vor; denn für $\overline{M} = 1 \cdot \frac{x_3}{l_3} \cdot l$ ist $\int_0^{l_3} \frac{\overline{M}^2 . dx_3}{E_1 . J_1} = \frac{l^2 . l_3}{3 E_1 J_1}$ und nicht $\frac{l . l_3^2}{3 E_1 . J_1}$, und ferner für $\overline{M} = \frac{x_2}{l_2} l_1$ ist $\int_0^{l_2} \frac{\overline{M}\, d x_2}{E . J}$ $= \frac{l_1^2 . l_2}{3 . E . J}$ und nicht $\frac{l_1 l_2^2}{3 . E . J}$, wie S. 136 angegeben worden ist. Verbessert man das Versehen, so kommt man *genau* zu der eben gefundenen Formel 10).

II.

Man bilde in Fig. 1 den Schnittpunkt O von P mit DB und zerlege P in die Seitenkräfte, von denen die eine in DB wirkt und die andere nach dem Gelenke C hingeht, also OC zur Kraftlinie hat. Ist r der Abstand des Punktes C von BD, so ist erstere Seitenkraft $P \frac{l}{r}$. Die andere Seitenkraft zerlege man im Punkte C in zwei Seitenkräfte, von denen die eine U in der Linie DC und die andere V in der Linie CA wirkt. Es ergibt sich dann:

$$U = P \cdot \frac{l_1}{l_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 11)$$

und

$$V = P \cdot \frac{l}{r} \cdot \cos\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 12)$$

Die Kraft U bringt eine Vergrösserung des Stabes DC hervor. Dieselbe ist nach dem *Hooke*'schen Gesetze:

$$\overline{CC_1} = \frac{U . l_3}{F_1 . E_1} = \frac{P . l_1 . l_3}{l_2 . F_1 . E_1} \quad . \; . \; . \quad 13)$$

Man schlage um D mit DB und um C_1 mit CB Kreise, welche sich in Fig. 2 im Punkte B_1 treffen, verlängere $C_1 B_1$ um $BA = l_1$ bis A_1, so ist A_1 die Lage, wohin A gelangt sein muss, wenn *nur* die Längenveränderung des Stabes CD geschieht. Der Abstand des Punktes A_1 von A, nämlich $\overline{AA'}$, ist dann die hierdurch hervorgebrachte Senkung des Punktes A, welche wir nunmehr bestimmen wollen. Bedenkt man, dass $\overline{DB} = \overline{DB_1} = l_5$, $\overline{CB} = \overline{C_1 B_1} = l_2$ ist, und nennt φ den Winkel CC_1B_1, so ist nach dem Cosinussatze im Dreieck DC_1B_1:

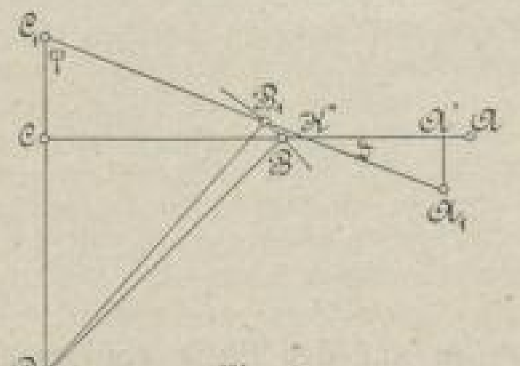

Fig. 2.

$$l_5^2 = (l_3 + CC_1)^2 + l_2^2 - 2 l_2 (l_3 + CC_1) \cos\varphi.$$

Da aber $l_5^2 = l_3^2 + l_2^2$ ist, so entsteht hieraus

$$2 l_2 . (l_3 + \overline{CC_1}) \cos\varphi = (2 l_3 . \overline{CC_1} + \overline{CC_1}^2),$$

d. h.

$$\cos\varphi = \frac{\overline{CC_1}(2 l_3 + \overline{CC_1})}{2 l_2 . (l_3 + \overline{CC_1})}.$$

Nun ist $\frac{CC_1}{\cos\varphi} = C_1 K$, wenn K der Schnittpunkt von $A_1 C_1$ und AC ist. Also ist

$$\overline{KA_1} = (l_1 + l_2) - \overline{C_1 K} = l_1 + l_2 - \frac{2 l_2 (l_3 + \overline{CC_1})}{2 l_3 + CC_1}$$

oder auch:

$$\overline{KA_1} = l_1 - \frac{l_2 . \overline{CC_1}}{2 l_3 + \overline{CC_1}}.$$

Weil $\overline{CC_1}$ nach der Formel 13) sehr klein ist, so dürfen wir $\overline{KA_1} = l_1$ setzen, d. h. K und B fallen zusammen. Dieses Ergebnis liess sich mittels kinematischer Geometrie einfacher finden.

