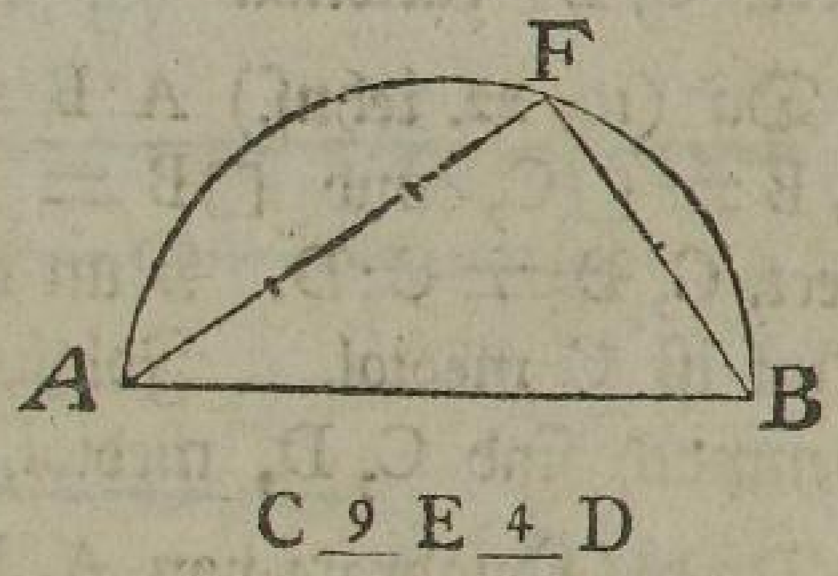
Folglich ist (10, 6. S.) □AB ∩ □AF, und, weil AB rational, AF auch rational, aber (10, 9. S.) AB ∪ AF. Demnach sind AB, AF, rational, nur in Quadrat commensurabel.

Da DC : CE = □AB : □AF, so ist (5, 19. und 1, 47. S.) zurückkehrend DC : DE = □AB : □BF. Nun sind CD, DE, Quadratzahlen. Folglich ist (10, 9. S.) AB ∩ BF. Nun ist (1, 47. S.) □AB = □AF + □BF, und daher □AB − □AF = □BF. Demnach ist das Gesuchte gefunden.

Der 31. Satz.

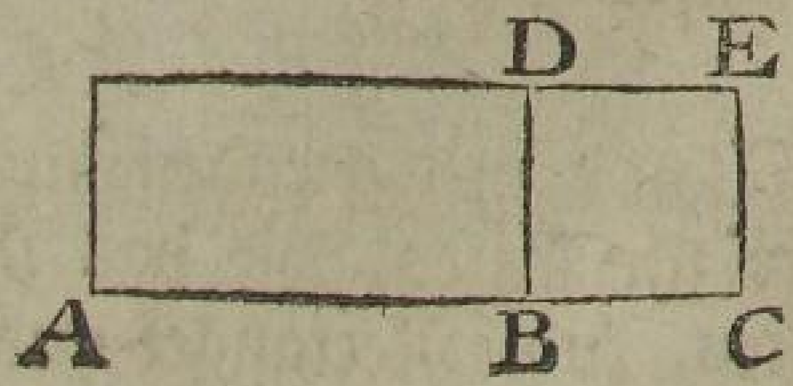
Zwey rationale nur in Quadrat commensurable Linien zu finden, so daß der Unterschied ihrer Quadrate, das Quadrat einer mit der grössern in Länge incommensurabeln Linie sey.



Es sey die Rationale AB, und zwey Quadratzahlen CE, ED, deren Summe CD, keine Quadratzahl sey. Ueber AB beschreibe den halben Cirkel AFB, mache (10, 6. Zus.) DC : CE = □AB : □AF, und ziehe FB, so wird, wie vorher, bewiesen, daß AB, AF, rational, nur in Quadrat commensurabel. Nun ist zurückkehrend DC : DE = □AB : □FB, und DC, DE, keine Quadratzahlen, folglich (10, 9. S.) AB ∪ FB. Demnach ist das Gesuchte gefunden.

Lehnsatz.

Von zweyen geraden Linien, AB, BC, verhält sich die grössere zur kleinern, wie das Rectangel aus beyden, zum Quadrat der kleinern, oder, AB : BC = Rect. ABBC : □BC.



Von BC mache das Quadrat BDEC, und vollende das Parallelogramm, AD, so ist (6, 1. S.) offenbar AB : BC = AD : DC = Rect. ABBC : □BC.