

$$y = OQ - RS = w \cos \varphi - l \sin \varphi, \quad w = RN \cos ORN = v \cos u,$$

$$l = KL + DK = t + \frac{\beta}{\sin \varphi} = t + \frac{\alpha}{\cos \varphi}.$$

14. Quum curva (S) exprimat aequatione secundi gradus (K_1) vel (K_2), sequitur eam esse sectionem conicam. Jam si universalis linearum secundi ordinis aequatio sumatur haec:

$$Av^2 + Bvt + Ct^2 + Dv + Et + F = 0 \dots (U)$$

constat, (quod quidem infra denuo demonstrabimus,) curvam hac aequatione significatam esse aut *parabolam*, si $B^2 = 4AC$, aut *ellipsin*, si $B^2 < 4AC$, aut *hyperbolam*, si $B^2 > 4AC$ fuerit. Quodsi coefficientium A, B, et C valores substituantur, quos praebet aequatio (K_1) vel (K_2), factis nonnullis transformationibus sequitur, lineam curvam (S)

fore *parabolam*, si fuerit $m \cos^2 \varphi + n \sin^2 \varphi = m n \cot^2 u$,

fore *ellipsin*, si fuerit $m \cos^2 \varphi + n \sin^2 \varphi < m n \cot^2 u$,

fore *hyperbolam*, si fuerit $m \cos^2 \varphi + n \sin^2 \varphi > m n \cot^2 u$.

15. In formulis praecedentibus, quae indicant conditiones, quibus determinatur species curvae (S), quum quantitates α et β prorsus non reperiantur, inde apparet, speciem curvae (S) a solis pendere angulis φ et u , iisque non mutatis semper eandem manere, quoquo modo commutantur quantitates α et β . Inde facile colligitur, *curvas, in quibus superficies S secatur per plana sibi parallela, omnes esse sectiones conicas eiusdem speciei*. Bene autem tenendum est, duas lineas rectas aequidistantes ea in re adnumerandas esse parabolis, circulum ellipsibus, et duas rectas sese secantes hyperbolis. In sequentibus primum diligentius inquiramus in conditiones, quibus superficies S per planum (E) secatur in lineis rectis.

16. Linea (L) significata aequatione (U) §. 14.

I. est *una recta*, si fuerit simul $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$; tum enim aequatio (U) mutatur in aequationem primi gradus hanc: $Dv + Et + F = 0$, quae est aequatio *unius* lineae rectae.

II. Si non omnes tres coefficientes A, B et C simul evanescunt, aequatio (U) semper secundi est gradus, quae tum tantum duas lineas rectas exprimit, si divelli potest in rationales duas primi gradus aequationes, ita ut ductis in se his aequationibus prodeat aequatio (U). Jam quum in universum ex aequatione (U) sequantur valores hi:

$$(1) v = -\frac{Bt + D}{2A} \pm \frac{1}{2A} \sqrt{(B^2 - 4AC)t^2 + 2(BD - 2AE)t + D^2 - 4AF}$$

$$(2) t = -\frac{Bv + E}{2C} \pm \frac{1}{2C} \sqrt{(B^2 - 4AC)v^2 + 2(BE - 2CD)v + E^2 - 4CF}$$

patet inde, aequationem (U) tum tantum divelli posse in aequationes duas primi gradus rationales, si illorum valorum secunda pars formam induat rationalem, i. e. si radix quaesita vere ac perfecte inveniri possit, quod ipsum semper fiet, si ea est inter coefficientes A, B, . . . F ratio mutua, ut sit: