

cm eingeseht, so ist D bei $\frac{1}{5}$ Sekunde Schwingungsdauer, da $\frac{1}{5} = \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ sein muß, rund gleich 50 mgcm zu setzen. Setzt man weiter voraus, daß die Unruh, von 270° ($= \frac{270 \cdot \pi}{180} = \frac{3}{2} \pi$ im Bogenmaß) Auslenkung beginnend, etwa 2 Minuten bis zum Stillstande schwingt, d. h. $n = 600$ Schwingungen macht, so wird: $600 = \frac{\frac{3}{2} \cdot \pi}{2 \cdot \lambda}$ oder $\lambda = \frac{3 \pi}{2 \cdot 600 \cdot 2} = 0,0039$ und ferner: $R = \lambda \cdot D = 0,0039 \cdot 50 = 0,195$ mgcm. Die Reibung ist also so groß, als ob etwa 2 Milligamm an einem Hebelarm von 1 Millimeter wirkten. — Chronometerunruhen schwingen aber eine Viertelstunde und noch länger; das ist ein bündiger Beweis für die Güte ihrer Zapfen und Lager.

3. Die Schwingung mit Reibung und mit Hebung (Fig. 3). Will man das ständige Abnehmen der Schwungweite infolge der Reibung verhindern, so muß man der Unruh bei jeder Schwingung einen Impuls erteilen; das ist Sache der Hemmung. Im Diagramm, in dem $2s$ die gesamte Schwingungswerte darstellt, drückt sich dies darin aus, daß der Bildpunkt P (vgl. die erste Figur), nachdem er von A bis 1 gelangt ist, nunmehr während des Hebungsbogens $2b$ auf irgend einem Wege nach 2 übergeführt wird, um darauf auf dem neuen, einer stärkeren Bewegung entsprechenden Kreise schließlich in B zu landen.

Wir kommen nun zu unserer Hauptfrage, zur Ermittlung der Gesamtschwingungsdauer, die sich offenbar aus drei Teilen zusammensetzt. Der erste Teil hat nach Früherem den Wert $t_1 = \alpha \sqrt{\frac{I}{D}}$ und der dritte den Wert $t_3 = \beta \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$. Weil b

nach Voraussetzung 3 ein kleiner Wert sein soll, so unterscheiden sich α sowohl wie β nur wenig von 90° , und man darf nach Figur $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{b-\lambda}{s-\lambda}$ sowie $\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{b+\lambda}{s+\lambda}$ setzen, also auch schreiben: $t_1 + t_3 = \pi - \frac{b-\lambda}{s-\lambda} - \frac{b+\lambda}{s+\lambda}$ Sekunden.

Um aber die Dauer der Hebung t_2 zu bestimmen, die der Bahn von 1 bis 2 entspricht, müssen wir einen andern Weg einschlagen, denn hier versagt das Zenitwinkelverfahren, weil es nur gilt, wenn der Bildpunkt auf einem Kreise wandert, was leicht zu beweisen ist. Wir kalkulieren jetzt wie folgt und kommen damit zu dem springenden Punkt unserer Überlegung: In 1 hat die Unruh nach Früherem angenähert die Drehgeschwindigkeit $v_1 = (s-\lambda) \sqrt{\frac{D}{I}}$ und in 2 ist sie $v_2 = (s+\lambda) \cdot \sqrt{\frac{D}{I}}$, denn $s-\lambda$ und $s+\lambda$ sind ja annäherungsweise die Schwungweiten vor und nach der Hebung; im Mittel ist also $v = \frac{v_1 + v_2}{2} = s \cdot \sqrt{\frac{D}{I}}$. (Dieser Mittelwert entspricht tatsächlich der unter Voraussetzung Nr. 4 gemachten Annahme unveränderlicher Beschleunigung während der Hebung, wie sich mit höheren Hilfsmitteln darlegen läßt, worauf wir aber hier verzichten.) Um nun den gesamten Hebungsweg $2b$ mit dieser

milleren Geschwindigkeit $s \cdot \sqrt{\frac{D}{I}}$ zurückzulegen, braucht die Unruh eine Zeit von $t_2 = \frac{2b}{s} \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ Sekunden. Die Hebungsdauer ist somit jetzt bekannt, und die Gesamtschwingungsdauer ergibt sich durch Addition der drei t :

$$T = \left(\pi - \frac{b-\lambda}{s-\lambda} - \frac{b+\lambda}{s+\lambda} + \frac{2b}{s} \right) \sqrt{\frac{I}{D}} \text{ sek.}$$

