ruhender Ankergang und Sekundenpendel mit Compensationsvorrichtung und kurzen Schwingungen.

Vermöge dieser Errungenschaften ist es also nach Jahrhunderte langer, stufenweiser Entwickelung der Uhr ermöglicht, störende Reibungen auf das geringste Mass zu reduciren, wozu die Herstellung und Anwendung eines möglichst adhäsionsfreien Oeles wesentlich beiträgt; ferner, die Zugkraft des Gewichtes in unveränderter Gleichmässigkeit auf die Pendelschwingungen zu übertragen, die Pendelschwingungen selbst gleichmässig herzustellen und zu erhalten, sowie den störenden Luftwiderstand möglichst zu überwinden, wodurch die gewünschte bedeutende Genauigkeit in der Zeiteintheilung herbeigeführt worden ist, wie schon erwähnt: bis auf Bruchtheile einer Secunde per Woche!

Wir stehen somit vor der vollkommensten Uhr der Gegenwart, die sich in ihrer wirklichen Genauigkeit der Zeitangabe sehr dem Ideale der Sonnenzeitangabe nähert, aber so hoch die Sonne über der Erde steht, so weit ist noch der Sprung über die letzte Klippe in der vollkommenen ideellen Zeiteintheilung.

Auf besseren Sternwarten befinden sich gewöhnlich mehrere astronomische Regulateure, und können die Astronomen infolge Beobachtung und Vergleichung derselben leicht die genaue Zeit feststellen und sind sie somit der Zeitverlegenheit überhoben, wenn die Sonne und der Polarstern auch selbst auf Wochen nicht sichtbar sein sollte.

Der Preis eines guten astronomischen Regulators ist immer noch ein ganz ansehnlicher, er variirt meistens zwischen 2—3000 Mark. Wenn man aber bedenkt, dass in alten Zeiten mindestens ebensoviel Thaler für die damals so primitiven Zeitmesser bezahlt wurden, und dass das Geld seitdem lange nicht mehr den früheren Werth hat, so sind die jetzigen vollkommenen Uhren doch billig zu nennen.

(Fortsetzung folgt.)

Zur Theorie der Reglage.

Von

Jul. Grossmann in Locle.

(Fortsetzung von No. 6.)

Theorie der flachen oder archimedischen Spiralfeder.

Die cylindrische Spiralfeder eignet sich ihrer einfachen Form halber ganz besonders, die Bedingungen zu studiren, welche sie besitzen muss, um als regulirende Kraft zu wirken.. Dieselbe kann auch sehr einfach und ohne aussergewöhnliche Werkzeuge von jedem Uhrmacher hergestellt, gut gehärtet und schön polirt werden, und übt auf das Auge, wenn theoretisch aufgesetzt, durch ihre concentrische Entwickelung einen angenehmen Eindruck aus. Die cylindrische Spiralfeder eignet sich aber nur für hochgebaute Uhren und besonders für Seechronometer. Für flache Taschenuhren leistet sie in der Regel nicht die Dienste, welche man von ihr erwartet, und zwar häufig aus dem Grunde, weil der ihr zugewiesene Platz andern Hemmungstheilen entzogen ist.

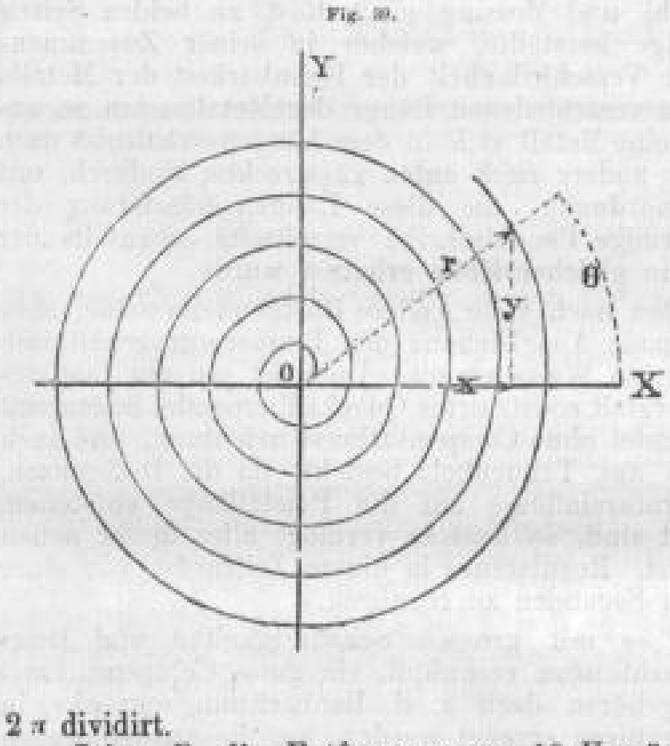
Für solche Uhren wird deshalb auch die flache Spiralfeder fast allgemein angewandt. Dieselbe, ohne Endcurven, hat aber keine concentrische Entwickelung. Breguet bog den äusseren Umgang in die Höhe und näherte ihn so wieder dem Mittelpunkte, wodurch er schon eine mehr gleichförmige Entwickelung erzielte; besser gelingt dies aber, wenn dieser aufgebogene Umgang die Form einer Phillip'schen Endcurve erhält.

