cedenti §, ita facile etiam per se demonstrari potest. Positis rectae cuiusque per punctum A transeuntis aequationibus his: $y = x \operatorname{tg} \varphi$ et $z = x \operatorname{ty} u$, coordinatae punctorum, in quibus haec linea occurrit superficiei S, exprimendae sunt formulis his:

$$x = \pm \frac{f}{\sqrt{(m + n \operatorname{tg}\varphi^2 - \operatorname{tg}u^2)}},\ y = \pm \frac{f \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{(m + n \operatorname{tg}\varphi^2 - \operatorname{tg}u^2)}},\ z = \pm \frac{f \operatorname{tg} u}{\sqrt{(m + n \operatorname{tg}\varphi^2 - \operatorname{tg}u^2)}},$$

ergo segmentorum l' et l'' illius rectae inter punctum A et alterum intersectionis punctum interceptorum valores inveniuntur hi: $l' = + f \sqrt{\left(\frac{1 + \operatorname{tg}\varphi^2 + \operatorname{tg}u^2}{m + n \operatorname{tg}\varphi^2 - \operatorname{tg}u^2}\right)}$, et

$l'' = - f \sqrt{\left(\frac{1 + \operatorname{tg}\varphi^2 + \operatorname{tg}u^2}{m + n \operatorname{tg}\varphi^2 - \operatorname{tg}u^2}\right)}$, qui oppositi quidem, sed tamen sibi sunt aequales.

6. *Superficies conica, quae exprimitur aequatione hac: $mx^2 + ny^2 - z^2 = o$, superficiei* S et *superficies asymptota.*

Superficies (F), quae significatur aequatione $mx^2 + ny^2 - z^2 = o$, necessario transit per punctum A. Planum aliquod (E) per axem ZZ' transiens, cuius aequatio sit $y = x \operatorname{tg} \varphi$, secat superficiem (F) in linea, cuius proiectio in pl. (x, z) exprimitur aequatione $(m + n \operatorname{tg} \varphi^2)\ x^2 = z^2$; posito autem $x = x'' \cos\varphi$ ipsius lineae intersectionis aequatio prodit haec: $z = \pm x'' \sqrt{(m \cos\varphi^2 + n \sin\varphi^2)}$, qua quidem significantur duae per punctum A transeuntes lineae rectae. Facile vero intelligitur, eandem etiam esse aequationem asymptotarum hyperbolae, in qua secundum §. 4 superficies S plano (E) secatur. Nam si 2a et 2b sunt axes hyperbolae alicuius, eiusdem asymptotae exprimuntur aequatione $z = \pm \frac{b}{a} x''$; illius vero hyperbolae axes quum sint $2a = \frac{2f}{\sqrt{(m \cos\varphi^2 + n \sin\varphi^2)}}$ et $2b = 2f$, aequatio asymptotarum eius erit haec: $z = \pm x'' \sqrt{(m \cos\varphi^2 + n \sin\varphi^2)}$, quae prorsus eadem est aequatio ad idem coordinatarum systema relata atque supra commemorata. Linea intersectionis igitur superficiei (F) et plani (E) asymptota est hyperbolae, in qua superficies S secatur eodem plano (E), quicunque valor tribuitur angulo φ, qua ex re apparet, superficiem (F) in infinitum magis magisque appropinquare ad superficiem S, neque tamen unquam eam vere attingere, ergo superficiem (F) esse asymptotam superficiei S.

Nota. Facile etiam hoc intelligitur, si in plano aliquo (C), quod parallelum sit plano (x, y) et ab eo distet recta $= d$, construatur ellipsis expressa aequatione $mx^2 + my^2 = d^2$, ita quidem, ut centrum eius in axe ZZ' situm sit, axis vero ille, cuius valor est $= \frac{2d}{\sqrt{m}}$, aequidistet axi XX', et linea aliqua recta infinita per punctum A posita ita moveatur, ut ambitum ellipseos illius totum percurrat, superficiem mota hac recta formatam fore superficiem illam conicam aequatione $mx^2 + ny^2 - z^2 = o$ expressam.

7. *Problema. Invenire aequationem plani* (V), *quod superficiem* S *tangat in puncto* (P), *cuius coordinatae x', y', z' datae sint.*