sich jetzt fragen, welches bestimmte Gewicht E müsste man anhängen damit die Verlängerung l gleich der ursprünglichen Länge L würde.

Wir haben

$$(3) \qquad E = \frac{P\,L}{l} = \frac{1000 \times 1000}{0{,}05} = 20\,000\,000\,.$$

Es würde also ein Gewicht von 20 000 000 gr. dazu gehören um die ursprüngliche Länge der Stange zu verdoppeln. Dieses Gewicht E wird der Elasticitätscoefficient genannt und ist ungefähr gleich obigem Werthe bei den Stahlsorten geringerer Qualität. Bei dem in der Uhrmacherei gebräuchlichen Stahl nehme ich E = 26 000 000 an.

Ich will hier weiter nicht eingehen auf die Veränderlichkeit dieses Elasticitätscoefficienten, nur wollte

SLUB Wir führen Wissen. http://digital.slub-dresden.de/id20454461Z/13 STAATLICHE KUNSTSAMMLUNGEN DRESDEN