

DISSERTATIO DIOPTRICA
DE
REFRACTIONE
LUMINIS,

quam
PRÆSIDE
MARTINO KNORRE,
Mathem. Infer. Prof. Publ.

publice defendet,

In Auditoriò Majori,

M. JOANNES JACOBUS HARTMAN,
Norimbergensis,



d. XX. Decembr. A. M. DC. XCIII.

horis matutinis.

Optica.

164, 6.

WITTENBERGÆ,
Typis CHRISTIANI SCHRÖDTERI, Acad. Typ.

Sächsische
Landesbibliothek
Dresden



B. C. D.

Cum omnes scientiæ, quas Philosophia complexu suo coercet ac continet, ita sunt Inter se aptæ & connexæ, ut altera opem poscat alterius & amice conspirent, tum inprimis Mathesis & Physice maxima necessitudine junguntur. Illa enim reconditarum & à sensu remotarum rerum contemplatione fessa in naturalis scientiæ amœnissimis hortis requiescit non raro, maximaque sibi perfundi videtur lætitia, cum offendit quamplurima, quibus adplicare possit, quæ homines rudes & inficeti, steriles ac difficiles nugæ esse hallucinantur. Hæc vero hunc amicitiae fructum non contemnendum capit, quod ea, quæ de magnitudine, figura, proportione, &c. rerum naturalium, sollicitis computavit articulis Mathesis, suos transfert in usus, & quantum licet, experimentis confirmat. Neq; vero decerpitur ideo quidquam de certitudine scientiarum Mathematicarum, qua nulli reliquarum cedunt, quod quasi mutuo quædam a Philosophia naturali quandoq; sumunt, quæ extra omnem dubitationis aleam non sunt posita. Officio enim suo rite censei debet functa Mathesis, si placitis Physicorum ut hypotheseibus utatur, caveatque, ne dum conclusiones ex suis principiis necit, pseudographema aliquod efficiat. Tametsi enim hæc laborare incertitudine forsitan deprehendantur, facile tamen quilibet intelliget, vitium illud non ex mathematicis principiis, sed hypotheseibus assumtis eis obvenisse. Possent hæc infinitis ex Astronomia, Mechanica, & Optica, petitis exemplis confirmari, nisi ad rem omnem illustrandam vel unica sufficeret de Refractione doctrina, cujus præcipua capita, in sequenti Dissertatione, quam maxima possumus & brevitate & perspicuitate, DEO Optimo Maximo juvante, exponemus.

§. 1.

Fig. 1. Scilicet pervulgata reſeſt, luminis radios (*Vid. fig. 1.*) v. g. DA (NA), cum in diverſum aliquod diaphanum oblique procedunt, non recta prodire via per lineam AG (AM), ſed ſi QB deſignet lineam diverſa diaphana ſeparantem, & EF perpendicularem ad QB , illos in puncto incidentiæ A quaſi infringi, ut ferantur per AN (AD), atque adeo modo ad perpendicularum AF accedant, modo a perpendicularo AE recedant; & hanc luminis affectionem **Refractionem** a Phyiſicis & Opticis vocari.

§. 2.

Quamvis autem varia celebrentur Phyiſicorum placita de natura luminis & diaphanorum, & Cartesii ſententia, præſertim ut emendata eſt a Viro ſummi ingenii exquisitiæque doctrinæ, *G. G. Leibnüzio in Act. Erud. A. 1682. p. 189.* aut interpolata à doctiſſimo *Fr. Bayle in Diſſertat. Phyiſic. edit. Haga 1678. p. 160. ſſ.*, probabilitate omni non deſtituatur, æque ac illa quam acutiſſimus Geometra *Iſaacus Newton* propoſuit in *Scholio prop. 96. lib. 1. Princip. Mathem. Philoſoph. natur. p. 232.*, eam tamen in præſentia hypotheſin aſſumemus, quam Illuſtris *Hugenius* non ita pridem explicavit in *tractatu de lumine Lugd. Batav. A. 1690.* excuſo, quamque, rem ipſam ſi ſpectes, non vero exponendi modum, olim quoque tradiderunt celeberrimi viri *R. Hoocke* in *Micrographia p. 54. ſſ.* *P. Pardies* in *Prefat. in Statica med. Paris. 1674.* *P. Ango* in *Optica edit. Paris. 1682*: Lumen ſcilicet pro-

Fig. 2. pagari per undas æthereas DCF , quæ quovis inſtanti ab impulſu particularum lucidarum A , quæ undarum illarum centra ſunt, procreantur; & diaphana illa eſſe corpora, per quæ undulatio illa ætheris continuari poteſt. Longum foret afferre totius huius hypotheſeos explicationem, non poſſumus tamen quin in rem noſtram notemus ſequentia: (1) particulas ſingulas ætheris, v. g. B , in quo fit undulatio, non ſolum motum communicare proximis, v. g. H . quæ in linea recta AB a puncto lucido per

per illas ducta sitæ sunt, sed reliquis quoque ipsam circumstantibus & motum ejus impredientibus, ita ut singulæ particulæ *B* centra fiant undarum minorum *KCL*, quæ principalem undam *DCF*, cujus centrum *A*, tangunt in punctis *C*, ubi recta *AB* producta, ipsas secat; atque ita quamplurimas undas minores majoris augere vim, ut adpulsu suo ad retinam illam sensationem, quam visionem vocamus, possit efficere. *Vid. Hug. l. c. p. 17. ff.* (2) In corporibus nonnullis diaphanis undas illas citius, in aliis tardius propagari. *Vid. Hug. l. c. c. 3. p. 30. ff.* (3) Lumen motu procedere æqvabili, ita ut in eodem medio spatia confecta sint temporibus proportionalia: (4) Sed in mediis diversis, si tempora sint æqualia, spatia sint ut celeritates, & vice versâ. *Vid. Galileus in Discursibus & Demonstrat. Mathemat. Dialog. III. de Motu locali Prop. I. & II. p. 151. ff.* (5) Radios luminis nihil aliud esse quam lineas rectas, secundum quas partes undarum procedunt, quæq; proinde ipsis semper sunt perpendiculares.

§. 3.

Ut ergo investigemus, qua ratione lumen moveatur in corpora diaphana oblique incidens, si *AB* sit superficies medii, in quo alia celeritate propagatur, celeritas vero in medio *CD* ad celeritatem in medio *NG*, ut *r* ad *f*, (ita ut *r* major sit quam *f* in *figura 3*, minor vero in *fig. 4*.) & *AC* particula undæ respectu suæ circumferentiæ indefinite parva, vel tam exilis, ut a recta linea nihil differat, inque ea sumpta puncta quotcunque *A, H, C*, quæ incidant secundum lineas *DA, Ha, CB*: manifestum est, dum *C* pertingit ad *B*, reliqua per puncta *A, a*, quo adpulerunt, quæque undarum minorum centra fiunt, per *n. 1. §. 2. p. 2.* pergere, in diaphano *N*, ita ut spatia decursa a puncto *C* versus *B*, eodem tempore, quo *A & H* ex *A & a* moventur, sint ut celeritates per *n. 4. §. 2.* Quoniam ergo, ductis lineis *ab* parallelis *AC*, lineæ *CB* ∞ *AG*, *bB* ∞ *ag*, sunt spatia illa respectiva peracta a puncto *C*, fiat:

$$:: AG. AN \propto \int AG$$

r. f.

$$:: ag. an \propto \int ag$$

A 3

& ra-

& radiis AN, an , ex punctis A, a , describantur arcus fNr, fnr , designabunt illi undas minores in diaphano N genitas, interim dum tota AC in id pervenit. Et quia recta ex puncto B ita ducta, ut tangat fNr reliquas quoque tangit undas, (sunt enim centra omnium arcuum in linea AB , & radii illorum inter se ut adplicatae Trianguli, quia sunt æquales AG, ag ductis in f) designabit

illa undam principalem, per n. 1. § 2., recta vero AN perpendicularis ad BN denotabit radium, seu rectam, secundum quam unda NB propagatur. per n. 5. §. 2. Vid. Hug. l. c. c. 3. p. 33. Ex qua constructione sequentes eliciemus propositiones.

§. 4.

