Es ist auch

$$\Delta\, ORQ \cong \Delta\, OHK,$$
$$\Delta\, OR_1Q \cong \Delta\, OH_1K_1 \text{ und}$$
$$\Delta\, OR_2Q \cong \Delta\, OH_2K_2,$$

denn man hat

$$\begin{array}{c} OQ = OH \\ ROQ = KHO \\ ORQ = OKH \\ \hline \Delta\, ORQ \cong \Delta\, OHK. \end{array}$$

In derselben Weise kann die Congruenz der beiden anderen Paare von Dreiecken bewiesen werden.

Daraus folgt $OR = HK$, $OR_1 = H_1K_1$ und $OR_2 = H_2K_2$ und $\overline{HK}^2 + \overline{H_1K_1}^2 + \overline{H_2K_2}^2 = 1$. Wenn man demnach auf den drei Coordinatenaxen vom Ursprung aus drei der Einheit gleiche Längen $OH = OH_1 = OH_2$ aufträgt und dieselben auf eine durch den Ursprung des Coordinatensystems gehende Ebene projicirt, so ist die Summe der Quadrate der Linien HK, H_1K_1 und H_2K_2, welche die Endpunkte H, H_1 und H_2 von jenen Längen projiciren, gleich der Einheit. Verbindet man mit dieser Beziehung $\overline{HK}^2 + \overline{H_1K_1}^2 + \overline{H_2K_2}^2 = 1$ die Gleichungen

$$\overline{OK}^2 + \overline{HK}^2 = 1,$$
$$\overline{OK_1}^2 + \overline{H_1K_1}^2 = 1 \text{ und}$$
$$\overline{OK_2}^2 + \overline{H_2K_2}^2 = 1,$$

so erhält man die neue Relation

$$\overline{OK}^2 + \overline{OK_1}^2 + \overline{OK_2}^2 = 2.$$

Wenn man daher auf den Coordinatenaxen drei der Einheit gleiche Längen annimmt, so ist die Summe der Quadrate der Projectionen derselben stets gleich zwei. Wenn nun das Verhältniß dieser Projectionen OK, OK_1 und OK_2 durch die beliebigen Zahlen m, n und p gegeben ist, so lassen sich aus den Bedingungsgleichungen

$$\overline{OK}^2 + \overline{OK_1}^2 + \overline{OK_2}^2 = 2 \text{ und}$$
$$OK : OK_1 : OK_2 = m : n : p$$

die Projectionen OK, OK_1 und OK_2 leicht berechnen, und zwar findet man