$$L'_1 = (r + v)(\Theta + \alpha)$$

oder wenn wir für r den Werth von Gleichung (6) einsetzen

(7) $$L'_1 = \left(\frac{r_0\,\Theta}{\Theta + \alpha} + v\right)(\Theta + \alpha) = r_0\,\Theta + v\,\Theta + v\,\alpha$$

Die Verlängerung l welche diese Fiber erleidet, ist nun gleich $L'_1 - L_1$ also

(8) $$l = r_0\,\Theta + v\,\Theta + v\,\alpha - r_0\,\Theta - v\,\Theta = v\,\alpha$$

Das heisst die Verlängerung ist gleich dem Abstande der betrachteten Fiber multiplicirt mit dem Winkel, um welchen sich der ursprüngliche Winkel vergrössert hat.

Die Werthe v und $\alpha$ können aber positif und negatif genommen werden. Wir haben eine Verlängerung, wenn beide Werthe gleiche Zeichen haben und eine Verkürzung, wenn sie entgegengesetzte Zeichen haben.

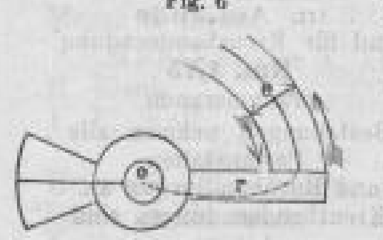
Zu bemerken ist, dass die Verlängerung unabhängig ist von dem Radius $r_0$. Aus diesem Grunde ist Gleichung (8) auch noch richtig, wenn die Spiralfeder keine Kreisform hat, wie z. B. diejenige einer Archimedischen Spirale.

Setzen wir den Werth von l Gleichung (8) in Gleichung (4), so haben wir die Kraft P, mit welcher die Fiber wirkt, welche sich in einer Entfernung v von der mittleren Fiber befindet

(9) $$P = \frac{E\,v\,\alpha\,s}{L}$$

Denken wir uns nun das eine Ende b der Spiralfeder sei an einer für cylindrische Spiralfedern gebräuchlichen Spiralrolle befestigt, wie Fig. 6 zeigt, in welcher die Dicke l sehr übertrieben ist um die Zeichnung deutlicher zu machen.

Fig. 6




Nehmen wir an, dass die Unruhe so gedreht ist, dass die Radien der Spiralfeder kleiner geworden sind, so werden die äusseren Fibern verlängert und die inneren verkürzt worden sein. Sie haben aber das Bestreben, ihre ursprüngliche Länge wieder anzunehmen und üben daher auf den Arm der Spiralrolle eine Kraft aus, deren Richtung durch die beigesetzten Pfeile angegeben ist.

Suchen wir jetzt das Kraftmoment zu ermitteln, mit welchem diese Fibern auf die Spiralrolle einwirken, indem wir annehmen, dass die Richtung dieser Kräfte senkrecht auf den Radius r' steht, und wenden wir zuerst eine elementare Methode an um auch demjenigen, welcher die Integralrechnung nicht kennt, diese Rechnung zu veranschaulichen.

Eine Fiber der äusseren Seite, welche um v von der mittleren Fiber entfernt ist, wird ein Kraftmoment M P haben

$$M\,P = P\,(r' + v)$$

Der Hebelarm ist $(r' + v)$

Das Kraftmoment einer inneren Fiber

$$M\,P = -P\,(r' - v)$$

Nehmen wir jetzt das Kraftmoment, welches zwei Fibern, eine innere und eine äussere, die um eine gleiche Entfernung v von der mittleren Fiber abstehen, so haben wir, wenn wir die beiden Momente zusammen addiren

$$2\,M\,P = P\,(r' + v) - P\,(r' - v)$$

(10) oder $2\,M\,P = 2\,P\,v$

$P\,r' - P\,r'$ heben sich auf. Man ersieht daraus, dass das Kraftmoment, mit welchem die Spiralfeder auf die Unruhe wirkt, unabhängig ist von der Entfernung, in welcher die Spiralfeder vom Mittelpunkte aus an der Spiralrolle befestigt ist.

Setzen wir in Gleichung (10) für P den Werth von Gleichung (9)

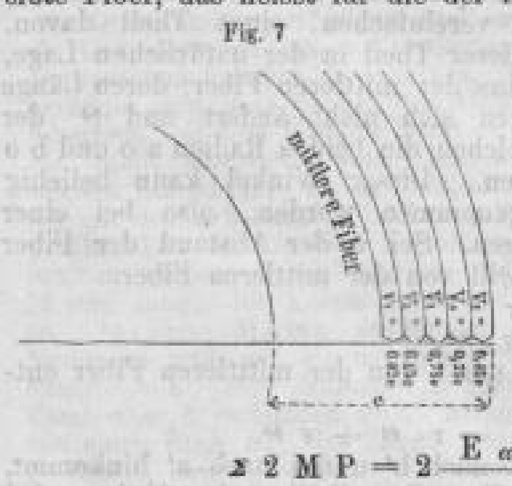
(11) $$2\,M\,P = 2\,\frac{E\,\alpha\,s\,v^2}{L}$$