Fig. 3. & 4

Prop. I. Lumen oblique incidens, secundum lineam DA , in medium diverse resistentie AB , non recta procedit per AG , sed refringitur in puncto incidentie A , ut procedat juxta AN , & si ejus celeritas in medio CD sit major celeritate GN , accedit ad perpendiculum AF (vid. Fig. 3.) sin vero minor (Vid. Fig. 4.) recedit a perpendiculo AF . Id quod ex nuda inspectione fig. 3. & 4. patet.

§. 5.

Fig. 3. & 4

Prop. II. Si angulus DAE vocetur angulus inclinationis, FAN angulus refractus; sinus anguli inclinationis est ad sinum anguli refracti, ut r ad f , seu ut celeritas luminis in medio CD , ad celeritatem in medio EN . Nam

(1) angulus $DAE + EAC \propto EAC + BAC$ quia DAC & EAB , quibus respective sunt æquales, sunt recti ex constructione, Ergo BAC est æqualis DAE , & quia sinus anguli BAC , si BA sumatur pro Radio est BC , erit BC vel ei æqualis AG quoque sinus anguli inclinationis DAE .

(2) angulus $ABN + BAN \propto$ recto per *Eucl. I. 32. Coroll. 3.* & angulus $FAN + BAN \propto$ recto BAF , ac proinde $ABN \propto FAN$ angulo refracto. Est autem, si AB denuo fiat radius, sinus anguli BAN linea AN , eadem igitur erit sinus anguli refracti.

(3) Quoniam vero $AG \propto CB$ est ad AN , ut r ad f . per §. 3. Erit sinus anguli inclinationis ad sinum anguli refracti, ut celeritas in medio CD ad celeritatem in medio GN .

§. 6.

§. 6.

Prop. III. *Quaecunque fuerit quantitas anguli inclinationis, ejus tamen sinus ad sinum anguli refracti eandem semper habet rationem: Ostensum enim est in §. 5. sinus illos esse ut celeritates, seu ut r ad s . Quæ ratio cum constans sit & perpetua, erit etiam ratio sinuum illorum semper eadem.*

Quocirca si experimento cognitum fuerit, quod ratio sinus dati cujusdam anguli inclinationis radii v. g. in aëre, sit ad sinum anguli refracti in aqua ut 4 ad 3, vel secundum *Cartes. c. 8. Meteor. p. 221* ut 250. ad 187. aut in vitro, ut 3 ad 2, vel secundum accuratissima *Newtoni* experimenta, quæ citat *William Molineux in Dioptrica nova p. 4*, ut 300 ad 193, seu proxime, ut 14 ad 9, eadem quoque refractionis mensura competet radiis alio quocunque modo inclinatis.

§. 7.

Prop. IV. *Refractiones radiorum in diaphanum aliquod ingredientium, & ex eo emergentium sunt reciproca. h. e. Si in fig. 5. DA sit radius incidens ex puncto D, quod sinus anguli inclinationis DI determinat, & AN Radius refractus in N, quod punctum sinus LN anguli refracti definit; erit vice versa, radii NA emergentis ex inferiori semicirculo refractus AD. Nam $r. s. :: DI. LN.$ per §. 5. Ergo invertendo $LN. DI :: s. r.$*

Fig. 5.

§. 8.

Prop. V. *Si super linea refringentis QB perpendicularem AE in puncto incidentia A describatur semicirculus secans radium incidentem in X, refractum vero sursum protractum in Y, & ducantur lineæ XE, YE; erit $r. s. :: XE. YE.$*

Fig. 1.

Nam (1) XAE est angulus inclinationis, YAE vero est æqualis angulo refracto per *Eucl. I. 15.*

(2) XE est subtensa anguli $2 XAE$ & YE subtensa anguli $2 YAE$, per *Eucl. III. 10.*

(3) Quoniam vero sinus sunt inter se ut chordæ dimidiæ duplorum angulorum, per *Defin. sin.* & proinde quoque ut totæ subtensæ;

Ergo

Ergo XE est ad YE , ut sinus anguli XAE ad sinum anguli YAE , seu ut r ad f . per $S. 5.$

§. 9.

Fig. 1.

Nascitur hinc expedita facilisque methodus incidenti cui-
vis proposito competentem reflexum assignandi. Si enim
incidens radius sit DA , AE perpendicularis ad reflectentem
in puncto incidentiae A , describatur semicirculus super AE pro lu-
bitu sumtam, cujus ambitus secet DA in X & ducatur XE : Dein-
de fiat: $r. f. :: XE. f. \overbrace{XE}^r \propto YE$ & aptetur YE ex puncto E

semicirculo EYA . Tandem ex Y per A ducatur recta YAN , erit
 AN radius refractus quaesitus. Vid. Barrov. Lect. Optic. III. p. 23.

§. 10.

Fig. 5. & 6

Prop. VI. Si circulo ex centro A descripto, a puncto M ,
ubi radius refractus AN productus secat circumferentiam, ducatur
 MT perpendicularis ad QB refringentem, secansque radium inci-
dentem DA in S ; sinus anguli inclinationis est ad sinum anguli er-
fracti, ut AD ad AS .

Nam ductis MO , perpendiculari ad EA , eique parallela
 DI , nec non DH parallela MT , ang. MAE est aequalis refracto
 FAN per *Eucl. 1. 15.* & proinde sinus $LN \propto MO$, qui etiam aequa-
lis est lineae TA , quia $MOAT$ est parallelogrammum. *Euclid. I. 34.*;
anguli vero inclinationis sinus est $DI \propto HA$, quia $DIAH$ quoque
parallelogrammum est. Ergo $DI. MO :: HA. TA$. Tandem quia
triangula $HDA.$, TSA sunt similia, & per *Eucl. VI, 4.* $HA. TA$
 $:: DA. SA$, erit quoque $DI. MO :: DA. SA$.

Ex hac propositione derivatur modus non operosus dime-
tiendi refractiones ope duarum Regularum & perpendiculari, quem
in lectionibus publicis semestris praecedentis demonstravimus;
atque hinc quoque fabricam instrumenti magis elaborati ad eos-
dem usus deduxit celeberrimus *Cassinus*. Vid. ejusdem *de sola-*
ribus hypotesibus & refractionibus *Epist. 2. p. 318. ff. & Epist. 3. p. 333.*
ff. in Miscellaneis Italicis Physico Mathematicis editis a Gauden-
tio Roberto Bononia. A. 1692.

§. 11.

§. 11.

Prop. VII. Sinus anguli inclinationis DI est ad sinum anguli refracti LN reciproce, ut resistentia medii incidentia ad resistentiam medii refractionis.

Nam celeritates rerum eadem vi motarum sunt reciproce ut resistentiæ, quia tanto minus celeritatis relinquit resistentia, quanto ipsa est major, atque ideo si resistentiæ sint ut $p. ep$, celeritates sunt ut c, c , vel $ce. c$.

Jam verò sinus angulorum inclinationis & refracti sunt ut celeritates, per §. 5. Ergo sunt quoque reciproce ut resistentiæ mediorum.

§. 12.

Prop. IIX. Sinus anguli inclinationis AP est ad sinum anguli refracti AK reciproce, ut AC secans complementi anguli inclinationis, ad AR secantem complementi anguli refracti.

Fig. 5.

Nam (1) si ducta fuerit tangens indefinita BR & radius incidens DA productus, donec tangentem secet in C , & circumferentiam in G , ex punctis autem N & G perpendiculares ad QB descriptæ, erit FAG ∞ angulo inclinationis. *Eucl. 1. 15.* ejusque sinus AP , angulus vero complementi GAB , ejusque secans AC . Erit quoque AK sinus anguli refracti FAN , cujus complementum est NAB , ad quod spectat secans AR .

(2) Jam quia Triangula ABC & APG , item ABR & AKN sunt similia, erit :

$$AP. \begin{cases} AG \\ \angle AB. \end{cases} :: AB, AC. \text{ item } AK. \begin{cases} AN \\ \angle AB \end{cases} :: AB, AR. \text{ per } Eucl. VI. 4.$$

$$AP, AC \propto AB \text{ quadr. } AK, AR \propto AB \text{ quadr. per } Eucl. IV. 15 \\ \text{ \& hinc } AP, AC \propto AK, AR.$$

(3) Ergo tandem æquatione in analogiam resoluta :

$$AP. AK :: AR. AC.$$

Quoniam itaque secantes complementorum constantem semper inter se rationem servant, verissima quoque erit Snelliana propositio, quam vide in *Act. erudit. An. 1682. p. 187.*

B

§. 13.

Fig. 6.

Prop. IX. Si radius a perpendicularo refractus AN produ-
catur, donec concurrat cum CBN parallela radio incidenti DA
per B ducta, & ex B ubi refringens QB secat CN, ducatur BVR
indefinita & normalis ad QB secansque AN in V, erit sinus an-
guli inclinationis ad sinum anguli refracti, ut VN ad BN.

(1) Producatur enim radius incidens DA, donec concurrat
cum BV producta in R, erit angulus inclinationis FAR \propto ARB
 \propto RBN seu VBN, quia sunt alterni, per Eucl. I. 19. Item angulus
refractus FAV \propto AVB.

(2) Angulo obtuso BVN ejusque complemento ad duos rectos
AVB, idem respondet sinus.

(3) Ergo per Theorema commune Trigonom. In triangulo BVN
latus VN est ad BN, ut sinus anguli VBN seu inclinationis ad
sinum anguli BVN vel potius AVB anguli refracti.

Propositionem hanc in usum experimentalem convertere
non ægre discet, qui Cartesium consuluerit cap. X. Dioptric. p.
141. s. & Animadvers. in eand. p. 245., ubi docetur, quomodo
prismatis vitrei triangularis adminiculo investiganda sit refra-
ctionis in vitro mensura. Refert enim Triangulum rectangulum
QCB sectionem prismatis Triangularis, & DA radium perpen-
diculariter incidentem in latus QC.

Prop. X. Quando ratio r ad f est minoris inequalitatis, &
inclinatio radii incidentis tanta, ut sinus anguli inclinationis sit æ-
qualis radio ducto in r , aut major, non penetrabit radius inci-
dens in diaphanum refractionis.

Nam sit sinus anguli inclinationis æqualis radio multiplicato
in r , erit, per S. 5.

$$\frac{f}{r} \quad r. f. \quad :: \quad \frac{\text{Sin. ang. inclin.}}{r \text{ Rad.}} \quad \frac{\text{Sin. refracti.}}{rf \text{ Rad.}}$$

h. e. erit æqualis radio. Quoniam ergo sinus anguli refracti est
æqualis sinui toti, non dabitur sinus aliquis partialis determi-
nans

nans aliquod punctum in Quadrante *BF* *fig. 6.* Multo vero minus id
accidet, si sinus inclinationis major fuerit $\frac{3}{4}$ Rad. V. g. Si refra-

Fig. 6.

ctionis mensuram, quando lumen ex aere in aquam incidit, ponamus esse rationem $\frac{3}{4}$ ad $\frac{4}{3}$, non ingredietur radius aquam, si

angulus inclinationis fuerit $48.36.$ aut major, quia $\frac{3}{4}$ sinus tot-

tius est 7500000 , cui respondet in tab. sinuum angulus $48.36;$

aut si in vitro sumatur mensura Newtoniana, 9 ad $14.$, non

penetrabit in vitrum radius, cujus angulus inclinationis est æ-

qualis 40 aut major, nam $\frac{9}{14}$ sinus totius est, 6428571 , cui re-

§. 15.

Prop. XI. Si *IK* sit radius incidens in medium heteroge-
neum *AH*, in quo singulis momentis luminis celeritas decrescit,
erit radius refractus *KN* curva, cujus convexitas spectat versus me-
dium incidentem protractum *KO*.

Fig. 7.

Nam dividatur medium *AH* per lineas *BF*, *CG*, in quotcun-
que partes æquales, v. g. tres, refringetur utique, per §. 4. ra-
dius *IK* accedendo ad perpendiculum in *L*, eritque *KL* radius
refractus jam respectu medii *BG* incidens, qui ob eandem rationem
refringetur in *M*, & sic porro; ita ut apices angulorum, quos
constituunt refracti *KL*, *LM*, spectent incidentem protractum *KO*.

Ponantur jam intervalla *AB*, *BC*, *CD* minui in infinitum, &
numerus eorum eadem ratione augeri, erit *KLMN* Curva con-
vexa versus *KO*, ut ex Methodo indivisibilium est manifestum,
fietq; impulsus luminis in puncto *N* secundum tangentem curvæ in
puncto *N*, cujus particula indefinite parva ab ipsa curva nihil differt.

Cæterum talem inflexionem radiorum contingere in Atmo-
sphaera telluri nostræ circumfusa, quando ex superioribus partibus
versus inferiores tendunt, ostendit *Hugen. l. e. c. 4. p. 42. ff.*

§. 16.

Prop. XII. Radius per medium diversum ad punctum ali-
quod

quod illustrandum contendens, & secundum conditiones §. 5. refractus, eâ defertur via, quae omnium brevissimo tempore absolvi potest.

Sit enim D punctum unde procedit lumen, punctum quo tendit radius N , & si refraction fiat secundum legem §. 5. punctum incidentiæ A , ita ut via radii sit $DA \perp AN$; dico, hanc lineam brevissimo tempore absolvi posse. Quod si negas, breviori tempore absolvet iter suum lumen, vel dum incidit in punctum P remotius a puncto D , quam A , ut in *Fig. 8*, vel in K propius puncto D quam A , ut in *fig. 9*. Utrumque falsum esse ostendam.

Fig. 8.

Nam sit (I) punctum incidentiæ P , & via luminis $DP \perp PN$, ducatur autem ad DA perpendicularis AH , & PH parallela DA , nec non GP perpendicularis ad AN . Patet viam luminis DAN per illas dividi in tres partes DA, AG, GN , respondentem tribus partibus viæ DPN , nempe DI, IP, PN .

(1) Quoniam vero tempus quo lumen movetur per DA , est ad tempus per DI , ut DA ad DI , per n. 3. §. 2. DA vero minor est quam DI , quippe quæ est hypotenuſa Trianguli rectanguli DAI , per constructionem; ergo tempus motus per DA brevius est tempore per DI .

(2) Porro quia, ut ex demonstratione §. 5. patet, HAP est æqualis angulo inclinationis DAE , APG vero angulo refracto FAN & hinc $HP. AG :: r. s.$ erit tempus quo fertur lumen per HP , æquale tempore motus luminis per AG , per n. 4. §. 2; sed tempus per HP est minus tempore per IP , quia IP hypotenuſa est Trianguli rectanguli IHP , ac proinde major, quam HP . per n. 3. §. 2. Ergo tempus per AG quoque brevius est tempore per IP .

(3) Tandem, quia GN brevior est PN ; tempus motus per GN erit brevius tempore per PN . per n. 3. §. 2. Ex quibus efficitur, partes singulas viæ DAN absolvi temporibus brevioribus, quam singulas respectivas partes viæ DPN , atque proinde totam viam DAN breviori tempore confici, quam totam DPN .

Fig. 9.

(II) Sit jam aliud punctum K propius puncto D , quam A , ut sit via DKN ducaturque KL , perpendicularis ad DA , AM perpendicularis ad AN , & KM parallela AN .

(1) Quoniam ergo viæ DKN partes sunt DK, KS, SN , respectiva verò viæ DAN partes DL, LA, AN ; patet tempus per DL esse bre-

brevius tempore per DK , item tempus per AN tempore per SN ,
per n. 3. §. 2.

(2) Est autem tempus motus per LA quoque minus tempo-
re per KS . Nam DAE inclinationis angulus est æqualis LKA ,
quia $DAE + DAK \propto$ recto, & $DAK + LKA \propto$ recto. per Eu-
clid. I. 32. item KAM est æqualis angulo refracto FAN , quia
 $FAN + MAF \propto$ recto MAN , & $KAM + MAF \propto$ recto KAF .
Ergo si AK sumatur pro radio, $AL. KM.$ seu Sinus ang. inclin. ad
sin. ang. refracti :: r. s. & tempus per LA æquale tempori per
 KM per n. 4. §. 2. Sed tempus per KM minus est tempore per
 KS , per n. 3. §. 2. Ergo & tempus per LA minus est tempore per KS .

Cum ergo demonstratum sit, singulas partes viæ DAN brevio-
ri tempore decurri, quam partes respectivas viæ DKN , atque adeo
totam quoque viam DAN citius peragrari quam totam DKN ,
nec ullum possit assignari punctum in linea QB , in quod inci-
dens lumen breviori tempore perveniat ad N , quam cum ten-
dit per A ; erit viæ DAN illa, quæ brevissimo tempore absolvi
potest. Vid. *Hugen. l. c. cap. 3. p. 40. 41.*

§. 17.

Admodum insignis est proprietas luminis, quam in præce-
denti demonstravimus paragrapho, quippe cum ex illa non so-
lum possit, conversa vice, ratio, quæ refractionis mensura est, de-
rivari, sed ipsa quoque manifeste arguat, non casu fieri omnia,
sed esse aliquod Numen sapientissimæ mentis, quo ita regatur
universi hujus machina, ut omnia fiant modis facillimis per-
aganturque motus ad certos ordinati fines, vel per lineas bre-
vissimas, vel saltem per eas, quæ brevissimo tempore percurri
possunt. Eam primus detexit Dominus *de Fermat*, in suprema
curia Tolosana quondam Senator, animadvertitq; ex illa refractionis
mensuram elici posse, rem omnem ad Problema sequens revo-
cando: *Data positione recta QB , separante media diversa, pun-*
ctisq; D & N , cum ratione, quam resistantia mediolorum inter se ha-
bent, invenire punctum A , ad quod si ducantur lineæ DA , AN , per
æas lumen perveniat a puncto illustrante D ad punctum illustrandum
 N , via omnium facillima, seu tempore brevissimo. (Vid. *Part. III.*

Fig. 1.

Epist. Cartes. 42. p. 143. ff.) Velsi ratio resistantiarum sit ut s ad r :
 Data positione recta QB separante media diversa punctisq; D &
 N , cum ratione resistantiarum in mediis diversis, ut s ad r , inveni-
 re punctum A , ad quod si ducantur lineæ DA , NA , summa rectan-
 gulorum DA in s , & AN in r , sit omnium possibilium minima.
 Quia enim temporum rationes in motu æquabili sunt compo-
 sitæ ex ratione spatiorum & ex ratione velocitatum reciproca :
 (*Vid. Galil. l. c. prop. V. p. 154.*) h. e. resistantiarum directæ, per $S. II.$
 erit tempus motus per DA ad tempus motus per AN , ut DA in
 s ad AN in r , totumque adeo tempus motus per DAN poterit
 designari per $DA, s + AN, r$.

§. 18.

Fig. 10.

Hujus tamen problematis solutionem, quam Anno jam 1657
 volutabat animo, non dedit Fermatius asymmetriis involutus, qua-
 rum notissima hodie sunt remedia. Anno vero 1662 demum,
 uti constat ex *Ep. 43. p. 147 ff. Part. III. Epist. Cartes.*, illud muta-
 vit in Problema facilius : Data diametro QB circuli descripti ex
 centro A , punctoq; D in circumferentia circuli, unde incidit ra-
 dius in punctum C lineæ QB , quæ medium superius minoris resi-
 stentia ab inferiori resistantia majoris dividit, nec non ipsa resi-
 stentiarum ratione, ut s ad r \propto HA (quæ datur ex dato puncto C),
 invenire punctum N , quo tendit radius refractus, vel quod perinde
 est lineam AK , ex cujus puncto K demissa perpendicularis KN
 punctum N definit. h. e. ut ex $S.$ præcedenti constat, Invenire
 aggregatum rectangulorum DA in s , & AN in r seu HA , quod
 sit omnium possibilium minimum : cujus solutionem eodem quo-
 que anno ad Dn. de la Chambre misit factam ope *Methodi suæ*
maximorum & minimorum, cujus fundamentum vid. in *Ep. Car-*
tes. 53. Part. III. p. 201. ff.

§. 19.

Ipsa supputatio (sumpta AC indefinite parva $\propto 0$, & ductis
 lineis DC , CN) in qua compendii gratia, omisimus omnes illos
 terminos, in quibus quantitas 0 ad duas pluresve dimensiones
 adscendit, sequentem in modum potest institui :

Sic

Sit $DA \propto AN \propto a$.
 $HA \propto r$.
 $AC \propto o$.
 $HC \propto r - o$
 $AK \propto x$

Erit DC quadr $\propto DA$ qv. $\mp AC$ qv. \mp
 $2 AC$, CH . per Euclid. II. 12.

h. e. $aa - 2ro$

& $DC \propto \sqrt{aa - 2ro}$

CN qvad. $\propto AN$ qv. $\mp AC$ qv. \mp
 $2 CA$, AK

h. e. $aa \mp 2xo$.

& $CN \propto \sqrt{aa \mp 2xo}$.

Quia igitur DA , $f \mp AN$, r est $\propto af \mp ar$

item DC , $f \mp CN$, $r \propto$

$f \sqrt{aa - 2ro} \mp r \sqrt{aa \mp 2xo}$, erit

secundum Methodum Fermatianam passim notam :

$af \mp ar \propto f \sqrt{aa - 2ro} \mp r \sqrt{aa \mp 2xo}$.

& quadrando elidendoque terminos homogeneos abutraque parte Aequationis :

$2aarsf \propto - 2rffo \mp 2rrxo \mp 2r\sqrt{a^4 - 2aaro} \mp 2aaxo$

Vel faciendo, ut radicalis quantitas sola consistat ex una parte Aequationis :

$2aarsf \mp 2rffo - 2rrxo \propto 2r\sqrt{a^4 - 2aaro} \mp 2aaxo$

Et denuo quadrando utramque partem & elidendo homogenea :

$8aarrsfo - 8aa^3sxo \propto - 4aa^2ffo \mp 8aarrsxo$

Vel :

$8aarrsfo \mp 4aa^2ffo \propto 8aarrsxo \mp 8aa^3sxo$

& dividendo per $8aarrfo$:

$ff \mp rf \propto sx \mp rx$

Tandemque dividendo per $f \mp r$:

$f \propto x. \propto AK$.

Quandoquidem igitur AK est æqualis f , ipsaque est sinus anguli refracti, HA vero $\propto r$ est sinus anguli inclinationis, erit HA . AK . :: r . f . seu sinus anguli inclinationis erit ad sinum anguli refracti, ut resistentia medii refractionis, ad resistentiam medii incidentie. Q. E. I.

§. 20.

Cæterum generale illud problema §. 17. facili admodum ratione resolvit omni doctrinæ genere inclutus *Leibnüzius*, metho- do usus, quam subtiliter invenit, *differentiali*. Hæc enim cum nullo quasi negotio *Tangentes* Curvarum exhibeat, facile quoq; transferri potest ad *maxima & minima* determinanda, quæ ad speciales casus *Tangentium* reducuntur a Geometris, ubi scilicet *Tangentes* subtangentialibus sunt parellelæ, sive *adplicata in puncto contingentia est ad subtangentialem*, ut o ad 1. Vid. *Act. Erud. A. 1682. p. 185. ff. & A. 1684. p. 469. ff.*

§. 21.

Fig. I.

Quodsi ergo tanti viri legamus vestigia, & ponamus in *Fig. I.* quia, datis punctis *D, N* & linea *QB*, dantur quoque lineæ *HK, DH, NK*;

$$HK \propto a$$

$$DH \propto b$$

$$NK \propto c$$

Resist. rat. s. ad *r.*

$$HA \propto x$$

$$\text{Erit } AK \propto a - x$$

$$DA \propto \sqrt{xx + bb}$$

vel compendio. \sqrt{u} .

cujus *differ.* est $x dx$

$$\sqrt{u}$$

$$AN \propto \sqrt{aa - 2ax + xx + cc}$$

vel compendio \sqrt{w}

cujus *differ.* $\propto -adx + xdx$

$$\sqrt{w}$$

Aggregatum vero reſtangulorum *DA* in *s*, & *AN* in *r* $\propto s\sqrt{u} + r\sqrt{w}$.

Fig. II.

Jam vero si concipiamus aggregata omnia possibilea re- ſtangulorum illorum æqualia esse quadratis adplicatarum *LO*, *lo*, ad curvam *KM*, *Fig. II.* dum ejus puncta referuntur ad re- ctam *No*, in qua abscissæ $\propto x$, adplicatæ $\propto y$, minimumque pro- inde aggregatum esse æquale quadratæ adplicatæ minimæ *lo* $\propto yy$, cujus *differ.* $2ydy$, Aequatio sequens exprimet hujus curvæ naturam:

$$yy \propto s\sqrt{u} + r\sqrt{w}$$

quæ

quæ mutata in differentialem :

$$2ydy \propto \frac{fx dx - r dx}{\sqrt{u}} \mp \frac{r x dx}{\sqrt{w}}$$

& resoluta in analogiam ostendit rationem generalem, omnesque adeo speciales quoque casus comprehendentem, quam habet applicata LO ad subtangentialem OP :

$$dy \cdot dx :: \frac{fx - ar}{\sqrt{u}} \mp \frac{rx}{\sqrt{w}} :: LO : OP.$$

Sed quoniam per §.20. in casu minima, $LO : OP :: 0.1$, erit :

$$0.1. :: \frac{fx - ar}{\sqrt{u}} \mp \frac{rx}{\sqrt{w}}$$

& Analogiâ conversa in Aequationem :

$$\frac{fx - ar}{\sqrt{u}} \mp \frac{rx}{\sqrt{w}} \propto 0$$

positaque $DA \propto AN$, quia non variatur refracti anguli sinus, quæcunque fuerit longitudo refracti radii AN .

$$\frac{fx - ar}{\sqrt{u}} \mp \frac{rx}{\sqrt{w}} \propto 0$$

vel multiplicandô per \sqrt{u} , & transponendo :

$$fx \propto ar - rx$$

Unde Aequationem convertendo in Analogiam erit :

$$x. a - x ::$$

$$h. e. HA. AK :: r. f.$$

Seu sinus inclinationis erit ad sinum anguli refracti in ratione celeritatum directa, vel reciproca resistentiarum :

Idem quoque efficies si, quoniam in casu minima y neque crescit nec minuitur, ejusque pariter ac potestatum differentialis est $\propto 0$, pro Aequatione differentiali superiori ponas :

$$0 \propto \frac{fx dx - ar dx}{\sqrt{u}} \mp \frac{r x dx}{\sqrt{w}}$$

facta enim transpositione, & divisione per dx , erit :

$$0 \propto \frac{fx - ar}{\sqrt{u}} \mp \frac{rx}{\sqrt{w}}$$

Quæ Aequatio reducitur, ut antea factum.

Tandem quia, $fx \propto ar - rx$

C

vel,

vel, $fx + rx \propto ar$
 erit, $x \propto ar \propto HA$
 $\frac{r + f}{r + f}$

& $a - x \propto AK \propto af$
 $\frac{r + f}{r + f}$

§. 22.

Porro ex cognita refractionis mensura determinari quoque possunt *linea Optica* seu curvæ, quæ radios vel parallelos, vel ad certum punctum convergentes, aut ab eodem divergentes, ita refringunt, ut omnes confluant in punctum datum. Vid. *Abraham de Graaf Beginselen van de Algebra of Stelkonst P. VI. probl. 52. Cartes. Dioptric. cap. VIII. p. 107. ff. It. Geometr. Lib II. p. 50. ff. Schooten in Commentar. p. 272. Newton. Princip. Math. Phil. nat. lib. 1. prop. 97. 98. p. 232. ff. Leibniz. in Act. Erudit. 1689. p. 37. ff. Jacob. Gregorius in Optica promota prop. 13. seqq. p. 22. ff.* Quæ disquisitio usum habet non contemnendum ad inveniendas figuras, quas pellucida corpora requirunt, ad radios detorquendos omnibus modis, qui visioni inservire possunt. Docuit autem facillimam hujus quoque Problematis constructionem sæpius laudatus nobis *Hugenius*, quæque ad calculum non difficulter revocari possit, dum ostendit, dato puncto illustrante, vertice curvæ, & puncto illustrando in eadem rectâ, *querendam semper curvam hujusmodi, ut omnes radii a puncto illustrante incidentes in curvam, eodem perveniant tempore ad punctum illustrandum.* Vid. l. c. cap. VI. p. 101. ff.

§. 23.

Prop. X. Quo posito, ut faciliora confectemur, si in *linea ABC axe curvæ datum sit punctum B vertex Curvæ, C punctum concursus radiorum axi parallele in curvam incidentium, nec non mensura refractionis r ad f* (ita ut r sit major quam f in fig. 12. , minor in fig. 13.) radio quocunque Cb, minori tamen quam CB, si convexitas spectare debet punctum C, ut in fig. 12. sed majori, si respicere debet punctum A, ut in fig. 13, ex centro C fiat arcus Gb secans axem in G. Deinde sit $f. r. :: BG. BD$, & ex D erigatur ad axem perpendicularis, secans arcum Gb in puncto b. Erit punctum b in Curvæ peripheria, quæ ita detorquet radios, ut omnes axi parallele incidentes concurrant in C. Nam

Nam ducta Aa perpendiculari ad axem, nec nō Bb , in *fig. 12*, tempus motus per AB est ∞ tempori motus per ae ; item tempus per Cb est æquale tempori per GC ; per *n. 3. §. 2.* Et quia eb ∞ BD , BD autem est ad BG :: *r. f. per constructionem.* Ergo $eb.BG$:: *r. f.* atque ideo tempus per eb est æquale tempori per BG , per *n. 4. §. 2.* tandemque tempus per totam $aebC$ ∞ tempori per ABC .

Fig. 12.

Eodem modo, si in *fig. 13.* ex centro C descriptus sit arcus BE , tempus motus per AD est æquale tempori motus per ab , item tempus per BC ∞ tempori per eC , per *n. 3. §. 2.* Denique tempus per DB ∞ tempori per be , quia enim be ∞ GB , & per constructionem $BD. GB$:: *r. f.*; est quoque $BD. be$:: *r. f.* Vid. *n. 4. §. 2.* Ergo tempus per totam ADC ∞ tempori per totam $abeC$.

Fig. 13.

§. 24.

Prop. XI *Ellipsis BbH, in qua axis transversus BH est ad distantiam focorum FC, ut sinus anguli inclinationis in aere, ad sinum anguli refracti in vitro, ita refringit radios axi parallele incidentes, ut in alterum Ellipseos focus C concurrant.*

Fig. 12.

Sit enim

$$\text{Erit: } f.r :: x. \frac{fx}{r} \propto BG$$

$$BC \propto a$$

$$BD \propto x$$

$$Db \propto y$$

$$DC \propto a - x$$

$$DC \text{ qv. } + bD \text{ qv. } \propto bC \text{ qv. } \propto CG \text{ qv.}$$

$$\text{h. e. } aa - 2ax + xx + yy$$

$$CG \propto \sqrt{aa - 2ax + xx + yy}$$

$$BG + CG + \frac{fx}{r} + \sqrt{aa - 2ax + xx + yy}$$

$$\text{Ergo: } \frac{fx + \sqrt{aa - 2ax + xx + yy}}{r} \propto a$$

Vel transponendo & redigendo a ad fractionem:

$$\sqrt{aa - 2ax + xx + yy} \propto \frac{ar - fx}{r}$$

Et quadrando;

$$aa - 2ax + xx + yy \propto \frac{aarr + ffx - 2arfx}{r}$$

h. e. multipl. per rr & elid. homog.

$$-2axrr + xxrr + yyrr \propto ffx - 2arfx$$

C 2

& trans-

& transponendo:

$$yy \ rr \ \infty - rrx \ \mp \ 2arrx$$

$$\mp \ \text{ff} \ - 2arf$$

Tandemque per rr dividendo:

$$yy \ \infty - xx \ \mp \ \frac{\text{ff}xx}{rr} \quad \mp \ \frac{2ax - 2afx}{r}$$

Quæ Aequatio est ad Ellipsin, ut ex doctrina de locis constat.

Ut autem inveniamus, cujus speciei sit Ellipsis, ponatur re-
fractionis ex aëre in vitrum mensura, seu r ad f , ut $14.$ ad 9 : & erit

$$yy \ \infty - \frac{115}{196} \ xx \ \mp \ \frac{5}{7} \ ax, \text{ atque comparerur hæc Aequatio cum } \mathcal{A}$$

quatione characteristica Ellipseos, quæ si p parametrum, q latus
transversum notet, est $yy \ \infty - \frac{p}{q} \ xx \ \mp \ px.$

Ita enim fiet: $p \ \infty \ \frac{5}{7} \ a$, & $p \ \infty \ \frac{115}{196}$; q vero $\infty \ \frac{196}{161} \ a.$ Et quo-

niam ut ex Conicis patet, (Vid. *Gerard Kinckhuysen in de Grondt
der Meetkonst. p. 24.*) in Ellipsi Quadratum distantiae focorum,
est æquale differentiae quadrati lateris transversi & rectanguli ex
latere transverso & parametro, h. e. $qq - pq.$, & ideo ipsum
est ad quadratum lateris transversi, ut $qq - pq$ ad qq , seu $q-p$
ad q ; erit quoque nostro in casu, quadratum distantiae focorum
ad lateris transversi quadratum, ut $\frac{81}{161} \ a$ ad $\frac{196}{161} \ a$, seu 81 ad

196 ; ipsaque tandem distantia focorum ad latus transversum, ut
 $9.$ ad $14.$ Si ergo sit in *Fig. 12.* $BC \ \infty \ a$, erit latus transversum
 $BH \ \infty \ \frac{196}{161} \ a$, ejusque parameter $\infty \ \frac{5}{7} \ a$, distantia vero focorum

FC ad latus transversum BH , ut 9 ad $14.$ Ex quibus datis facile
Ellipsis quæsitæ describi potest.

§. 25.

Fig. 13.

Prop. XII. Hyperbola bB , cujus latus transversum BH est ad
focorum distantiam FC , ut sinus anguli inclinationis in vitro, ad
sinum anguli refracti in aëre, refringit radios axi parallele inciden-
tes in C focum hyperbolæ oppositæ. Sit

Sit enim in *fig. 13.*

$$BC \propto a \quad Db \propto y$$

$$BD \propto x \quad DC \propto a - x$$

erit: $bDqv \mp DCq \propto bCqv.$

$$\text{h. e. } yy \mp aa \mp 2ax \mp xx.$$

$$\& BC \propto \sqrt{yy \mp aa \mp 2ax \mp xx.}$$

$$\text{item } r. f. :: x. \frac{fx}{r} \propto BG$$

Quocirca erit $\frac{GC - GB}{BC} \propto BC$

$$\text{h. e. } \sqrt{yy \mp aa \mp 2ax \mp xx} - \frac{fx}{r} \propto a$$

Cujus Aequationis reductio si fiat eodem modo, quo in precedenti paragrapho, erit tandem:

$$yy \propto \frac{xx - xx - 2ax \mp 2afx}{r}$$

Qua Aequatio est ad Hyperbolam, quia $\frac{xx - xx}{r}$ est terminus affirmativus.

Ut autem hæc Aequatio numeris explicetur, & Hyperbolæ determinetur species, sit jam siuus inclinationis in vitro ad sinum anguli refracti in aere, ut 2 ad 3, erit

$$yy \propto \frac{5}{4} xx \mp ax.$$

& comparatione facta cum Aequatione characteristicâ Hyperbolæ:

$$yy \propto \frac{p}{q} xx \mp px$$

erit $p \propto a \propto BC \propto$ parametro Hyperbolæ.

$$\& \frac{p}{q} \propto \frac{5}{4} \text{ h. e. } 5.4 :: p.q.$$

$$\frac{q}{4} :: a. \frac{4}{5} a \propto BA.$$

seu axi transverso Hyperbolæ. Tandem quia quadratum distantiae focorum est ad quadratum lateris transversi, ut $q \mp p$ ad q . (Vid. *Kinckhuys. l. c. p. 54.*) erit

$$\text{Quadr. } FC. \text{ Quadr. } BH :: \frac{2}{5} a. \frac{4}{5} a :: 9.4.$$

$$\text{Ergo } FC. BH :: 3.2.$$

Supposuimus in proxime præcedentibus propositionibus *radios omnes* ita refringi, ut sinus inclinationis in aëre ad sinum anguli refracti in vitro, sit ut 3 ad 2, vel ut 14 ad 9. Verum etsi hanc sequuntur mensuram radii, cum plures simul incidunt, inter extremos medii, ad quos in dimetiendarum refractionum experimentis respici vulgo solet; revera tamen, quando congeries aliqua radiorum in diaphanum illabatur, *extremorum radiorum alii magis, alii minus refringuntur, quam in ratione 3 ad 2;* ita tamen, ut semper quoque in quavis inclinatione inter sinum anguli inclinati, & sinum anguli refracti eadem ratio servetur. *juxta §. 6. Quæ diversitas refractionis non sinit, ut radii paralleli omnes vitris ellipticis & hyperbolicis, si vel maxime parari possent, excepti in unum punctum concurrant.* Eam primus detexit *Isaacus Newton, Matheseos Professor Cantabrigiensis, primumque in Philosophicis Transactionibus Anglicanis Ann. 1671. N. 80. p. 3075. publice proposuit variisque deinde aliis in locis. v. g. p. 4091. 5006. 5084. 6087. et. N. 128. Ann. 1676. pag. 698. explicavit latius, & defendit.* Cum enim vulgatum illud experimentum projiciendi per vitreum prisma, cujus angulus verticalis erat $\frac{65}{12}$ in planum camerae obscuræ distans a prismate 22. ped., imaginem solis, iridis coloribus affectam, factâ foraminis diametro $\frac{1}{4}$ dig. tentaret; præter opinionem hoc illi accidit, quod non circulo vidit terminatam, sed forma oblonga, ita ut diameter imaginis maxima, secundum quam series colorum disponitur, esset $1\frac{1}{4}$ dig., minima vero $2\frac{5}{8}$ dig. Rationibus ergo cum cura subductis, deprehendit hoc phænomenon nequaquam conciliari posse cum recepta sententia de æquali radiorum refrangibilitate,

tate,

tate, sed omnino, quando *aquales sunt inclinationes, diversas esse refractiones*, quæ distrahant ita radios, ut diameter altera imaginis solaris in tantam excreseat longitudinem.

§. 27.

Occasionem etiam idem ingeniosissimus Vir hinc sumsit condendi *novam theoriam Luminis & Colorum*, ejus hæc est summa :

(1) Lumen solare consistere ex radiis heterogeneis, seu inter se indefinitis refrangibilitatis gradibus differentibus.

(2) Radios certis gradibus refrangibilitatis præditos, quando à reliquis secernuntur, aptos esse ad certos quosdam & sibi velut proprios, exhibendos colores; v. g. *minime omnium refrangibiles coccineum, maxime vero refrangibiles saturum violaceum, &c.*, & tot esse colores simplices sive primitivos, quot sunt gradus refrangibilitatis.

(3) Illam affectionem radiorum non posse mutari refractione & reflexione, quocunque modo facta, aut concursu, quo plures radii heterogenei, ad compositum aliquem colorem gignendum, confluunt.

(4) Radiorum omni colorum varietate præditorum miscelam lumen producere solari simillimum, ipsamque albedinem.

(5) Quando solate lumen refractum in prismatico, &c. colores exhibet, hos non gigni per refractionem, sed solum radios homogeneos ab heterogeneis separari, ut colores sibi proprios offerre possint.

(6) Corporum naturalium colores ex eo oriri, quod eorum superficies ita est modificata, ut radiorum certi cujusdam generis majorem copiam reflectat, quam generum reliquorum.

§. 28.

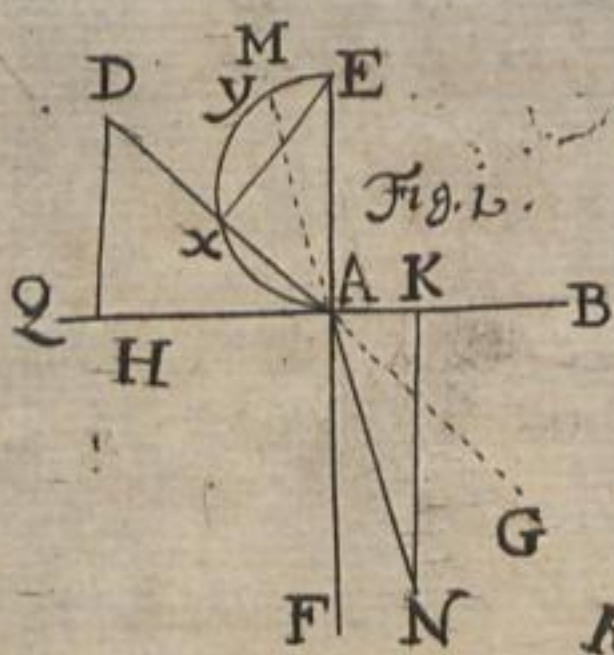


Fig. 1.

