Über den Einfluß der Reibung und des Antriebes auf die Schwingungsdauer der Unruh

Eine theoretische Abhandlung mit praktischer Schlußfolgerung

Von Prof. Dr.-Ing. H. Bock

Unter gewissen vereinfachenden Einschränkungen lassen sich die durch die Zapfenreibung und den Antrieb verursachten Störungen der Schwingungsdauer einer Unruh recht befriedigend rechnerisch behandeln. Dabei zeigt sich, daß die durch die Reibung bedingte Verlangsamung des Ganges absolut genommen zwar klein ist, daß sie jedoch infolge der unvermeidlichen Veränderung der Zähigkeit des Öles sehr bedeutenden Schwankungen unterliegt. Zugleich ergeben sich die Hilfsmittel, durch die der Reibungseinfluß eingedämmt werden kann, die zwar dem Praktiker aus dem Gefühl heraus bekannt sind, deren zahlenmäßiger Einfluß praktisch jedoch höchstens auf dem Wege roher Schätzung ermittelt werden kann.

Interessant ist es, bei dieser Gelegenheit zu erfahren, daß mit wachsender Stärke des durch die Hemmung übermittelten Antriebes die Länge der Schwingungsdauer trotz des Isochronismus abnimmt.

Die eingangs erwähnten vereinfachenden Einschränkungen sind folgende: es wird vorausgesetzt, daß

1. die Drehkraft der Spirale dem Verdrehungswinkel der Unruh proportional sei;

2. die Zapfenreibung R, gemessen in Milligramm-Zentimetern, an allen Stellen der Bahn gleich groß, d. h. von der Bewegungsgeschwindigkeit unabhängig sei. Darin ist weiter die stillschweigende Voraussetzung enthalten, daß von dem Einfluß des ja an sich verhältnismäßig kleinen Luftwiderstandes abgesehen werden soll. Wenn man ihn nämlich mit in Rechnung stellt, so erfahren die Diagramme eine erhebliche Komplikation, wie man aus meiner Studie „Kritische Theorie der freien Rieflerhemmung"*) ersehen kann, wo ein solcher Fall durchgeführt ist;

3. die Hebung einen hinreichend kleinen Bruchteil der Gesamtschwingung ausmache und zu beiden Seiten des Totpunktes gleich weit ausgedehnt sei;

4 die Beschleunigung, die die Unruh während der Hebung erfährt, eine konstante sei. Diese Bedingung ist ebenso natürlich wie leicht erreichbar.

Ich will nicht behaupten, daß die im Folgenden entwickelten Gedanken im Prinzip neu seien, aber das Endergebnis ist meines Wissens noch nicht in so einfacher Form ausgesprochen worden.

*) Berlin 1910, Verlag Julius Springer.

1. Die reibungslose Schwingung. Als bekannt wird vorausgesetzt, daß man sie (vgl. Fig. 1) durch den Lauf eines Punktes A darstellen kann, der durch Projektion eines mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf dem Kreise laufenden Punktes P entstanden zu denken ist. OA ist dann die zurzeit bestehende Auslenkung der Unruh, AP ein Maßstab für ihre Geschwindigkeit und Winkel α ein solcher für die seit dem Aufbruche aus B verflossene Zeit, OP also sozusagen ein Uhrzeiger. Der Zeitwert eines halben Umlaufs von B bis D, die sogenannte Schwingungsdauer, ist $T = \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ Sekunden, worin I das Trägheitsmoment der Unruh und D die Drehkraft der Spirale bei der Auslenkung 1, das sogenannte Direktionsmoment. Mithin ist der Zeitwert von Winkel BOP: $\alpha \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ Sekunden, d. h. soviel Zeit ist seit dem Abgange aus B verstrichen. — Der Geschwindigkeitsmaßstab weiter ergibt sich daraus, daß die Strecke OC der Drehgeschwindigkeit $s \cdot \sqrt{\frac{D}{I}}$ entspricht. AP ist die entsprechende kleinere Geschwindigkeit im Bahnpunkte A.

Das untere Diagramm versinnbildlicht die Zunahme der Spiralenkraft mit der Auslenkung der Unruh aus der Bahnmitte.

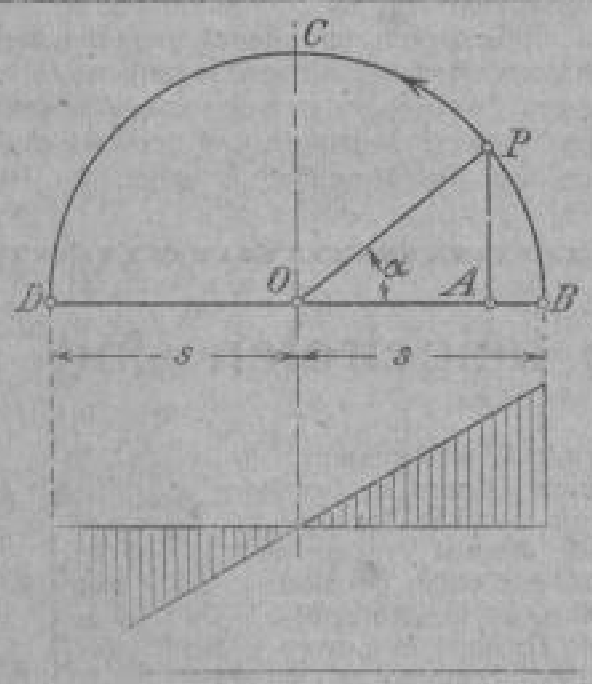

Fig. 1

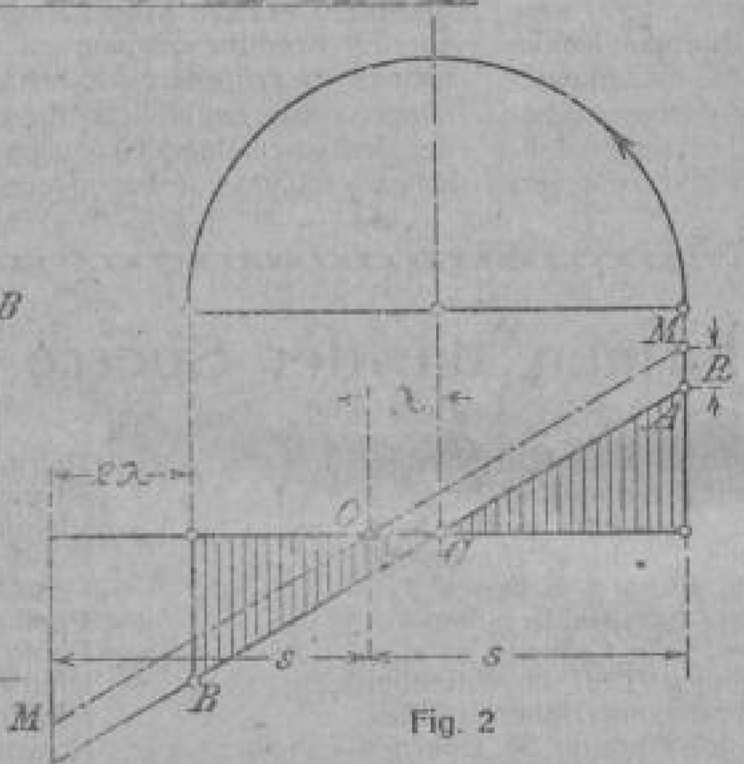

Fig. 2

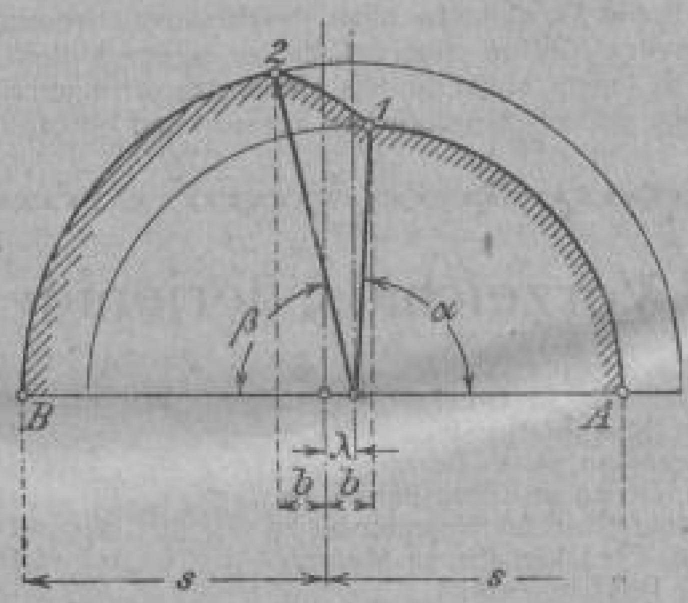

Fig. 3

2. Die Schwingung mit Zapfenreibung (Fig. 2). Hier stemmt sich die Reibung R in stets gleich bleibender Größe der Bewegung entgegen, widerstrebt also vor dem Totpunkte der Spiralkraft, um sie nachher zu unterstützen. Das Kraftdiagramm läuft also jetzt nicht mehr von M bis M, sondern von A nach B. Damit verschiebt sich der Nullpunkt der Kraft um die Strecke λ aus der Mitte, und die Gesamtschwingungsweite ist um 2λ kürzer, als sie ohne Reibung sein würde. Die Bewegung wird für den Linksgang durch den über AB stehenden Halbkreis in bekannter Weise versinnbildlicht. Nach Figur 2 ist $\lambda \cdot D = R$, denn D ist ja die Spiral-Drehkraft bei der Auslenkung 1; folglich ist $\lambda = \frac{R}{D}$.

Bei jeder Schwingung nimmt die Auslenkung s um 2λ ab; nach $n = \frac{s}{2\lambda}$ Schwingungen tritt also der Stillstand ein.

Zahlenbeispiel. Setzt man das Trägheitsmoment I der Unruh etwa gleich 0,2 (die Gewichte in mg, die Längen in