Wir müssen nun den Querschnitt s der betrachteten Fiber bestimmen. Nehmen wir an, dass der Querschnitt der Spiralfeder ein Rechteck ist, dessen Höhe wir mit h und dessen Dicke wir mit e bezeichnen. Theilen wir die Dicke e der Spiralfeder in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, 10 z. B., so ist jeder Theil $= 0{,}1$ e. Nehmen wir einen solchen Theil als die Dicke einer Fiber an, so ist deren Querschnitt

$$s = 0{,}1\,e\,h$$

Denken wir uns jetzt, was nicht vollständig richtig ist, jede Fiber wirke mit ihrem mittleren Theile auf die Spiralrolle, so ist v für die erste Fiber, das heisst für die der mittleren Fiber nächste $= 0{,}05$ e, für die zweite 0,15 e, für die dritte 0,25 e, für die vierte $= 0{,}35$ e und für die fünfte $= 0{,}45$ e. Erheben wir nun sämmtliche 5 Werthe von v ins Quadrat und addiren sie zusammen.

Fig. 7




$$v_1^2 = 0{,}05^2\,e^2 = 0{,}0025\,e^2$$
$$v_2^2 = 0{,}15^2\,e^2 = 0{,}0225\,e^2$$
$$v_3^2 = 0{,}25^2\,e^2 = 0{,}0625\,e^2$$
$$v_4^2 = 0{,}35^2\,e^2 = 0{,}1225\,e^2$$
$$v_5^2 = 0{,}45^2\,e^2 = 0{,}2025\,e^2$$
$$\Sigma\,v^2 = 0{,}4125\,e^2$$

Setzen wir diesen Werth von $\Sigma\,v^2$ in Gleichung (11), so erhalten wir

$$\Sigma\,2\,M\,P = 2\,\frac{E\,\alpha\,0{,}1\,e\,h\,0{,}4125\,e^2}{L}$$

$\Sigma\,2\,M\,P$ ist aber die Summe der Kraftmomente sämmtlicher 10 Fibern, indem 2 M P das Kraftmoment zweier Fibern, einer inneren und einer äusseren, darstellt. In Gleichung (2) hatten wir dieses bezeichnet durch M $\alpha$. Wir haben also

(12) $$M\,\alpha = \frac{0{,}0825\,E\,e^3\,h}{L}\,\alpha$$

Die Intregralrechnung liefert uns aber die Mittel, um mit grösserer Genauigkeit die obige Addition zu machen.

Sei die Dicke einer Fiber d v, so haben wir

Gleichung (11) $s = h\,d\,v$.

und $$2\,d\,M\,P = 2\,\frac{E\,\alpha\,h}{L}\,v^2\,d\,v.$$

Setzen wir also $2\int d\,M\,P = M\,\alpha$, so haben wir

$$M\,\alpha = 2\,\frac{E\,h\,\alpha}{L}\int v^2\,d\,v = \tfrac{2}{3}\,\frac{E\,\alpha\,h}{L}\,v^3 + C$$

und wenn wir $v = \frac{1}{2}$ e setzen, das heisst, wenn wir das Integral zwischen den Grenzen $v = \frac{1}{2}$ e und $v = o$ nehmen, erhalten wir

(13) $$M\,\alpha = \tfrac{1}{12}\,\frac{E\,h\,e^3}{L}\,\alpha$$

$\frac{1}{12}$ ist gleich 0,0833 . . Gleichung (12) und (13) sind also annähernd gleich. Würden wir die Dicke der Spiralfeder in eine höhere Anzahl Theile als 10 getheilt haben, so würde das in Gleichung (12) erhaltene Resultat sich dem in Gleichung (13) mehr nähern.

Zu bemerken ist noch, dass Gleichung (13) ebenfalls das Kraftmoment einer Zugfeder angiebt. Bei derselben nimmt aber $\alpha$ einen sehr hohen Werth an, es wird gleich 80—90. Ich setze dann

$$\alpha = 2\,\pi\,n$$

wo n gleich ist der Anzahl der Umgänge, welche die Feder besitzt, in dem Augenblicke, in welchem man das Kraftmoment bestimmen will, weniger der Anzahl der Umgänge, welche die Feder besitzt, wenn sie frei aus dem Federhause auf dem Tisch liegt.

Aus Gleichung (13) erhalten wir den Werth von M.

(14) $$M = \frac{E\,e^3\,h}{12\,L}$$

(Fortsetzung folgt.)

## Vorschlag zur Einführung eines neuen Normal-Gewindes für Gross-Uhrmacher und Feinmechaniker.

Von

**C. Dietzschold**, Director der Uhrenindustrieschule in Karlstein.

(Schluss.)

