

von 360° eine Breite von 3 mm. und eine Dicke von 0,22 mm., wie dick muss bei derselben Breite die neue Zugfeder werden?

Wenn die Federklinge beispielsweise noch einmal so dick würde, so wird die Feder, sofern sie denselben Raum im Federhaus ausfüllen soll, auch fast noch ein Mal so kurz werden müssen.

Aus der Formel für das Kraftmoment der Feder geht aber hervor, dass das Kraftmoment direkt der 3. Potenz der Dicke und der Länge umgekehrt proportional ist. Es würde also das Kraftmoment einer Feder, deren Klinge 2 Mal dicker ist, als eine andere, 2<sup>3</sup>, sonach 16 Mal grösser sein müssen.

Also allgemein würde das Kraftmoment zweier Zugfedern für dasselbe Federhaus sich verhalten wie die 4. Potenzen der Dicke ihrer Klingen. In dem gegebenen Fall also würde die neue Feder eine Dicke von

$$0,22 \sqrt[4]{\frac{25}{16}} = 0,22 \sqrt[4]{\frac{5}{4}} = 0,244 \text{ mm.}$$

zu erhalten haben.

Die Veränderung in der Dicke der Zugfeder kann selbstverständlich nur innerhalb gewisser Grenzen stattfinden, weil bei Veränderung der Dicke der Klinge, auch die Anzahl der wirkenden Umgänge verändert wird. Würde z. B. die alte Feder bei einer Stärke von 0,22 mm. 6 Umgänge Entwicklung ergeben haben, so würde die neue Feder bei der Stärke von 0,244 mm. nur  $\frac{6 \times 0,22}{0,244} = 5,4$  Umgänge sich entwickeln.

Das direkte Messen der Zugkraft der Uhr und die Kraftübertragung auf Gangrad, Anker und Unruhe.

Wie bereits früher angegeben, lässt sich das Kraftmoment der Zugfeder auch durch Berechnung finden, doch ist im Nachstehenden, der Genauigkeit wegen, das Kraftmoment durch direkte Versuche ermittelt worden. Um die Kraft der Zugfeder, so wie sie in der Uhr zur Wirkung kommt, sicher und bequem messen zu können, kann man sich einer Schneckenabgleichstange bedienen, oder auch einfach ein Schlüsselrohr benutzen, an welchem man einen entsprechend langen Metallhebelarm aufschraubt, und dasselbe (nach Abnehmen des Aufzugrades) auf das Viereck des Federstiftes steckt.

Auf diesen Hebelarm habe ich nun, — während ich die Uhr dabei vertical hielt, — ein, an einem Faden befestigtes Gewicht von 100 Gr. so lange verschoben, bis bei einer gewünschten Federspannung Gleichgewicht eintrat. Um der Untersuchung die grösste Genauigkeit zu geben, wurde die Uhr erst ganz aufgezogen, und die Kraft der Feder in ihrer Abwicklung von Umgang zu Umgang abgewogen. Dabei ist es ratsam, die Uhr kleinen Erschütterungen auszusetzen und dabei darauf zu achten, dass das Gewicht den Hebelarm nicht herunterzieht, sondern eher ein wenig gehoben wird. Nun ist die Entfernung vom Mittelpunkt des Federstiftes bis zu dem überhängenden Faden, welcher das Gewicht trägt, zu messen; das Produkt dieser Entfernung mit dem Gewicht, giebt das statische Moment der Zugfeder (für die Einheit, also für 1 mm. Entfernung vom Federhausmittelpunkt.). Hierzu ist noch das statische Moment der Abgleichstange zu rechnen, welches — sofern dieselbe gleichmässige Stärke und Breite hat — gleich dem Produkte ihres Gewichtes, mal der Hälfte ihrer Länge ist. Will man die Kraft des Federhauses an seinem Umfang wissen, so hat man nur das gefundene statische Moment mit dem wirksamen Halbmesser des Federhauses zu dividieren.

Ich habe nun für alle unsere Uhren diese statischen Momente vielfach sorgfältig gemessen, und zwar habe ich das Kraftmoment der Zugfeder zuerst bei vollem Aufzug abgenommen, dann nach einander die statischen Momente für 1 Umgang Abwicklung, für 2 Umgänge, für 3 und 4 Umgänge, und zuletzt das Kraftmoment bei  $\frac{1}{4}$  Umgang Aufzug gemessen. Dabei ist zu bemerken, dass — weil diese Kraftmomente innerhalb der Grenzen der Stellung entnommen wurden — die Feder im abgelaufenen Zustand der Uhr bereits 1 Umgang gespannt war, und im aufgezogenen Zustand noch  $\frac{1}{4}$  bis 1 Umgang gespannt werden konnte.

Nachstehende Tabelle enthält nun neben der betreffenden Umgangszahl der Federspannung das gefundene statische Moment der Feder, mit Hinzurechnung des Momentes der Abgleichstange, und neben diesen Werthen den für diese Federspannungen ermittelten Schwingungsbogen der Unruhe.

