

Bei aufmerksamer Betrachtung der Figur erkennt man auch sofort, von welcher Stelle ab für einen Beobachter die Sonne am längsten und kürzesten Tage überhaupt nicht sichtbar wird; es ist dies nämlich dann der Fall, wenn der Horizont des Standortes sich so weit dem Pol nähert, daß bei entsprechender Skizzierung der Sonnenbahnen für seinen Standort die schraffierte Ellipse in eine derart schräge Lage gerät, daß der Punkt *N* unterhalb des Punktes *K* und der Punkt *S* oberhalb des Punktes *E* zu liegen kommt (Orte unter $23\frac{1}{2}^\circ$ nördlicher oder südlicher Breite).

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen wollen wir uns an die rechnerische Lösung der gestellten Aufgabe begeben. Wir sollen feststellen, wann die Sonne am längsten Tage in Hannover aufgeht. Zu diesem Zwecke müssen wir die Lage des Schnittpunktes zwischen dem Horizont *NO SW* und der Sonnenbahn *ABC* feststellen, d. h. wir müssen ermitteln, wieviel Zeit die Sonne braucht, um von ihrem Mitternachtspunkte *K* bis zum Aufgangspunkte *A* zu gelangen.

Wir legen durch den Schnittpunkt *A* von *P* nach *R* einen Maßstab in Gestalt eines Halbkreises, der natürlich die gleiche Größe wie der Halbkreis *PNR* bzw. *PQR* hat und nur in dieser Skizze, die ja körperlich als Kugel zu denken ist, verkürzt erscheint. Dieser Maßstab stellt den Stunden- oder Deklinationskreis dar. Mit seiner Hilfe bestimmt man die Poldistanz der einzelnen Gestirne, d. h. die Lage ihrer Kreisbahn zwischen Pol und Äquator. Die Strecke *PA*, also *p*, ist uns bekannt, denn sie deckt sich vollkommen mit der Strecke *PB*, deren Größe wir sehr leicht ermitteln können. Der Winkel *PHQ* beträgt, da die Erdachse auf dem Äquator senkrecht steht, 90° ; der Winkel *QHB* beträgt, das wissen wir noch aus dem Erdkunde-Unterricht unserer Schulzeit, $23\frac{1}{2}^\circ$ (genau $23^\circ 27' 24''$), denn er ist das Spiegelbild des Winkels, den die Erdachse mit der Ebene der Erdbahn bildet. Für den Winkel *PHB* bzw. die Strecke *PZB* verbleiben also noch $90^\circ - 23^\circ 27' 24'' = 66^\circ 32' 36''$.

Auch der Bogen *PN* ist uns gegeben, denn er stellt den Winkel dar, unter dem man von Hannover aus den Polarstern *P* sieht; mit andern Worten: er ist gleich der geographischen Breite von Hannover, die wir, wenn wir sie nicht selbst nachmessen wollen bzw. nachmessen können, jeder Landkarte und jedem geographischen Ortsverzeichnis entnehmen oder von den Polhöhentabellen und -scheiben, die man auf astronomischen Uhren häufig vorfindet, und von denen wir hier eine als Vignette abgebildet haben, ablesen können. Die geographische Breite bzw. Polhöhe der Stadt Hannover beträgt $52^\circ 22' 24''$.

Ferner wissen wir, daß der sphärische Winkel *ANP*, da der Meridian auf unserm Horizonte senkrecht steht, 90° beträgt. Wir kennen nunmehr von dem sphärischen Dreieck *ANP* die Bogen *p* und *q* sowie den Winkel *ANP*. Aus diesen drei bekannten Teilen des Dreiecks können wir seine übrigen Größen, also auch den Winkel *x* mit Hilfe der sphärischen Trigonometrie berechnen. Die Formel zu seiner Bestimmung lautet: $\cos x = \operatorname{tg} q \cdot \operatorname{ctg} p$.

