äusseren Dreieckspunkte zu einer stetigen Curve der logarithmischen Spirale wird.

Es ist nun leicht einzusehen, dass, je nach dem Grundwerthe x, die Spirale auch verschiedene Winkel γ erhalten wird, weil die rascher wachsenden Radien auch eine flachere Spirale mit kleinerem Winkel γ ergeben müssen.

Mit Umgehung umständlicher Rechnungen kann

$$\log nat\, a = \operatorname{cotg} \gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

gesetzt werden, so dass auch

$$k = \operatorname{cotg} \gamma$$

ist.

Hierauf kann für einen gegebenen Kreuzungswinkel γ die entsprechende logarithmische Spirale gefunden werden, so dass

$$u = e^{\varphi \cdot \operatorname{cotg} \gamma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

als Gleichung derselben anzusehen ist.

Da nun

$$e^{\operatorname{cotg} \gamma} = a$$

ist, so folgt

$$u = a^{\varphi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

ebenfalls als Gleichung derselben.

Wird der Werth u für den gegebenen Winkel γ und für den Winkel $\varphi = 1$ (entsprechend $\varphi^{\circ} = 57{,}3^{\circ}$) (Fig. 24) vorher berechnet, so folgt

$$u = a^1$$

als Radius zum Winkel

$$\varphi = 57{,}3^0.$$

Die Berechnung von a wird logarithmisch durchgeführt, so zwar, dass

$$\log a = \operatorname{cotg} \gamma \,.\, \log e$$

bezieh. weil $\log e = \log 2{,}7183 = 0{,}4343$

ist,

$$\log a = 0{,}4343 \,.\, \operatorname{cotg} \gamma$$

und $Num \log 0{,}4343 \,.\, \operatorname{cotg} \gamma = a$

wird.

Zum Beispiel $\gamma = 45^{\circ}$

$$\operatorname{cotg} \gamma = 1$$
$$\log a = \log e = 0{,}4343$$
$$Num \log 0{,}4343 = 2{,}7183 = a$$
$$u = 2{,}7183$$

Radius bezieh. Abstand des Curvenpunktes vom Pol O für den Kreuzungswinkel $\gamma = 45^{\circ}$.

Werden nun die Fahrstrahllängen u für verschiedene gebrauchte Kreuzungswinkel γ berechnet und in eine Tafel zusammengestellt, so kann man jederzeit die logarithmischen Spiralen für die verschiedensten Einheitsgrössen mit Zuhilfenahme einfacher zeichnerischer Rechenverfahren aufzeichnen.

Tafel für die Radien u, für $\varphi = 1$.

γ^0	$\operatorname{cotg} \gamma$	$m \,.\, \operatorname{cotg} \gamma = \log a$	$Num \log a = u$
45	1,0	0,4343	2,718
60	0,5774	0,2508	1,782
65	0,4663	0,2025	1,594
70	0,3640	0,1581	1,439
75	0,2679	0,1163	1,307
77	0,2309	0,1003	1,260
79	0,1944	0,0844	1,214
80	0,1763	0,0766	1,193
81	0,1584	0,0688	1,172
82	0,1405	0,0610	1,151
83	0,1228	0,0533	1,130
84	0,1051	0,0456	1,111
85	0,0875	0,0380	1,092.

Wird der Einheitswinkel $\varphi = 57{,}3^{\circ}$, ein Winkel, dessen Bogenlänge gleich dem Halbmesser ist, z. B. in vier gleiche Theile getheilt, so heissen diese Winkel

$$\varphi = {}^1/_4,\ {}^2/_4,\ {}^3/_4 \text{ bezieh. } {}^4/_4$$

und die Radien zu den entsprechenden Curvenpunkten

$$u_0 = a^0 = 1$$
$$u_1 = a^{1/4} = \sqrt[4]{a}$$
$$u_2 = a^{2/4} = a^{1/2} = \sqrt[2]{a}$$
$$u_3 = a^{3/4} = \sqrt[4]{a^3}$$
$$u_4 = a^{4/4} = a^1 = a = u.$$

Da nun a bereits bestimmt ist, so bietet die Berechnung der Fahrstrahllängen (Radien) keine besonderen Schwierigkeiten mehr.

Um aber diese Arbeit noch zu erleichtern und das Zahlenrechnen zu beschränken, kann das zeichnerische Verfahren des Potenzirens in vortheilhafte Anwendung gebracht werden.

Werden auf das Achsenkreuz $X.Y$ (Fig. 26) vom Mittelpunkt o aus die Streckeneinheit $u_0 = 1$ und senkrecht dazu der Radius $u_1 = a^{1/4} = \sqrt[4]{a}$ aufgetragen, die

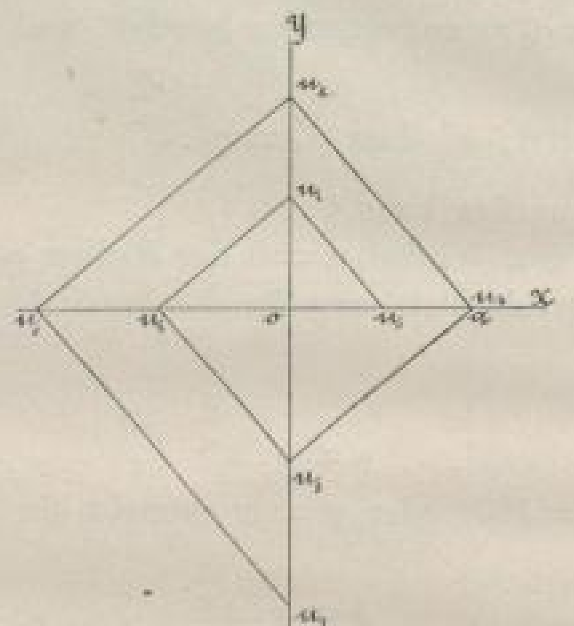

Fig. 26.
Herstellung der Fräser.

Endpunkte durch die Gerade $u_0 u_1$ verbunden, so ist diese die Richtungslinie für die Potenzrechnung eines gegebenen Grundwerthes $u = a$.

Wenn nun auf diese Richtungslinie durch die Achsenschnittpunkte fortlaufend Senkrechte von Achse bis Achse gezogen werden, so geben diese Abschnitte auf den Achsen X und Y die Potenzen von a bezieh. die Wurzelwerthe desselben an.

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke folgt:

$$u_2 : u_1 = u_1 : u_0$$

$$u_2 = \frac{u_1^{\,2}}{u_0} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2}{1} = \sqrt[2]{a}.$$

Ebenso $u_3 : u_2 = u_2 : u_1$

bezieh. $u_3 = \frac{u_2^{\,2}}{u_1} = \frac{a}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{\frac{a^4}{a}} = \sqrt[4]{a^3}.$

Endlich verhält sich

$$u_4 : u_3 = u_3 : u_2$$

und es ist

$$u_4 = \frac{u_3^{\,2}}{u_2} = \frac{\sqrt[2]{a^3}}{\sqrt[2]{a}} = \sqrt[2]{a^2} = a$$

bezieh. $a = u.$

Wird dieses Verfahren fortgesetzt und die gefundenen Radien auf den zugehörigen Winkelschenkeln aufgetragen,

Sächsische Landesbibliothek - Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG
HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN