DINGLERS POLYTECHNISCHES JOURNAL

Jährlich erscheinen 26 Hefte. Bezugspreis vierteljährlich 6,— M., bei Versendung unter Streifband für Deutschland u. Oesterreich-Ungarn 6 M. 65 Pf., für das Ausland 7 M. 30 Pf.

Anfragen in Bezugs- u. Anzeige-Angelegenheiten, sowie Sendungen für die Schriftleitung zur Weiterbeförderung erbeten an den Verlag der Zeitschrift Richard Dietze, Berlin W 66, Mauerstr. 80 (Buchhändlerhaus).

HEFT 1 BAND 333. BERLIN, 12. JANUAR 1918. 99. JAHRGANG

INHALT:

Eine neue kritische Wellengeschwindigkeit.

Von Professor Dr. A. Stodola, Zürich.

Ist das Trägheitsmoment der auf der Welle befestigten Scheiben sehr groß, oder ist bei vorzüglicher Auswuchtung die Exzentrizität der Schwerpunkte ungemein klein, so verhält sich die Welle bei wagerechter und bei senkrechter Aufstellung[1]) hinsichtlich der Biegungsschwingungen gleichartig, nur daß bei der wagerechten Welle die Auslenkung von der Durchbiegung der Ruhelage aus zu zählen ist. Ganz anders ist der Sachverhalt, falls jene Bedingungen nicht zutreffen. Dann besitzt die senkrechte Welle, wenn bloß eine Scheibe vorhanden ist, nur die bekannte normale kritische Drehzahl; bei wagerechter Lagerung kommt **ein neuer kritischer Zustand hinzu**, dessen Drehzahl rund die Hälfte der normalen kritischen Drehzahl ist.

Prof. Gümbel bestreitet in Heft 15 und 16 dieser Zeitschrift (1917) die Richtigkeit dieser Feststellung mit Gründen, die aus der „Anschauung“ geschöpft sind. Nachfolgende Darlegung dient einer Erweiterung meiner hierüber erschienenen Arbeit,[2]) wobei gleichzeitig das Irrtümliche der Gümbelschen Einwände aufgedeckt wird.

1. Welle mit einer einzelnen Scheibe.

In der Abbildung bedeute
O den Durchstoßpunkt der Verbindungslinie der Lagermitten mit der Scheibenebene,
W den Durchstoßpunkt der verbogenen Wellenmittellinie mit der Scheibe,
S den Schwerpunkt.

Die elastische Kraft P ist von W gegen O gerichtet und kann in geeignetem Maßstab durch WO dargestellt werden. Wir zerlegen P in die nach aufwärts gerichtete Kraft G und die schiefe Seitenkraft P'. Da $O'O = G$ ist, geht letztere stets durch den Punkt O', und es ist $O'O$ die Durchbiegung der Welle unter dem Einfluß des Scheibengewichtes (dem wir so die Hälfte des Wellengewichtes hinzufügen). Hiernach sind die auf die Scheibe wirkenden Kräfte die Zentralkraft P' in W und das Moment der Kräfte $+G$ in S und $-G$ in W. Die Zentralkraft P' ruft in bezug auf den „Drehpunkt“ O' dieselben Erscheinungen hervor wie die wirkliche elastische Kraft P in bezug auf O bei der senkrecht aufgestellten Welle. Ist das Trägheitsmoment der Scheibe sehr groß, so bewirkt das Kraftmoment von G nur unmerkliche Schwankungen, die wagerechte Welle verhält sich wie die senkrecht stehende. Sobald aber das Trägheitsmoment kleiner wird, fängt die Scheibe zu schwanken an und ruft entsprechende Schwankungen der Welle hervor. Hier ist die periodische Kraft, die Gümbel vermißt. Sein Gleichnis von dem wie ein Pendel an der durchgebogenen Welle herabhängenden Schwerpunkt, der „Pendelschwingungen“ unter dem Einfluß der Schwere vollführt, trifft auf die sich gewissermaßen wälzende Scheibe nicht zu. Nun entsteht die Frage, wie die Eigenschwingung des Systems beschaffen ist, mit der das periodische Schwerkraftmoment in Resonanz treten, und so (bei Vernachlässigung der Dämpfung) unendliche Ausschläge erzeugen könnte. In dieser Hinsicht sind die Verhältnisse nach den Formeln von Föppl recht verwickelt. Der Drehung der Scheibe um ihren Schwerpunkt und der Kreisbahn, die der Schwerpunkt zufolge der Exzentrizität beschreibt, überlagert sich eine elastische Schwingung mit gleicher Frequenz wie bei nicht rotierender Welle, die geradlinig, elliptisch oder kreisförmig sein kann. Der Sinn, in welchem die Bahn dieser letzteren Schwingung umschrieben wird, kann gleich oder entgegengesetzt sein dem Drehsinn der Scheibe. Es liegt auf der Hand, daß die Vorgänge besser überblickt werden können, wenn man sich in einen mit ω rotierenden Raum begibt und von dort aus die Schwinpung beobachtet. Es finde nun beispielsweise die elastische Schwingung mit kreisförmiger Bahn im gleichen Sinn wie die Drehung der Scheibe statt, d. h. S bewegt sich auf einem Kreis mit der Winkelgeschwindigkeit ω_k. Dann besteht die relative Bewegung von S in einer Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_k - \omega$. Allein die Drehung ist eine Uebereinanderlagerung von zwei zueinander senkrechten Schwingungen mit derselben Winkelgeschwindigkeit. Anderseits verwandelt sich die Schwerkraft G im relativen Raum zu einer drehenden Kraft mit den Komponenten $G \sin \omega t$ und $G \cos \omega t$, die ihrerseits Schwingungen mit gleicher Frequenz erzeugen. Ist nun $\omega_k - \omega = \omega$, d. h. $\omega = \omega_k/2$, so befindet sich letztere Schwingung in Resonanz mit der elastischen Schwingung, wodurch die neue kritische Drehzahl meines Erachtens hinlänglich anschaulich gemacht wird. Infolge des Schwankens der Scheibendrehung ist in Wirklichkeit ω abhängig vom Scheibenträgheitsmoment. Ein Zweifel

[1]) Eine gewisse Wirkung der Schwerkraft bleibt auch bei senkrechter Aufstellung übrig, sei es als „Knickbeanspruchung“ der Welle oder als senkrecht nach abwärts gerichteter Zug.

[2]) Schweiz. Bauzeitung Bd. 68, 1916, S. 197: Bd. 69, 1917, S. 93 u. f.