freie Wirbelströmung im Brennpunkt des Interesses der Hydrauliker.

Ist AA′ (Abb. 2) eine Stromlinie einer derartigen vollkommen freien Wirbelströmung, so unterscheidet sie sich von der früheren aufs einschneidendste dadurch, daß sie als absolut nachgiebig, als bar jeder Festigkeit zu betrachten ist. War früher die Führungsfläche AA′ befähigt, ob ihrer Festigkeit eine Zentripetalkraft $\frac{mc^2}{\rho}$ auf das Wasserteilchen auszuüben, so ist dies nun nicht mehr der Fall. Nun müssen auch die Komponenten $-\frac{c_r\, c_u}{r}$ und $\frac{c_u{}^2}{r}$ der Zentripetalbeschleunigung $\frac{c^2}{\rho}$ in Umfangs- und Radialrichtung verschwinden, wodurch sich die Gleichungen (3) auf

$$b_u = \frac{dc_u}{dt}\,,\; b_r = \frac{dc_r}{dt} \qquad (7)$$

vereinfachen. Die in der Richtung O′M wirkende Fliehkraft dF′, welche auf die Elementarmasse

$$dm' = \rho\, d\Psi\, d\rho\, dz \frac{\gamma}{g}$$

mit dz als Höhe des Flüssigkeitselementes ausgeübt wird, muß nunmehr durch den nach außen von p auf $p + \frac{\partial p}{\partial \rho}\, d\rho$ zunehmenden Flüssigkeitsdruck aufgenommen werden. Es ergibt sich daher

$$\rho\, d\Psi\, d\rho\, dz \frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{\rho} = \frac{\partial p}{\partial \rho}\, d\rho \cdot \rho\, d\Psi\, dz,$$

oder vereinfacht

$$\frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{\rho} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \qquad (8)$$

Während früher die Fliehkraft eine vektorielle Größe war, die in Komponenten zerlegt werden konnte, ist nunmehr die hierdurch hervorgerufene Pressungsänderung $\frac{\partial p}{\partial \rho} d\rho$ eine skalare Größe, die nicht mehr in Komponenten in der Umfangs- und Radialrichtung zerlegt werden kann. Der skalare, also richtungslose Charakter dieser Pressungsänderung ergibt sich z. B. daraus, daß für die in Richtung OM wirkende Fliehkraft dF mit der Elementarmasse

$$dm = r d\,\varphi\, dr\, dz \frac{\gamma}{g}$$

aus der Beziehung

$$r d\,\varphi\, dr\, dz\, \frac{\gamma}{g} \frac{c_u{}^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r}\, dr \cdot r d\varphi \cdot dz$$

der Wert

$$\frac{\gamma}{g} \frac{c_u{}^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \qquad (8')$$

berechnet werden kann, welcher mit den Beziehungen (1) und (2), sowie mit

$$dr = \frac{d\rho}{\cos\alpha}$$

wieder in Beziehung (8) übergeht. Man erkennt aus einer Gegenüberstellung der Gleichungen (8) und (8′), daß beide zu derselben Druckzunahme nach außen führen, daß demnach keiner dieser Gleichungen eine bestimmte Richtung zugeordnet ist.

Nach Gleichung (7) kann wieder $b_u \lesseqgtr O$ werden. Ist $b_u < O$, so wird das Treibmittel in der Umfangsrichtung verzögert. Dann liegt eine Kraftmaschine nach Art der Teßlaturbine vor. Ist $b_u > O$, so wird die Flüssigkeit in der Umfangsrichtung beschleunigt, es liegt eine Arbeitsmaschine, etwa eine Flüssigkeitsbremse vor. Ist schließlich $b_u = O$, so hat man es mit einer freien ungedämpften Wirbelströmung zu tun. Nach den Gleichungen (7) lautet die Kenngleichung einer derartigen freien Wirbelströmung

$$c_u = \text{konstant} \qquad (9)$$

Diese Gleichung ist der Strömung im Spaltraume der Turbinen zugrunde zu legen.[2])

Im Sonderfalle $\alpha = O^0$ ist, wie bereits erwähnt, nach Gleichung (1) $c_r = O$ und nach Beziehung (4) $r =$ konstant. Es liegt dann eine freie kreisende Bewegung um O als Mittelpunkt vor. Hierfür ist nach den Gleichungen (7)

$$b_u = \frac{dc_u}{dt}\,,\; b_r = O \qquad (7')$$

Im weiteren Sonderfalle $\alpha = 90^0$ ist nach Gleichung (1) $c_u = O$; die Stromlinie AA′ verläuft dann

