Solutio. Quaesitae aequationis forma erit haec:

$$A\,(x - x') + B\,(y - y') + C\,(z - z') = o \;.\;.\;.\;.\; (I)$$

Per punctum (P) ponatur planum (C) aequidistans plano (x,y), quod superficiem S in ellipsi aliqua, planum (V) vero secabit in linea recta (l'), quae ellipsin illam continget in puncto (P), et exprimetur aequatione hac: (II) $A\,(x-x') + B\,(y-y') = o$. Quum vero ellipseos illius aequatio sit $y^2 = \frac{m}{n}\left(\frac{f^2+z'^2}{m} - x^2\right)$ (cf. §. 2), recta hanc ellipsin in puncto (P) contingens significatur aequatione hac: (III) $mx'\,(x-x') + ny'\,(y-y') = o$. Quam aequationem quum congruere necesse sit cum aequatione (II), statim prodeunt valores hi: $A = mx'$, $B = ny'$. Jam concipiatur tertium aliquod planum (E) per axem ZZ' et punctum (P) positum, cuius aequatio est $y - y' = \frac{y'}{x'}\,(x - x')$: intersectionis (l'') huius plani et plani (V) proiectio in pl. (x, z) exprimitur aequatione hac:

$$(mx'^2 + ny'^2)\,(x - x') + C\,x'\,(z - z') = o \;.\;.\;. \;(IV)$$

Recta (l'') necessario continget in puncto (P) hyperbolam, quae intersectio est superficiei S et plani (E) (§. 4), et significatur aequatione $z^2 = \frac{mx'^2+ny'^2}{x'^2+y'^2}\left(x''^2 - \frac{(x'^2+y'^2)\,f^2}{mx'^2+ny'^2}\right)$, quia nunc est $tg\varphi = \frac{y'}{x'}$, $\cos\varphi = \frac{x'}{\sqrt{(x'+y'^2)}}$, $\sin\varphi = \frac{y'}{\sqrt{(x'^2+y'^2)}}$, (coordinatae z et x'' in ipso plano (E) sitae sunt.) Jam quum in eodem plano puncti (P) coordinatae sint $z = z'$ et $x'' = \sqrt{(x'^2+y'^2)}$, lineae rectae hyperbolam in puncto (P) tangentis aequatio prodit haecce: $z - z' = \frac{mx'^2+ny'^2}{z'\sqrt{(x'^2+y'^2)}}\,(x''^2 - \sqrt{(x'^2+y'^2)}$. Substituto in hac aequatione valore $x'' = \frac{x}{\cos\varphi} = \frac{\sqrt{(x'^2+y'^2)}}{x'}\,x$, ipsa mutatur in aequationem proiectionis in pl. (x, z) rectae illius hyperbolam tangentis, quo facto evadit aequatio haec:

$$(V) \;.\;.\;.\; (mx'^2 + ny'^2)\,(x - x') - x'\,z'\,(z - z') = o.$$

Quum vero pateat, hanc lineam tangentem eandem esse atque rectam (l''), necesse est aequationes (IV) et (V) sibi congruere, qua ex re sequitur $C = -z'$. Itaque substitutis valoribus coefficientium A, B et C, quia praeterea est $mx'^2 + ny'^2 - z'^2 = f^2$, prodit quaesita plani tangentis (V) aequatio haec:

$$(\mathfrak{B}) \;.\;.\;.\;.\; mx'x + ny'y - z'z - f^2 = o$$

Nota. Sane brevius plani tangentis (V) aequatio reperitur calculi differentiatis ope. Nam ex ea disciplina notum est, planum contingens superficiem quamque curvam, quae exprimatur aequatione $U = o$, ipsum significari aequatione hac:

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)\,(x - x') + \left(\frac{dU}{dy}\right)\,(y - y') + \left(\frac{dU}{dz}\right)\,(z - z') = o,$$