ist, erhält man die sekundlichen Umdrehungen des Laufrades

$$n = \frac{9{,}55\,\varphi}{r_1}\sqrt{\frac{2\,g\,H_1}{\delta+\varkappa_1}} = \frac{42{,}3\,a\,\varphi}{r} \quad . \quad . \quad 17)$$

Die Beziehung, welche zwischen den Winkeln α und γ besteht, erhalten wir wie folgt.

Laut Gl. 16) ist

$$u_1 \cos\gamma = \varrho\, v \cos\alpha\,.\,\varepsilon;$$

nach Gl. 10)

$$u_1 \sin\gamma = \frac{\varrho\, v \sin\alpha}{\varkappa},$$

durch Division wird

$$tg\,\gamma = \frac{tg\,\alpha}{\varepsilon\,\varkappa} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Der Ausdruck für die Arbeitsleistung des Rades (Gl. 1) ist nur dann gültig, wenn das in das Laufrad strömende Wasser aus der Richtung AD in Fig. 2 durch Zusammenstoss mit der Schaufel nicht gewaltsam abgelenkt wird. Aus diesem Grunde muss diese Richtung mit der Tangente an das Ende der Laufradschaufel bei A zusammenfallen.

Aus dem Dreiecke ACD folgt dann

$$v \sin(\beta - \alpha) = r\,\omega \sin\beta,$$

woraus

$$(v \cos\alpha - r\,\omega)\sin\beta = v \sin\alpha \cos\beta$$

und

$$tg\,\beta = \frac{tg\,\alpha}{1 - \dfrac{r\,\omega}{v\cos\alpha}}.$$

Setzt man statt r $\varrho\, r_1$ und statt $r_1\,\omega$ den Wert aus Gl. 12), dann wird

$$tg\,\beta = \frac{tg\,\alpha}{1 - \varrho^2\,\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Nach Gl. 12) ist $r_1\,\omega = v\,\varrho\cos\alpha$, somit $r\,\omega = v\,\varrho^2\cos\alpha$ und nach Gl. 16) $u_1\cos\gamma = \varepsilon\,\varrho\, v\cos\alpha$.

Setzt man diese Werte in die Gl. 1) ein, dann ist die Arbeitsleistung des Rades

$$L = \frac{1000\,Q}{g}\,\varrho^2 v^2 \cos^2\alpha\,(\varphi + \varepsilon\,\varphi - \varphi^2) \quad . \quad 20)$$

Die rohe sekundliche Arbeit des Falles ist aber $1000\,Q_0\,H_0$ und damit wird der sogen. hydraulische Wirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{Q\,\varrho^2 v^2 \cos^2\alpha}{Q_0\,H_0\,g}\,\varphi\,(1 + \varepsilon - \varphi).$$

Mit Rücksicht auf die Gl. 13), wonach

$$\varrho^2 v^2 \cos^2\alpha = \frac{2\,g\,H_1}{\delta + \varkappa_1}$$

ist, wird, wenn wir

$$2\,\varphi\,(1 + \varepsilon - \varphi) = \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

setzen, der hydraulische Wirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{Q\,H_1\,\psi}{Q_0\,H_0\,(\delta + \varkappa_1)} = \frac{x\,a^2\,\psi}{H_0} \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

4. Der beste Gang.

Den besten Gang nenne ich diejenige Umdrehungszahl, bei welcher die Nutzarbeit am grössten ist, also L ein Maximum wird. Dies tritt ein, wenn der Differentialquotient von L nach φ gleich Null wird, d. h. wenn

$$\frac{d\,L}{d\,\varphi} = 0 \text{ ist.}$$

Nach Gl. 20) erhält man

$$\frac{d\,L}{d\,\varphi} = \frac{1000\,Q}{g}\,\varrho^2 v^2 \cos^2\alpha\left(1 + \varepsilon + \varphi\,\frac{d\,\varepsilon}{d\,\varphi} - 2\,\varphi\right) = 0$$

woraus

$$1 + \varepsilon + \varphi\,\frac{d\,\varepsilon}{d\,\varphi} - 2\,\varphi = 0$$

folgt.

Nach Gl. 15) wird

$$\varepsilon^2 = \sigma\,(\delta - 2\,\varphi + \varphi^2)$$

somit

$$\frac{d\,\varepsilon}{d\,\varphi} = \frac{\sigma\,(\varphi - 1)}{\varepsilon}.$$

Dies eingesetzt, wird

$$1 + \varepsilon + \frac{\varphi\,\sigma\,(\varphi - 1)}{\varepsilon} - 2\,\varphi = 0.$$

Nach ε geordnet ist

$$\varepsilon^2 + (1 - 2\,\varphi)\,\varepsilon + \sigma\,\varphi\,(\varphi - 1) = 0.$$

Diese Gleichung nach ε aufgelöst, gibt

$$\varepsilon = \varphi - 0{,}5 + \sqrt{0{,}25 + (1 - \sigma)\,(\varphi - 0{,}5)^2} \quad . \quad 23)$$

Wenn man diesen Wert in die vorhergehende Gleichung einsetzt, kann dieselbe nach δ aufgelöst werden. Wir schreiben statt $\varepsilon^2 = \sigma\,(\delta - 2\,\varphi + \varphi^2)$ und statt ε obigen Wert, dann wird

$$\sigma\,(\delta - 2\,\varphi + \varphi^2) + (1 - 2\,\varphi)\,\varepsilon + \sigma\,(\varphi^2 - \varphi) = 0$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{(2\,\varphi - 1)\,\varepsilon}{\sigma} + \varphi\,(3 - 2\,\varphi) \\ \text{und}\qquad \psi &= 2\,\varphi\,(1 + \varepsilon - \varphi) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad 24)$$

folgt.

Weil diese Gleichung nach φ nicht aufgelöst werden kann, muss man sich mit Tabellen helfen und zwar hat man für jeden Wert von σ eine besondere zu berechnen.

Mittels umständlichen und doch nicht ganz einwandfreien Näherungsrechnungen habe ich aus den Versuchen *Rittinger's* (*Theorie und Bau der Rohrturbinen*) und *Rowlandson's* (*Berg- und Hüttenmännisches Jahrbuch*, XI. Band 1862) ζ_0, ζ, ζ_1 und σ berechnet und gefunden

$$\begin{aligned} \zeta_0 = 0{,}927;\ \zeta = \zeta_1 &= 0{,}854;\ 0{,}838;\ 0{,}854;\ 0{,}844 \\ \sigma &= 0{,}900;\ 0{,}855;\ 0{,}900;\ 0{,}855 \\ \delta &= 0{,}904;\ 0{,}911;\ 2{,}433;\ 3{,}995 \end{aligned}$$

Mit Rücksicht auf die ungünstigen Konstruktionen der Versuchsturbinen kann man für richtiger ausgeführte die grösseren Werte von ζ und σ beibehalten.

Demnach nehme ich

$$\zeta_0 = 0{,}93;\ \zeta = \zeta_1 = 0{,}857;\ \sigma = 0{,}9\,^{1)}.$$

Hierzu muss bemerkt werden, dass ζ_1 nur für vollbeaufschlagte Reaktionsturbinen $= 0{,}857$ gesetzt werden kann, für nur teilweise beaufschlagte Räder nimmt ζ_1 ab und kann bei grosser Partialität selbst bis nahe an Null sinken.

Mit $\sigma = 0{,}9$ erhält man folgende Werte von φ, δ, ε und ψ.

φ	$\Delta\varphi$	ε	$\Delta\varepsilon$	δ	$\Delta\delta$	ψ	$\Delta\psi$
—	100	—	91	—	199	—	198
0,1	100	0,091	93	0,199	198	0,198	196
0,2	100	0,184	95	0,397	199	0,394	193
0,3	100	0,279	96	0,596	201	0,587	193
0,4	100	0,375	99	0,797	203	0,780	194
0,5	100	0,474	101	1,000	208	0,974	196
0,6	100	0,575	104	1,208	214	1,170	200
0,7	100	0,679	105	1,422	221	1,370	204
0,8	100	0,784	107	1,643	229	1,574	210
0,9	100	0,891	109	1,872	239	1,784	216
1,0	100	1,000	111	2,111	250	2,000	224
1,1	100	1,111	112	2,361	262	2,224	231
1,2	100	1,223	114	2,623	275	2,455	241
1,3	100	1,337	116	2,898	288	2,696	252
1,4	100	1,453	117	3,186	302	2,948	262
1,5	100	1,570	118	3,488	319	3,210	272
1,6	100	1,688	120	3,807	333	3,482	285
1,7	100	1,808	120	4,140	349	3,767	294
1,8	100	1,928	121	4,489	375	4,061	305
1,9	100	2,049	121	4,854	382	4,366	318
2,0	—	2,171	—	5,236	—	4,684	—

Die Tabelle kann man auch entbehren, wenn man statt von der Bedingung $\frac{d\,L}{d\,\varphi} = 0$ auszugehen, sich damit begnügt, dass die Richtung der absoluten Geschwindigkeit des aus dem Laufrade ausfliessenden Wassers normal gerichtet sei zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades, welchen Umstand alle älteren Theorien als Bedingung der grössten Arbeitsleistung des Rades ansehen. Für die vollkommene

---

[1]) *Bach*, Die Wasserräder, schätzt sehr übereinstimmend mit den oben gefundenen Werten

$$\begin{aligned} \zeta &= 0{,}91^2 \ldots 0{,}93^2 = 0{,}827 \ldots 0{,}865 \\ \sigma &= 0{,}90 \ldots 0{,}92. \end{aligned}$$

Meissner, Die Hydraulik und die hydraulischen Maschinen, nimmt etwas grössere Werte an.