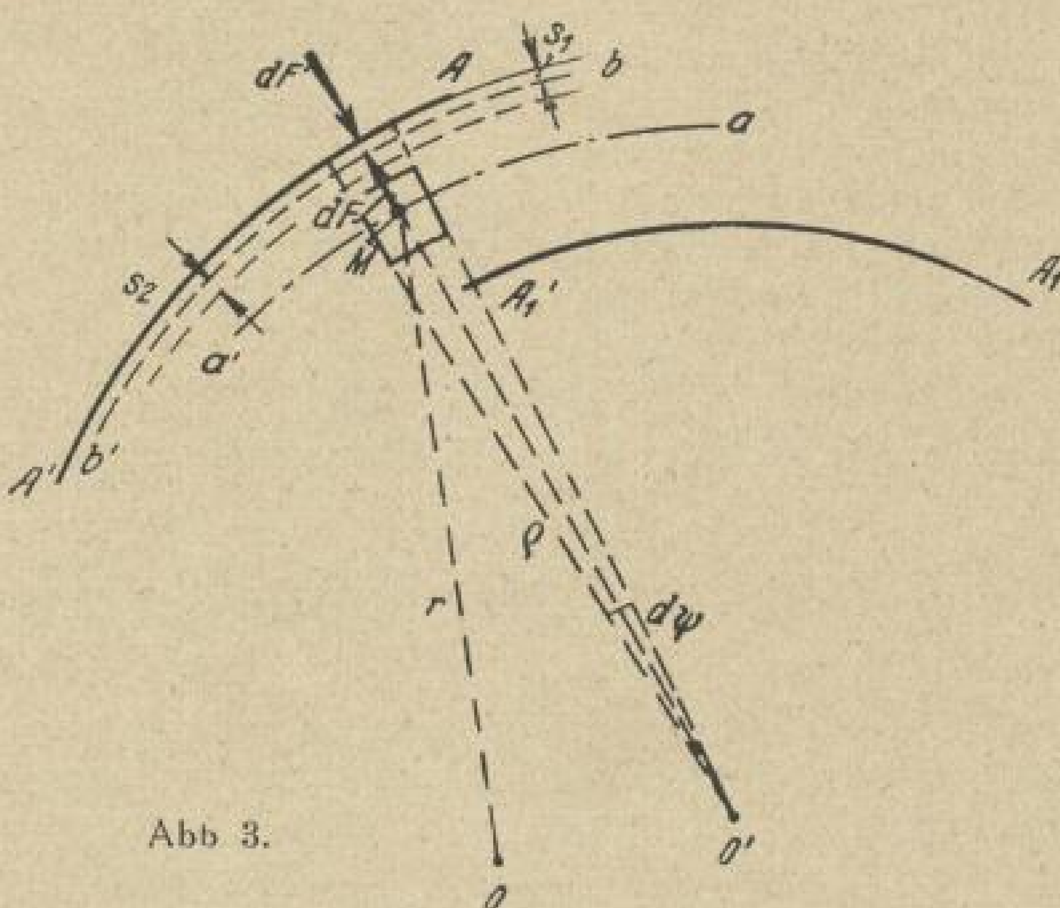

Abb. 3.

radial, so daß wieder eine drallfreie Strömung zu einer Sinkstelle, bzw. zu einem Quellpunkte O vorliegt. Hierfür gelten die Beziehungen

$$b_u = O,\; b_r = \frac{dc_r}{dt} \qquad (7'')$$

identisch mit den Beziehungen (3″), so daß also in diesem letzten Sonderfalle die vollkommen freie und die vollkommen unfreie Wirbelströmung einander die Hand reichen.

3. Die unvollkommen freie oder unvollkommen unfreie Wirbelströmung tritt bei endlicher Schaufelzahl auf. Auch sie ist für den Fall idealer reibungsfreier Flüssigkeit ohne irgendwelche Schwierigkeit zu behandeln. Sind AA′ und $A_1\, A'_1$ (Abb. 3) zwei benachbarte Schaufeln einer derartigen Strömung, greift man zwischen denselben eine Stromlinie aa′ heraus, so wird auf das in M befindliche Flüssigkeitselement $\rho\, d\Psi\, d\rho\, dz$ eine Fliehkraft dF wirken, welche über nach außen zunehmende Flüssigkeitsdrücke schließlich von der Wandung AA′ abgestützt wird. Die hierdurch hervorgerufene Zentripetalkraft dF, — sie ist negativ gleich dF — pflanzt sich in unverminderter Stärke wieder bis M fort, zerlegt

[2]) Vergl. auch Z. d. ö. I. u. A. V. 1927, Heft 3/4, Seite 31; bezw. die unmittelbare Ableitung in der „Wasserwirtschaft" 1927, Heft 7, Seite 145.