Setzt man für *q* und *p* die betreffenden Werte ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} + \operatorname{lg} \operatorname{ctg} 66^\circ 32' 36'' &= 9,63740 - 10 \\ + \operatorname{lg} \operatorname{tg} 52^\circ 22' 24'' &= 0,11303 \end{aligned}$$

$$N \operatorname{lg} \cos 9,75043 - 10 = 55^\circ 44' 20'' = X$$

Der Winkel *x* ist gleichzeitig der Stundenwinkel der Sonnenbahn und ein direktes Maß für die Strecke *KA*, die die Sonne von Mitternacht bis zum Aufgang über dem Horizont von Hannover zurückgelegt hat. Zu ihrem ganzen Umlauf, also zu 360° braucht sie vierundzwanzig Stunden, folglich braucht sie, um einen Grad zurücklegen, $\frac{24 \cdot 60}{360} = 4$ Minuten. Zur Zurück-

legung einer Bogensekunde braucht sie $\frac{4 \cdot 60}{60} = 4$ Zeitsekunden,

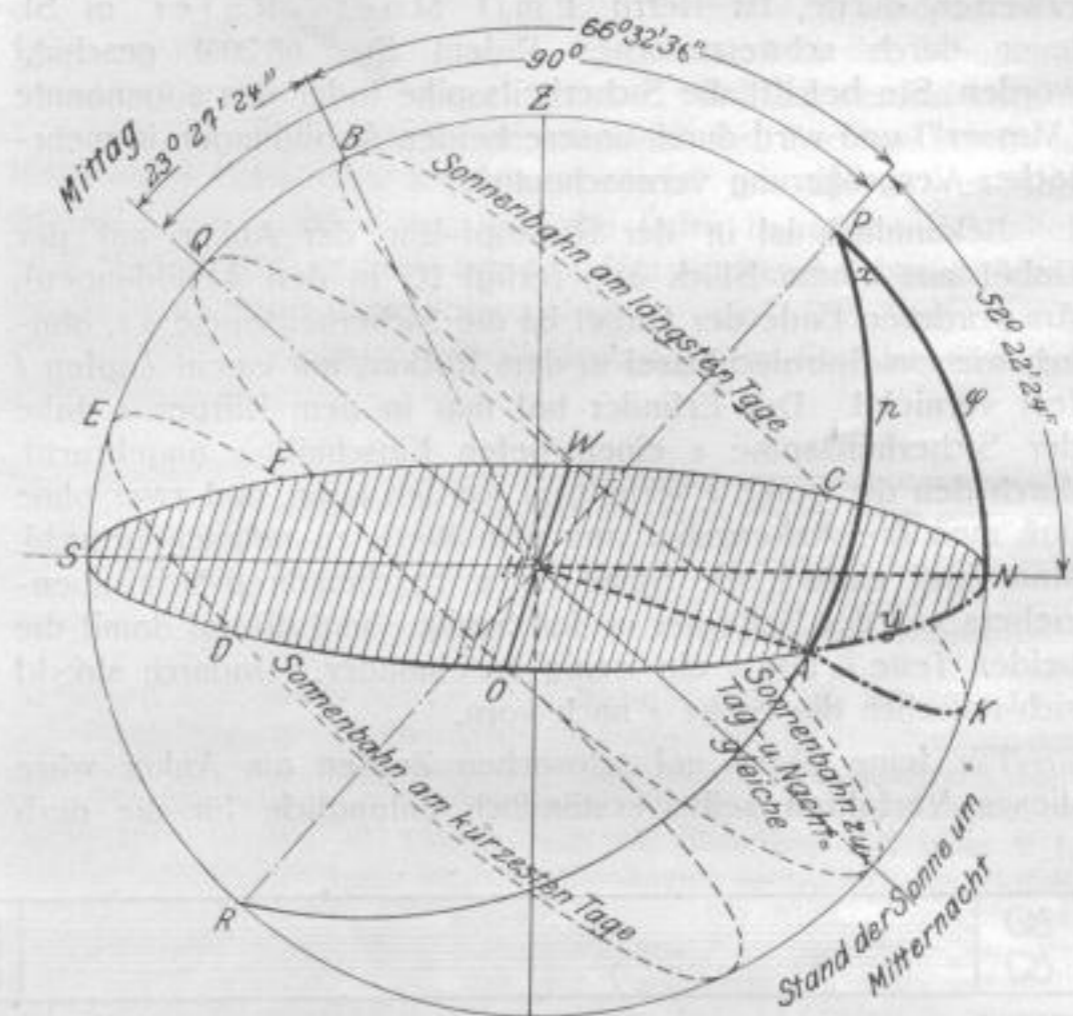
und zur Zurücklegung einer Bogensekunde braucht sie $4:60 = \frac{1}{15}$ Zeitsekunde. Die Gesamtzeit für die Zurücklegung des Weges *KA* beträgt demnach