Da λ und b gegen s klein sind, so bekommt man hieraus nach einigen Umrechnungen angenähert:

$$T = \left(\pi + 2 \frac{\lambda^2}{s^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{I}{D}} \text{ sek.}$$

Dies ist das Schlußresultat, auf dessen Ermittlung die ganze Überlegung abzielte; es zeigt, daß zu der Schwingungsdauer der reibungsfreien Unruh, $\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ sek., die unter dem Namen der „Unruhformel“ allgemein bekannt ist, noch ein von der Reibung herstammendes, die Schwingung verlängerndes Zusatzglied $2 \cdot \frac{\lambda^2}{s^2} \cdot \sqrt{\frac{I}{D}}$ sek. hinzutritt.

Wir wollen dieses Zusatzglied noch etwas handlicher gestalten.

Nach früheren Betrachtungen ist $\lambda = \frac{R}{D}$; ist weiter L die der Unruh pro Schwingung zugeführte Arbeit in mgcm, so ist $L = 2s \cdot R$, denn L wird ja auf dem Wege $2s$ durch die Reibung R verzehrt. Durch Einsetzen der Werte von λ und s in die Formel für T geht diese über in:

$$T = \left(\pi + 8 \cdot \frac{R^2}{L^2 D^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{I}{D}} \text{ sek.}$$

Man sieht jetzt, daß die Schwingungsverlängerung mit zunehmender Reibung außerordentlich schnell wächst, nämlich etwa mit deren vierter Potenz; daß ferner starker Antrieb L und starke Spiralkraft D (natürlich im Verein mit schwererer oder größerer Unruh) diese Wirkung der Reibung abschwächt, denn L und D stehen im Nenner; daß driftens eine Verstärkung des Antriebes D an sich eine geringe Abnahme der Schwingungsdauer verursacht. Mit anderen Worten: trotz des Isochronismus geht die Uhr bei starker Antriebskraft etwas rascher. Hieraus erhellt wieder die Bedeutung der Schnecke.

Mit dieser Betrachtung ist die praktische Bedeutung der abgeleiteten Näherungsformel für T erschöpft. Man darf sie nicht etwa dazu verwenden, um die tägliche Gangabweichung infolge der Reibung zahlenmäßig zu bestimmen; für diesen Zweck müßte eine weit genauere Rechnung durchgeführt werden, was aber mindestens siebenstellige Logarithmentafeln erfordern und zudem nur wenig praktischen Wert haben würde.

Zeigen sich in Wirklichkeit Abweichungen von dem durch die Formel ausgedrückten Gesetz, so liegt das vor allem daran, daß die Voraussetzung Nr. 4 nicht hinreichend erfüllt ist; mit anderen Worten: der Einfluß der Hemmung ist ein vielgestaltiger, und nur die Erfahrung vermag die Frage zu klären, welchem System bei Präzisionsuhren der Vorzug zu geben ist.



VERMISCHTES

Berliner Normaluhren. Der Magistrat von Berlin hat mit der Firma Normalzeit G. m. b. H. einen Vertrag geschlossen, dem zufolge diese Firma für den Betrieb, die Instandsetzung und dauernde

Instandhaltung der öffentlichen Uhren in Berlin und ihrer Apparate jährlich 25 200 Mark erhält. Weitere 200 Mark erhält die Firma für das Umstellen der Uhren beim Eintritt und beim Ende der Sommerzeit. Der Vertrag ist auf fünf Jahre geschlossen worden.

Die Einberufung des Vaters und der Lehrvertrag des Sohnes. Der Vater eines Lehrlings nahm diesen aus der Lehre eines Meisters, weil er selbst zum Heeresdienst einberufen worden war. Der Lehrmeister klagte vor dem Berliner Gewerbegericht auf Wiederherstellung des Lehrverhältnisses. Der beklagte Vater des Lehrlings wandte ein, daß er bei Abschluß des Lehrvertrages an seine Einberufung nicht