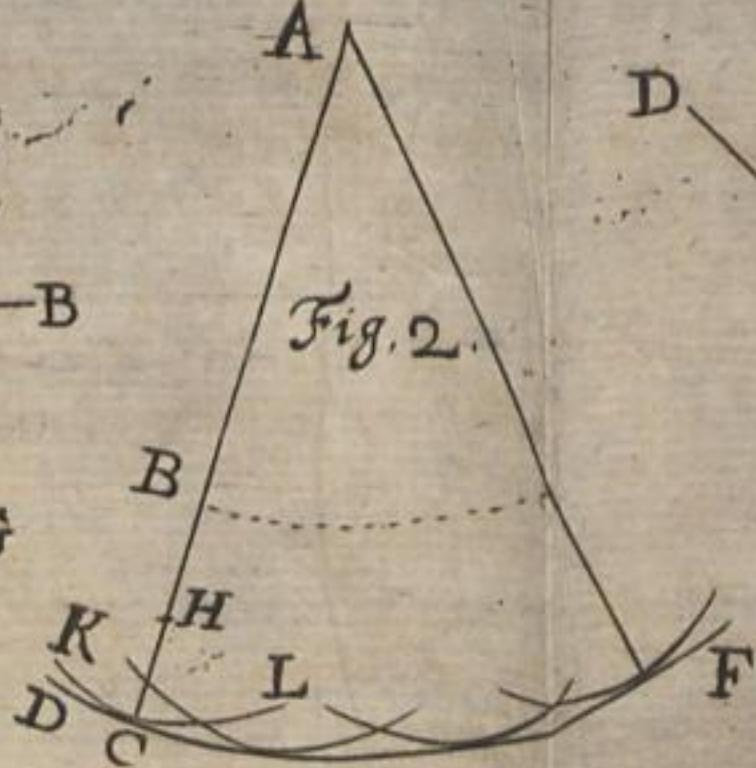


Fig. 2.



Fig. 3.

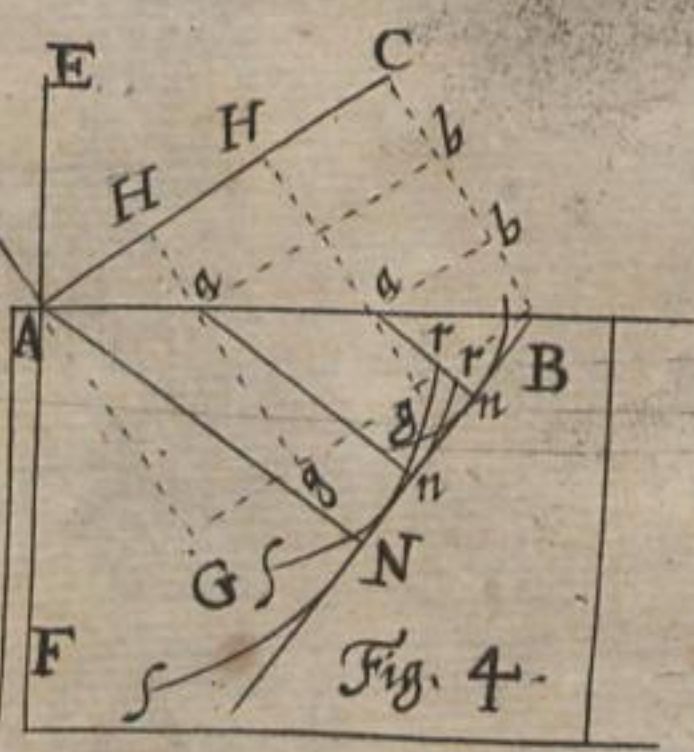


Fig. 4.

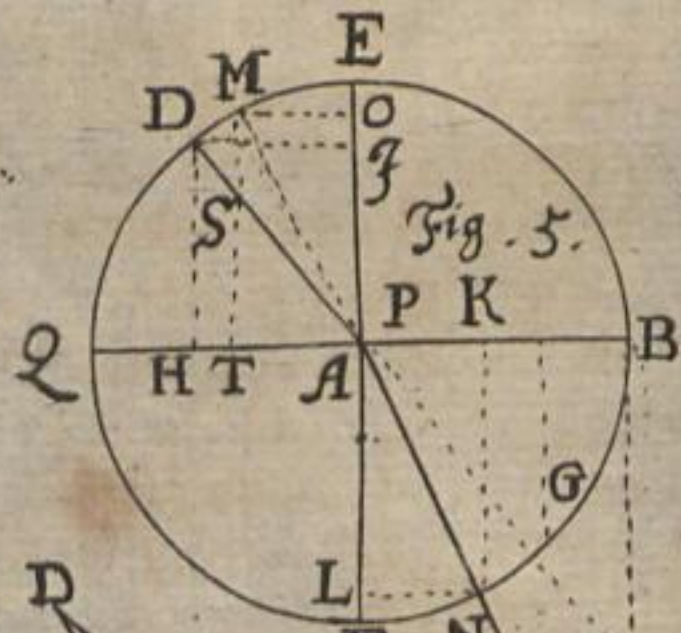


Fig. 5.

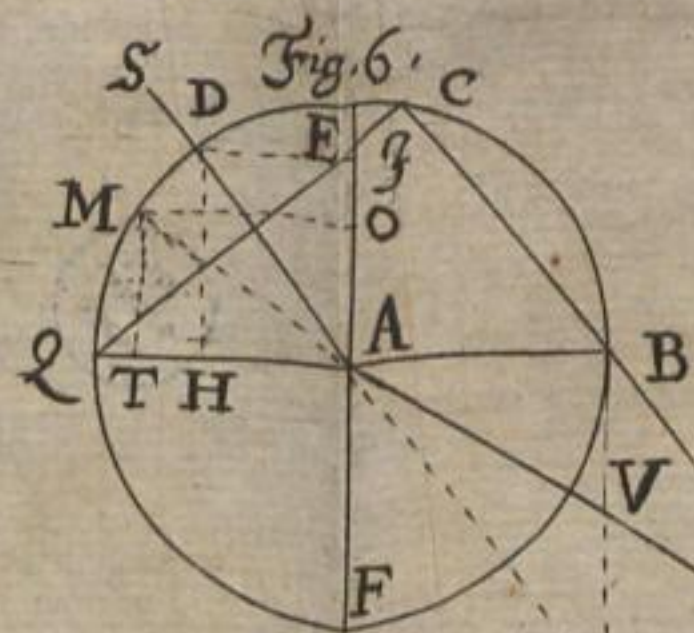


Fig. 6.

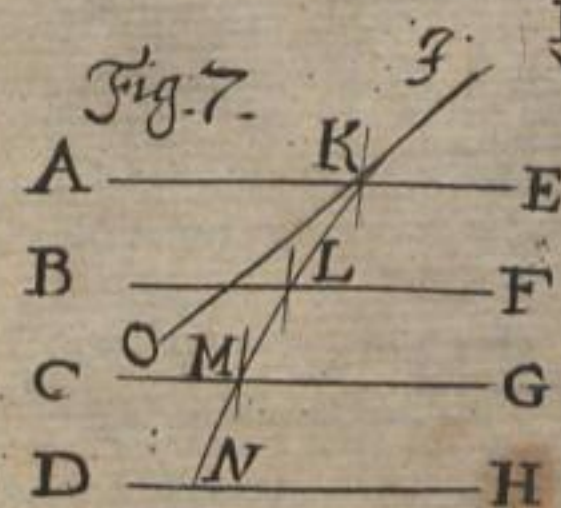


Fig. 7.