$$\begin{aligned} + 55 \times 4 &= 220 \text{ Min.} = 3 \text{ Std. } 40 \text{ Min.} \\ + 44 \times 4 &= 176 \text{ Sek.} = 2 \text{ " } 56 \text{ Sek.} \\ + 20 \times \frac{1}{15} &= 1\frac{1}{3} \text{ " } = \frac{1\frac{1}{3} \text{ "}}{60} \\ &= 3 \text{ Std. } 42 \text{ Min. } 57\frac{1}{3} \text{ Sek.} \end{aligned}$$

Die Sonne geht also in Hannover um diesen Zeitbetrag nach Mitternacht auf und selbstverständlich um den gleichen Betrag vor Mitternacht unter. Der Aufgang erfolgt also um 3 Uhr 42 Minuten 57 $\frac{1}{3}$ Sekunden und der Untergang um 8 Uhr 17 Minuten und 2,66 Sekunden, denn

$$\begin{aligned} 12 \text{ Std.} &= 11 \text{ Std. } 59 \text{ Min. } 60 \text{ Sek.} \\ - 3 \text{ " } 42 \text{ " } 57\frac{1}{3} \text{ " } & \\ = &8 \text{ Std. } 17 \text{ Min. } 2\frac{2}{3} \text{ Sek.} \end{aligned}$$

Dadurch ist der erste Teil der in der Aufgabe gestellten Frage beantwortet, und es bleibt nun nur noch übrig, die



Stelle des Auf- und Untergangs zu bestimmen. Man bestimmt sowohl in der Astronomie als auch in der Navigation Richtungen durch ihre Abweichung von der Nord-Südrichtung, und man nennt den Winkel, um den eine Richtung von der Nord-Südrichtung abweicht, das Azimut. Ein Schiff, das genau in der Richtung von Nord nach Süd fährt, fährt also unter einem Azimut von 0° ; fährt es in der Richtung von Ost nach West, so beträgt das Azimut 90° , fährt es in der Süd-Nordrichtung, so ist das Azimut 180° , und fährt es in der West-Ostrichtung, dann beträgt das Azimut 270° . Gemessen wird der Azimut-Winkel in der Richtung von Süd über West, Nord und Ost nach Süd, also in dem Sinne der Uhrzeigerbewegung.

Für unsern Fall haben wir demnach nur festzustellen, wie groß der Bogen *NA* ist, und ihn zu 180° hinzu zu addieren, um das Azimut für den Sonnenaufgang zu erhalten. Der Winkel *NHA* ist gleichbedeutend mit dem Bogen *y* des sphärischen Dreiecks *PN A*, von dem wir ja bereits vier verschiedene Größen kennen. Wir können demnach abermals mit Hilfe der sphärischen Trigonometrie die Größe des gesuchten Winkels bestimmen. In dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck *APN* betrachten wir *p* als mittleren Bestandteil und *q* und *y* als nicht anliegend. Es berechnet sich dann *y* nach der Formel:

$$\cos p = \cos y \cdot \cos q \text{ oder } \cos y = \frac{\cos p}{\cos q}$$