

Ante hos sex annos Jablonoviana, quae Lipsiae est, literarum societas viris rerum mathematicarum peritis proposuit, ut exponerent de proprietatibus superficierum, quae continerentur his aequationibus: I. $mx^2 + ny^2 - z^2 = f^2$, II. $x^2 - ny^2 + az = 0$. Quae quidem res quum a nullo, quod equidem sciam, neque singulari libello tradito, neque in alio ad eam disciplinam pertinente libro accuratius tractata et explicita sit, rem non prorsus inutilem me suscepturum esse duxi, si ea, quae, quum nuper in eam rem inquirerem, invenisse mihi visus sum, oblata mihi nunc scribendi opportunitate cum viris doctis, qui eas res curant, communicarem. Existimo autem, me omnem disquisitionem meam commode sic instituere posse, ut prius de aequatione $mx^2 + ny^2 - z^2 = f^2$, deinde de altera $x^2 - ny^2 + az = 0$ exponam, in explicandis autem utriusque superficiei proprietatibus, quoad fieri potest, inferioris tantum matheseos ope utar, et tum demum altiore adhibeam, ubi auxilio eius neglecto, ea, quae quaerantur, aut nonnisi per longas molestasque ambages, aut omnino non possunt inveniri.

I.

Disquisitio de superficie, quae continetur aequatione

$$mx^2 + ny^2 - z^2 = f^2.$$

1. Brevitatis causa significetur aequatio proposita $mx^2 + ny^2 - z^2 = f^2$ litera (G), superficies autem, quae ei respondet, litera S. Litera A ubique denotet punctum, quo axes coordinatarum x, y, z se mutuo secant, quae quidem coordinatae supponuntur rectangulae. Planum axibus coordinatarum x et y determinatum simpliciter significetur sic: pl. (x, y); similiter statim apparet, quid indicent notae: pl. (x, z), pl. (y, z). Axes coordinatarum x, y, z significantur notis XX', YY', ZZ'; AX sit ea pars, quae vergit ad partem positivarum x, AX' contra pars opposita; similiter de reliquis.

2. Posito $z = 0$ aequatio (G) evadit haec: $mx^2 + ny^2 = f^2$, quae est aequatio centralis ellipseos ad suos axes relatae, quorum alter est $= \frac{2f}{\sqrt{m}}$, alter $= \frac{2f}{\sqrt{n}}$, centrum vero huius ellipseos cadit in punctum A. Si ordinata z obtinet valorem constantem $= +h$, aequationis (G) forma est haec: $mx^2 + ny^2 = f^2 + h^2$, quae ipsa est aequatio centralis ellipseos, cuius axes sunt $2\sqrt{\frac{f^2 + h^2}{m}}$ et $2\sqrt{\frac{f^2 + h^2}{n}}$, centrum autem punctum ali-