Der 20. Satz.

Wenn drey Zahlen, A, B, C, proportionirt sind: so ist das Product aus den äusersten, A.C, der Quadratzahl der mittelsten, B^2, gleich. Und wenn das Product aus den äusersten, A.C, der Quadratzahl der mittelsten, B^2, gleich ist: so sind solche drey Zahlen, A, B, C, proportionirt.

Erster Theil.

Wenn $A:B = B:C$. Es sey $B = D$. Folglich ist $A:B = D:C$. folglich (7, 19. S.) $A.C = B.D$. Nun ist $B = D$. Folglich ist $A.C = B^2$.

A 9 B 6 C 4

D 6

Zweyter Theil.

Wenn $A.C = B^2$. Es sey $B^2 = B.D$. Folglich ist $A.C = B.D$, folglich (7, 19. S.) $A:B = D:C$. Nun ist $D = B$. Folglich ist $A:B = B:C$.

Der 21. Satz.

Wenn eine Verhältniß in den kleinsten Zahlen, AB, CD, gegeben ist: so sind dieselben in andern Zahlen, welche eben dieselbe Verhältniß haben, E, F, gleichvielmal enthalten; die grössere, AB, nämlich in der grössern, E, und die kleinere, CD, in der kleinern, F.

Es ist (7, 4. S.) AB von E entweder ein Theil, oder ein vielfacher Theil. Wäre das letztre, so ist (7, 20. Def.) AB von E ein solcher vielfacher Theil, als CD von F. Gesetzt es wären AG, GB, die Theile der E in AB, und CH, HD, die Theile der F in CD, so müsten der letzten so viel, als der ersten seyn, auch wären die ersten einander gleich, und so auch die letzten, folglich $AG:CH = GB:HD$, folglich (7, 12. S.) $AG:CH = AB:CD$, folglich wären noch kleinere Zahlen AG, CH, in der gegebnen Verhältniß, welches unmöglich, weil AB, CD, die kleinsten sind. Demnach ist AB nicht ein vielfacher Theil, sondern ein Theil von E, folglich (7, 20. Def.) AB von E ein solcher Theil, als CD von F, das ist, AB in E so vielmal enthalten, als CD in F.

A 3 G 2 B

C 2 H 1 D

E 10

F 6

Der