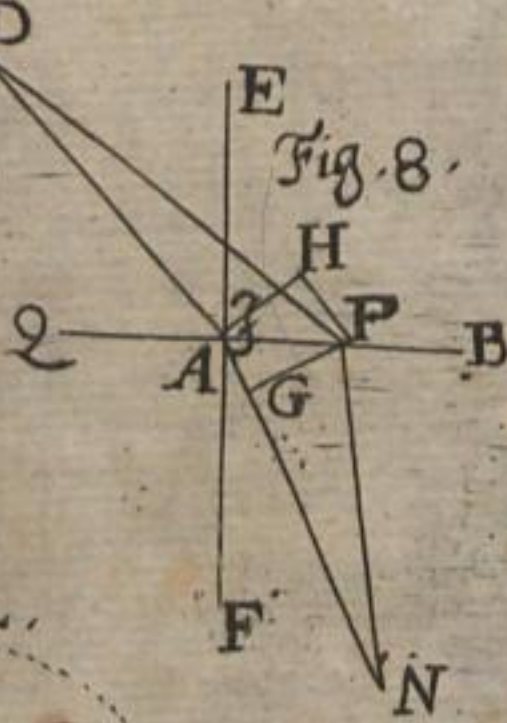


Fig. 8.

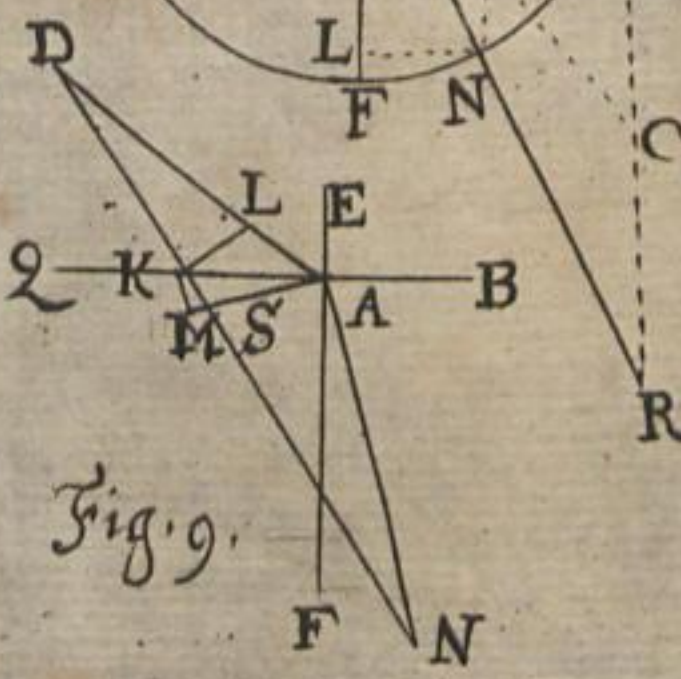


Fig. 9.



Fig. 10.



Fig. 11.



Fig. 12.

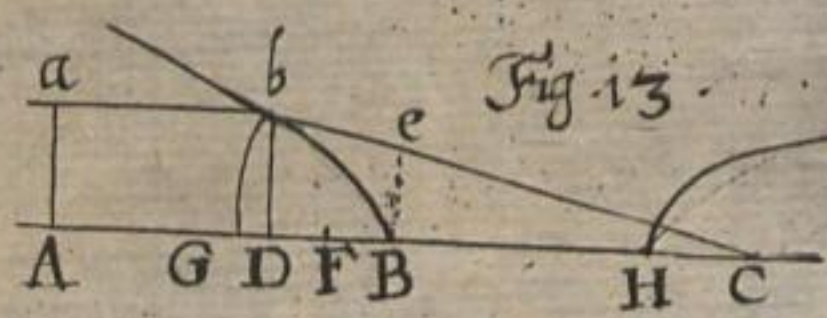
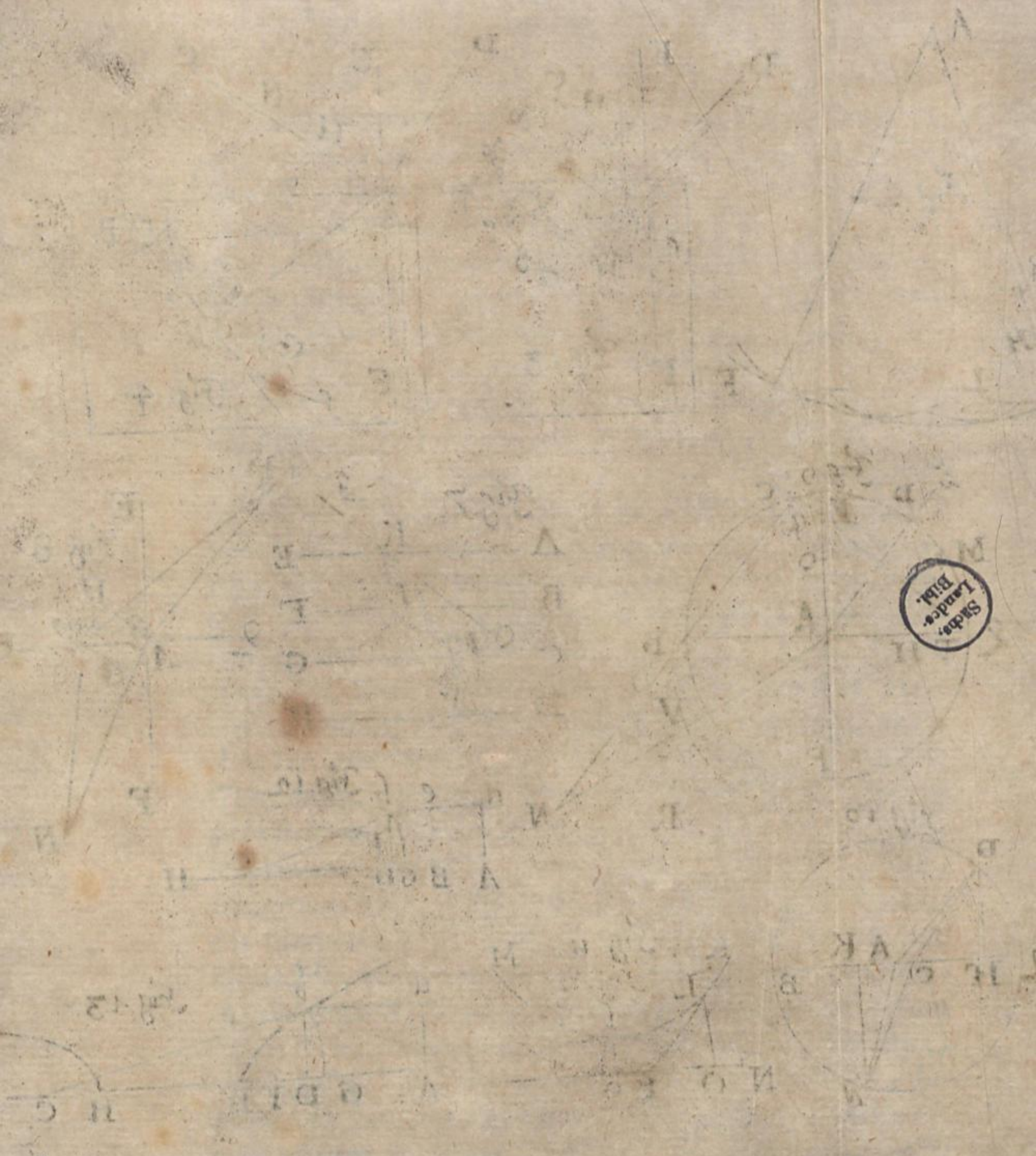


Fig. 13.



Quamvis autem non levibus hæc Theoria sit obnoxia objectionibus, & doctissimus Abbas *Mariottus*, *Academia Regia scientiarum in Gallia socius*, in *Tentamine IV. Physico de natura colorum*, edito *Paris. 1681.* experimentum retulerit, quo evidens fit, eandem luminis partem, diversa ratione per refractiones modificatam, diversos referre colores; ipsa tamen de diversa radiorum refrangibilitate assertio sibi constat, & inconcussa manet, eamque pluribus experimentis confirmavit, Trigonometrico calculo adjecto, idem *Mariottus libr. cit. p. 121. - 188.* ubi radios luminis contendit cum aqua ex fistula hydraulica profiliante, cujus omnes partes eandem licet habeant directionem, extremæ tamen à mediis satis sensibilibiter distrahuntur.

FINIS.



Opt. 1646