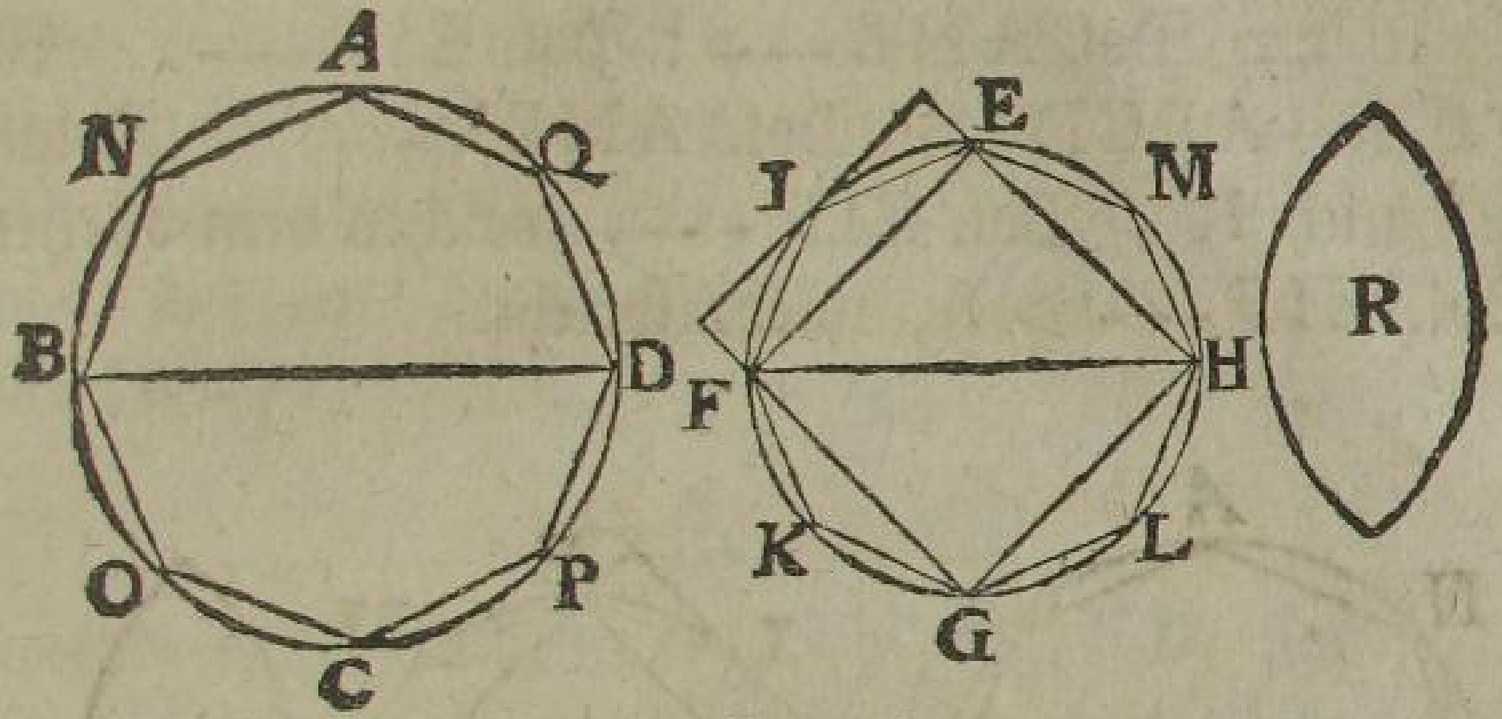
Wäre nicht $\square$BD : $\square$FH = Cirk. ABCD : Cirk. EFGH, so sey $\square$BD : $\square$FH = Cirk. ABCD : R, so daß R entweder grösser, oder kleiner als der Cirk. EFGH.



Erster Fall.

Es sey $\square$BD : $\square$FH = Cirk. ABCD : R, so daß $R <$ Cirk. EFGH, oder daß Cirk. EFGH $= R + X$.

Beschreibe in den Cirk. EFGH, das Quadrat EG, welches aus den beyden Triangeln, EFH, GFH, besteht, und (1, 41. S.) der Hälfte des Quadrats gleich ist, welches um den Cirkel beschrieben wird, indem man durch E, F, G, H, Tangenten ziehet. Nun ist das äussere Quadrat grösser als der Cirkel, folglich seine Hälfte, das ist, das innere Quadrat EG, grösser als die Hälfte des Cirkels.

Halbire die Bogen, EF, FG, GH, HE, in den Punkten, I, K, L, M, und ziehe die geraden Linien, EI, IF, FK, KG, GL, LH, HM, ME: so ist jeder der daher entstehenden Triangel, wie $\triangle$IFE, grösser als die Hälfte seines Segments, FIE. Denn, wenn durch I eine Tangente gezogen, und das Parallelogramm, EF, vollendet wird, so ist dasselbe grösser, als das Segment, FIE, folglich seine Hälfte, das ist, (1, 41. S.) der $\triangle$IFE, grösser als die Hälfte des Segments.

Da nun eben dieses von allen Triangeln gilt, welche entstehen, wenn man mit den Halbirungen der Bogen fortfährt, folglich auf diese Art vom Cirk. EFGH, mehr als die Hälfte weggenommen wird, und vom Reste mehr als die Hälfte, und immer so fort; so bleiben zuletzt Segmente, etwa EI, IF, FK, u. s. w. übrig, welche (10, 1. S.) zusammen kleiner sind, als jede Grösse, X. Nun war Cirk. EFGH $= R + X$. Folglich ist das Polygon EIFKGLHM $> R$.

Beschreibe