Wir wollen nun in Folgendem untersuchen, welche genaue theoretische Form diese Endcurve erhalten soll.

Die in Polarcoordinaten ausgedrückte Gleichung der archimedischen Spirale ist:

$$(53) \qquad r = a\,\Theta.$$

Fig. 39.



r bezeichnet den veränderlichen Radius vector (Leitstrahl.) Θ ist der Winkel, welchen dieser Radius mit der im Anfangspunkte gezogenen Tangente O X Fig. 39 macht.

a ist eine constante Grösse, um welche sich zwei verschiedene Spiralen unterscheiden.

Man erhält den Werth von a, wenn man in Gleichung (53) $\Theta = 1$ setzt und hat dann a gleich dem correspondirenden Werth von r. Einfacher erhält man den Werth von a einer gegebenen Spirale, wenn man die Entfernung zweier Umgänge durch 2π dividirt.

Sei z. B. die Entfernung von 10 Umgängen = 3 mm, so ist die Entfernung zweier Umgänge = 0,3 mm und

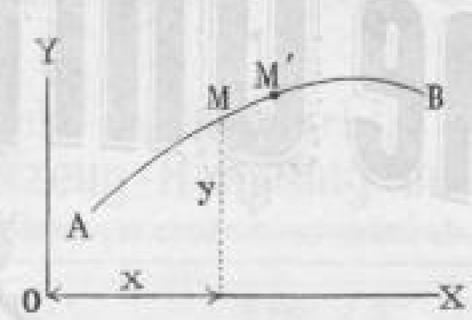
$$a = \frac{0{,}3}{2 \times 3{,}1416} = 0{,}0477\ldots$$

ungefährer Werth von a der Spiralfeder einer 19linigen Uhr.

Betrachten wir eine archimedische Spirale, so nehmen wir sogleich wahr, dass ihr Schwerpunkt nicht in ihrem Anfangs- oder Mittelpunkte liegt. Um den Schwerpunkt in den Mittelpunkt zu bringen, müssen wir eine äussere Curve ansetzen, deren Moment in Beziehung auf die rechtwinkeligen Achsen Y und X gleich demjenigen der Spiralfeder, aber mit entgegengesetzten Zeichen versehen ist.

Um nun das Moment der äusseren Curve zu bestimmen, müssen wir zuerst dasjenige der Spiralfeder berechnen.

Fig. 40.



Um das Moment irgend einer Curve A B Fig. 40 in Beziehung zu den Achsen Y X zu finden, betrachten wir das Element M M'. Sei y die Ordinate des Punktes M und x seine Abcisse; die Länge: M M' = d L.

Das Moment:

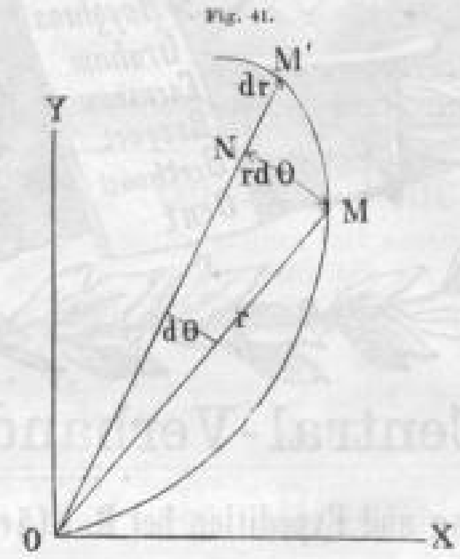
$$d\,m\,y = d\,L\,y$$
$$d\,m\,x = d\,L\,x$$

wir erhalten durch Integration das Moment der Curve A B also:

$$(54) \qquad m\,y = \int y\,d\,L \qquad m\,x = \int x\,d\,L$$

In diesen allgemeinen Gleichungen müssen wir die Werthe von y, x und d L einsetzen, welche unserer Spiralfeder angehören. Bestimmen wir zuerst d L = M M' Fig. 41.

