

So vielmals B in A enthalten, so viel Einheiten seyen in C. Nun ist die Einheit D in C auch so vielmal enthalten, als in C Einheiten sind. Folglich ist D in C so vielmal, als B in A, folglich (7, 15. S.) verwechselt, D in B so vielmal, als C in A. Nun ist D ein der B gleichnamiger Theil von B. Folglich ist auch C ein der B gleichnamiger Theil von A.

A $\frac{1}{2}$ B 3C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{2}$

Der 40. Satz.

Jede Zahl, A, wird von der, jedem ihrer Theile, B, gleichnamigen Zahl, C, gemessen.

Da B ein der C gleichnamiger Theil von A, und die Einheit D auch ein der C gleichnamiger Theil von C ist, so ist D in C so vielmal, als B in A, folglich (7, 15. S.) verwechselt D in B so vielmal, als C in A, folglich wird A von C gemessen.

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{2}$

Der 41. Satz.

Eine Zahl zu finden, welche unter allen Zahlen, so die gegebenen Theile, A, B, C, haben, die kleinste seyn.

Es seyen die Zahlen, D, E, F, den gegebenen Theilen, A, B, C, gleichnamig. Auch sey G die solchen Zahlen, D, E, F, messbare kleinste Zahl. Da G von D, E, F, gemessen wird, so hat sie (7, 39. S.) solchen messenden Zahlen gleichnamige Theile. Diese sind A, B, C. Folglich hat G die gegebenen Theile, A, B, C. Sie ist aber auch die kleinste. Denn wär eine kleinere, H, welche die Theile A, B, C, hätte, so würde (7, 40. S.) solche von Zahlen, die ihren Theilen gleichnamig sind, das ist, von D, E, F, gemessen, welches unmöglich, weil $H < G$, und G schon die den Zahlen D, E, F, messbare kleinste Zahl ist.

A $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ E 3C $\frac{1}{4}$ F 4G $\frac{1}{12}$ H —

Euclids