Es ist nun:

$$\frac{\overline{A_1 A'}}{\overline{CC_1}} = \frac{\overline{KA_1}}{\overline{K . C_1}} = \frac{l_1}{l_2}, \quad \text{also} \quad \overline{A_1 A'} = \overline{CC_1} \cdot \frac{l_1}{l_2}.$$

Mit Rücksicht auf die Gleichung 13) ergibt sich hieraus:

$$\overline{A_1 A'} = P \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{l_3}{E_1 . F_1} \quad . \; . \; . \; . \quad 14)$$

Die Kraft V muss man sich im Punkte B angebracht denken und sie bewirkt eine *Verlängerung* der Strecke $\overline{CB}$ um $\overline{BB_2}$ in Fig. 3. Nach dem *Hooke*'schen Gesetze ist nun:

$$\overline{BB_2} = \frac{V . l_2}{F . E}$$

und mit Rücksicht auf die Gleichung 12) entsteht hieraus:

$$\overline{BB_2} = P \cdot \frac{l}{r} \cos\alpha \cdot \frac{l_2}{F . E} \quad . \; . \; . \quad 15)$$

Ist nur der Stab $\overline{CB}$ in Fig. 3 der Längenveränderung unterworfen, so gelangt B nach B'; hierin ist B' der Schnittpunkt der Kreisbögen, welche mit den Radien DB und CB_2 bezw. um D und C als Mittelpunkte beschrieben werden. Man ziehe CB' und verlängere diese Strecke um l_1 bis A'. Es ist dann A' die hierdurch bewirkte neue Lage des Punktes A. Der Abstand $A' A_1$ von CA ist dann die verlangte Senkung des Punktes A. Wir setzen den Winkel ACA' gleich φ, so ist nach dem Cosinussatz:

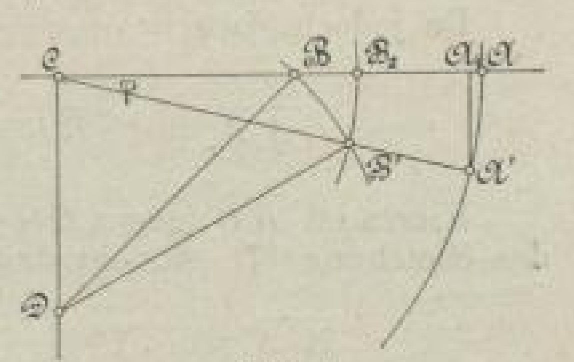

Fig. 3.

$$\overline{DB'}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{CB'}^2 - 2 \overline{DC} . \overline{CB'} \cos(R - \varphi),$$

d. h.

$$l_5^2 = l_3^2 + (l_2^2 + \overline{BB_2})^2 - 2 l_3 (l_2 + \overline{BB_2}) \sin\varphi.$$

Es ist jedoch $l_5^2 = l_3^2 + l_2^2$, also entsteht:

$$2 l_3 (l_2 + BB_2) \sin\varphi = (2 l_2 + BB_2) . BB_2$$

oder auch:

$$\sin\varphi = \frac{2 l_2 + BB_2}{2 (l_2 + BB_2)} \cdot \frac{BB_2}{l_3}.$$

Da auch:

$$\sin\varphi = \frac{\overline{A_1 A'}}{CA'} = \frac{\overline{A_1 A'}}{l}$$

ist, so hat man:

$$\overline{A_1 A'} = l \cdot \frac{2 l_2 + \overline{BB_2}}{2 (l_2 + \overline{BB_2})} \cdot \frac{\overline{BB_2}}{l_3},$$

worin $\overline{BB_2}$ gegen $2 l_2$ und l_2 zu vernachlässigen ist. Mit Rücksicht auf die Gleichung 15) erhält man jetzt:

$$\overline{A_1 A'} = l . P \cdot \frac{l}{r} \frac{\cos\alpha}{l_3} \cdot \frac{l_2}{FE}.$$

Da jedoch

$$l_3 = \frac{r}{\cos\alpha}$$

ist, so entsteht:

$$\overline{A_1 A'} = P \cdot \frac{l^2}{r^2} \cos^2\alpha \cdot \frac{l_2}{E . F} \quad . \; . \; . \quad 16)$$

Jetzt soll nur der Stab $\overline{BD}$ der Längenveränderung unterworfen sein. Dieselbe wird von der Kraft $P \cdot \frac{l}{r}$ veranlasst und bringt eine *Verkürzung* des Stabes hervor, die nach dem *Hooke*'schen Gesetze

$$BB' = P \cdot \frac{l}{r} \cdot \frac{l_5}{E_5 . F_5} \quad . \; . \; . \; . \quad 17)$$

in Fig. 4 ist. Man schlage um D mit $\overline{DB'}$ und um C mit $\overline{CB}$ Kreisbögen, welche sich in B_1 treffen. Zieht man nun $\overline{CB_1}$ und verlängert diese Gerade bis A', so dass $\overline{B_1 A'} = l_1$ ist, so erhält man in A' die Lage, wohin A gekommen ist, wenn der Stab $\overline{DB}$ allein der Längenveränderung unterworfen ist. Der Abstand des Punktes A' von $\overline{CA}$, nämlich $\overline{A' A_1}$, ist dann die verlangte Senkung, die wir ermitteln wollen.

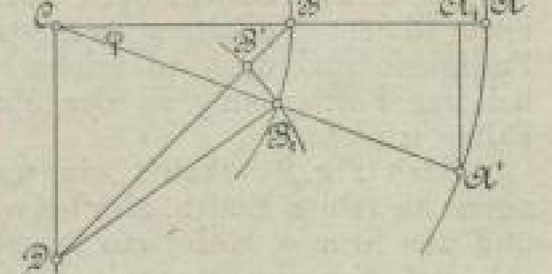

Fig. 4.