Um nun zu einem geeigneten Verhältnisse zwischen Ganghöhe und Schraubendurchmesser zu gelangen, wurden mittelst der Normalmaschine nach einer vorläufig angenommenen Ordnung mehrere Gewinde für jede Schraubenstärke erzeugt und diejenigen dann ausgewählt, welche eine solche Ganghöhe besassen, dass ihre Herstellung mit der Kluppe, bezw. Schneideisen keiner Schwierigkeit unterlag.

Auf diesem Wege gelangten wir für Kluppengewinde zu dem Satze, dass die 10fache Ganghöhe gleich dem 1,8fachen Schraubendurchmesser, vermehrt um 1 Millimeter.

Nennen wir die 10fache Ganghöhe h in Millimetern, den Schraubendurchmesser d in Millimetern, so lautet die Formel

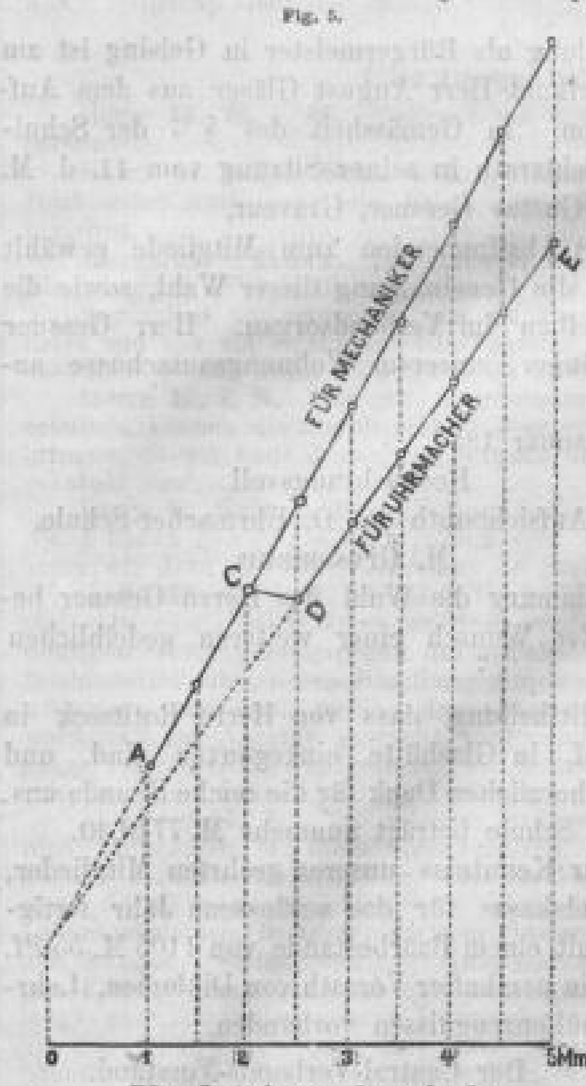
$$d = 1{,}8\,h + 1\,\text{mm.}$$

Diese Gewinde sind indess von 2,5 mm. ab schon etwas zu stark für Schneideisen, während die geringeren Stärken andererseits ganz gut verwendbar sind, weshalb für Schneideisengewinde von 2,4 mm. ab sich das Gesetz ergab: dass die 10fache Ganghöhe gleich dem 1,4fachen Schraubendurchmesser, vermehrt um 1 mm., wenn noch eine leichte Herstellung mit Schneideisen statthaben sollte, wofür unter Benutzung der zur vorigen Formel gebrauchten Bezeichnungen sich ergiebt:

$$h = 1{,}4\,d \times 1\,\text{mm.}$$

Trägt man von einem gewissen Punkte aus den Durchmesser der Schraube z. B. in 10facher Vergrösserung auf, senkrecht auf dieser Linie z. B. die 100fache (gemessene oder berechnete) Ganghöhe, und verbindet die Endpunkte aller letztgenannten Senkrechten, so ergeben die Verbindungslinien aller dieser Punkte eine gerade Linie für die Kluppengewinde, dagegen besteht sie aus einer gebrochenen Linie für die Schneideisengewinde, wie Fig. 5 darstellt.

Fig. 5.




**Karlsteiner Gewinde.**
100fache Ganghöhe.

Wir betonten bereits, dass es sehr wünschenswerth sei, einen gewissen Anschluss an das Withworth'sche Gewindesystem in einem neu aufzustellenden Schraubensystem für die Gewinde der Feinmechanik und Uhrmacherei zu haben. Dieser ist erreicht, wie die graphische Darstellung Fig. 6 zeigt, wo das von uns vorgeschlagene Gewindesystem für Kluppen ($h = 1{,}8\,d + 1$ mm.) sich nicht nur äusserlich, sondern man kann auch sagen, organisch an das englische System anschliesst.

Aus der Zeichnung erhellt auch, dass für das englische System nicht allein die Bedeutung und Leistungsfähigkeit der Withworth'schen Fabrik, sondern wohl auch seine gesetzmässige Abstufung