Fig. 41.



Sei r der Radius vector des Punktes M, welcher mit dem Radius vector O M' den unendlich kleinen Winkel $d\,\Theta$ macht. Ziehen wir noch vom Mittelpunkte O den Kreisbogen M N, dessen Länge $= r\,d\,\Theta$ ist.

Es wird nun N M' = d r.

Der Winkel M' N M ist ein rechter, wenn $d\,\Theta$ unendlich klein ist. Daher haben wir nach dem pythagoräischen Lehrsatze:

$$d\,L = \sqrt{r^2\,d\,\Theta^2 + d\,r^2}$$

Gleichung (53) $r = a\,\Theta$ giebt $d\,r = a\,d\,\Theta$.

Setzen wir diese Werthe ein, so erhalten wir:

$$d\,L = \sqrt{a^2\,\Theta^2\,d\,\Theta^2 + a^2\,d\,\Theta^2} = a\,d\,\Theta\,\sqrt{\Theta^2 + 1}$$

oder:

$$(55) \qquad d\,L = a\,\Theta\,d\,\Theta\,\sqrt{1 + \frac{1}{\Theta^2}}$$

Wir haben ferner Fig. 39:

$$y = r \sin\Theta = a\,\Theta \sin\Theta$$
$$x = r \cos\Theta = a\,\Theta \cos\Theta.$$

also:

$$(56) \qquad \begin{cases} \int y\,d\,L = a^2 \int \Theta^2 \sin\Theta \sqrt{1 + \frac{1}{\Theta^2}}\,d\,\Theta \\ \int x\,d\,L = a^2 \int \Theta^2 \cos\Theta \sqrt{1 + \frac{1}{\Theta^2}}\,d\,\Theta. \end{cases}$$

Diese Gleichungen gehören nicht zu denjenigen, welche sich auf bekannte Integrale zurückführen lassen.

Um die Integration möglich zu machen, wollen wir den Radical nach dem Binonu von Newton in eine unendliche Reihe verwandeln, und von dieser Reihe nur die beiden ersten Glieder berücksichtigen, da nämlich die höheren Potenzen von $\frac{1}{\Theta^2}$ äusserst kleine Werthe geben. Wir haben also:

$$\left(1 + \frac{1}{\Theta^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\,\frac{1}{\Theta^2}$$

und wenn wir diesen Werth in den Gleichungen (56) einsetzen:

$$\int \Theta^2 \sin\Theta \sqrt{1 + \frac{1}{\Theta^2}}\,d\,\Theta = \int \Theta^2 \sin\Theta\,d\,\Theta + \tfrac{1}{2} \int \sin\Theta\,d\,\Theta.$$

$$\int \Theta^2 \cos\Theta \sqrt{1 + \frac{1}{\Theta^2}}\,d\,\Theta = \int \Theta^2 \cos\Theta\,d\,\Theta + \tfrac{1}{2} \int \cos\Theta\,d\,\Theta$$

Es ist nun:

$$\int \Theta^2 \sin\Theta\,d\,\Theta = -\,\Theta^2 \cos\Theta + 2\,\Theta \sin\Theta + 2 \cos\Theta.$$

$$\frac{1}{2} \int \sin\Theta\,d\,\Theta = \qquad -\,\tfrac{1}{2} \cos\Theta.$$

also:

$$(57) \int y\,d\,L = a^2 \left\{ -\,\Theta^2 \cos\Theta + 2\,\Theta \sin\Theta + 1{,}5 \cos\Theta \right\} + C$$

ferner:

$$\int \Theta^2 \cos\Theta\,d\,\Theta = \Theta^2 \sin\Theta + 2\,\Theta \cos\Theta - 2 \sin\Theta$$

$$\frac{1}{2} \int \cos\Theta\,d\,\Theta = \qquad +\,\tfrac{1}{2} \sin\Theta$$