Uhrgrösse	Trägheitsmoment d. Unruhe	Federspannung	Statisches Moment der Feder plus Abgleichstange	Schwingungsbog. d. Unruh. bei dies. Kraft
21 lg.	0,0051	4 Umgänge	71 × 100 + 440 = 7540	reichlich
		3 " "	= 6940	1½ " "
		2 " "	= 6440	1¼ " "
		1 " "	= 5640	1½ " "
		¼ " "	= 4440	1 " "
20 lg.	0,0037	4 Umgänge	55 × 100 + 440 = 5940	1½ Umgang
		3 " "	= 5240	1¼ " "
		2 " "	= 4640	1½ " "
		1 " "	= 4240	1 " "
		¼ " "	= 3140	¾ " "
20 lg.	0,0037	4 Umgänge	= 6840	1½ Umgang
		3 " "	= 6240	1¼ " "
		2 " "	= 5640	1½ " "
		1 " "	= 5040	1¼ " "
		¼ " "	= 3840	1½ " "

Uhrgrösse	Trägheitsmoment d. Unruhe	Federspannung	Statisches Moment der Feder plus Abgleichstange	Schwingungsbog. d. Unruh. bei dies. Kraft
19 lg.	0,0025	4 Umgänge	= 4940	1½ Umgang
		3 " "	= 4730	1¼ " "
		2 " "	= 4440	1½ " "
		1 " "	= 3940	1 " "
		¼ " "	= 3240	¾ " "
19 lg.	0,0026	4 Umgänge	= 5030	1½ Umgang
		3 " "	= 4830	1¼ " "
		2 " "	= 4340	1½ " "
		1 " "	= 3740	1 " "
		¼ " "	= 3140	¾ " "
18 lg.	0,00202	4 Umgänge	= 3940	1½ Umgang
		3 " "	= 3740	1¼ " "
		2 " "	= 3520	1½ " "
		1 " "	= 3140	1 " "
		¼ " "	= 2440	¾ " "
18 lg.	0,00202	4 Umgänge	= 4140	1½ Umgang
		3 " "	= 3840	1¼ " "
		2 " "	= 3600	1½ " "
		1 " "	= 3140	1 " "
		¼ " "	= 2600	¾ " "
13 lg.	0,000626	4 Umgänge	= 2040	1½ Umgang
		3 " "	= 1940	1¼ " "
		2 " "	= 1840	1½ " "
		1 " "	= 1590	1 " "
		¼ " "	= 1240	¾ " "
13 lg.	0,000626	4 Umgänge	= 1940	1½ Umgang
		3 " "	= 1840	1¼ " "
		2 " "	= 1640	1½ " "
		1 " "	= 1440	1 " "
		¼ " "	= 1190	¾ " "

Die Zahlen dieser Tabelle bestätigen, die im vorigen Abschnitt über die Veränderung der Zugkraft in Beziehung zum Schwingungsbogen gemachten Schlüsse.

Im Anschluss an diese Tabelle mögen noch einige darauf bezügliche Nutzenwendungen angeführt werden.

Beispiel 1. Man findet, dass in einer Uhr die Unruhe nur 1 Umgang, statt 1½ Umgang schwingt; wie gross muss die Federkraft, beziehentlich das statische Moment werden?

Da sich die Kräfte annähernd wie die Quadrate der Schwingungsbögen verhalten, so muss die Kraft der Zugfeder =  $\frac{1,25^2}{1^2} = 1,56$  mal grösser genommen werden. Hat man nun auf die vorher beschriebene Weise gefunden, dass bei 2 Umgängen Federspannung (wobei die Unruhe 1 Umgang schwang) das statische Moment = 5200 war, so muss das statische Moment der neuen Feder (bei welchem die Unruhe 1,25 Umgänge schwingen soll) ebenfalls bei 2 Umgängen Federspannung gemessen =  $5200 \times 1,56 = 8112$  betragen.

Beispiel 2. Bei einer Zugfeder von 0,24 mm Stärke beträgt das statische Moment = 4700, dabei schwingt die Uhr zu wenig; die Schwingung der Unruhe würde bei einem statischen Moment von 6000 mmgr. voraussichtlich gut sein; wie stark muss die Feder sein?

$h = 0,24$  ist die Stärke der alten Feder.  
 $h_1$  ist die Stärke der neuen Feder.  
 $b$  ist die Breite der Feder, die für beide Federn gleich sein soll.  
 Ist  $L$  die Länge der alten Feder,  $L_1$  die der zu berechnenden, so ist (weil die Längen den Stärken umgekehrt proportional sind) wenn, wie vorausgesetzt, die neue Feder denselben Raum im Federhaus einnehmen soll, wie die alte:

$$L_1 : L = 0,24 : h_1 \text{ und daraus } L_1 = \frac{0,24 L}{h_1} \text{ Das Moment der alten Feder}$$

$$M = \frac{E h^3 b}{12 L} \text{ Das Moment der neuen Feder } M_1 = \frac{E h_1^3 b}{12 L_1} \text{ und}$$

$$\frac{M}{M_1} = \frac{h^3 L_1}{h_1^3 L} \text{ und da } M = 4700 \text{ und } M_1 = 6000 \text{ so ist } \frac{4700}{6000} = \frac{0,24^3 \times 0,24 L}{h_1^3 h^3 L} = \frac{0,24^4}{h_1^4}$$

$$\text{und } h_1 = 0,24 \sqrt[4]{\frac{6000}{4700}} = 0,255$$

Für ein statisches Moment von 6000 mmgr. würde daher die Stärke der neuen Feder = 0,255 mm sein müssen.

Beispiel 3. Die Unruhe einer 19 lig. Uhr schwang bei  $\frac{1}{4}$  Umgang Federspannung = 1 Umgang; das gemessene statische Moment war dabei 2740. Wieviel würde die Uhr bei vollem Aufzug annähernd schwingen, wenn das statische Moment 4630 betrug?

$$1^2 : x^2 = 2740 : 4630$$

$$x = \sqrt{\frac{4630}{2740}} = 1,3 \text{ Umgang}$$

Ausrechnung:  
 lg. 4630 = 3,66558  
 — lg. 2740 = 3,43775  
 —————  
 0,22783 : 2  
 = 0,11391  
 Nlg = 1,3.