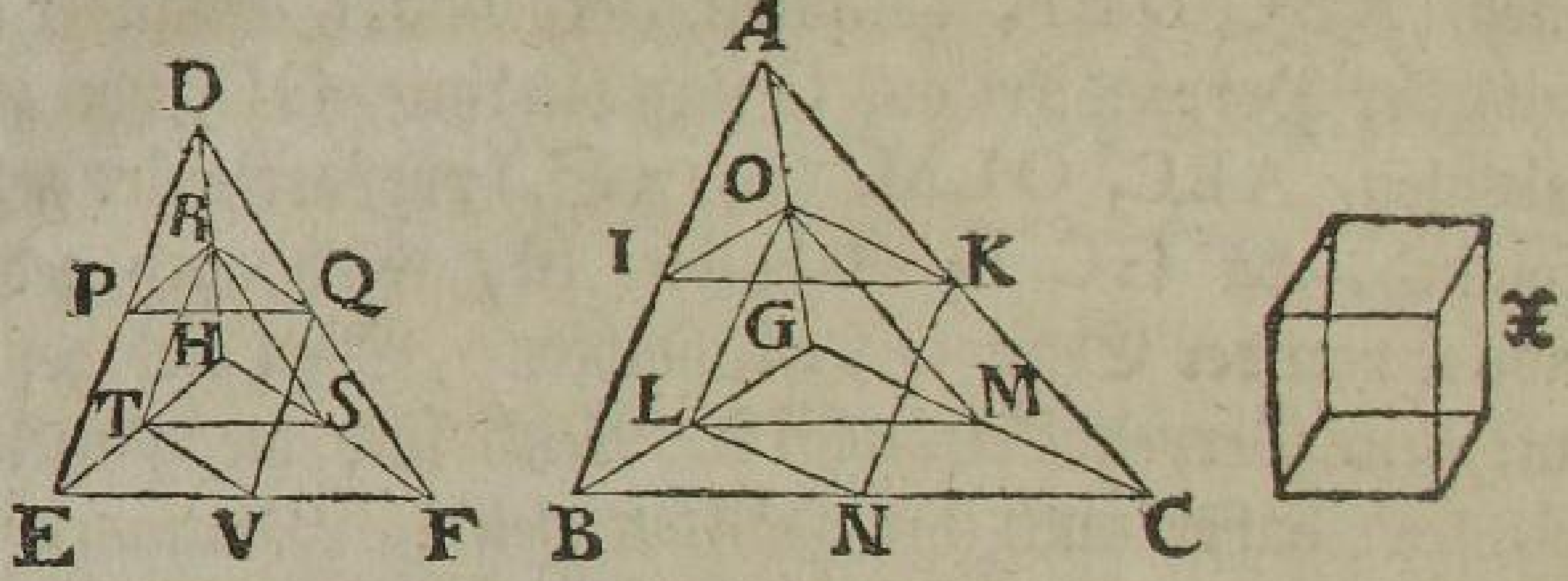
Der 5. Satz.

Dreyeckige Pyramiden von gleicher Höhe, ABCG, DEFH, verhalten sich wie ihre Grundflächen, ABC, DEF.

Wäre nicht △ ABC : △ DEF = Pyr. ABCG : Pyr. DEFH, so sey △ ABC : △ DEF = Pyr. ABCG : X, so daß X entweder grösser, oder kleiner als Pyr. DEFH.



Erster Fall.

Es sey △ ABC : △ DEF = Pyr. ABCG : X, so daß X < Pyr. DEFH, oder daß Pyr. DEFH = X + R.

Theile (12, 3. S.) die Pyr. DEFH, in ihre Pyramiden und Prismata, und die daher entstehenden kleinern Pyramiden wieder auf eben die Art, und so immer fort: so bekomst du zuletzt Pyramiden, welche (10, 1. S.) kleiner sind als jede Grösse, R. Nun war Pyr. DEFH = X + R. Folglich sind die Prismata der Pyr. DEFH > X.

Wird nun die andre Pyramide, ABCG, auf eben die Art und in eben so viel Theile getheilt, so verhalten sich (12, 4. S.) die Prismata der Pyr. ABCG, zu den Prismatibus der Pyr. DEFH, wie △ ABC, zum △ DEF, das ist, nach der angenommenen Proportion, wie Pyr. ABCG : X. Nun sind die Prismata der Pyr. ABCG, offenbar < Pyr. ABCG. Folglich sind (5, 14. S.) auch die Prismata der Pyr. DEFH < X, welches dem vorherbewiesenen Prismata der Pyr. DEFH > X, wiederspricht.

Demnach ist es unmöglich, daß △ ABC : △ DEF = Pyr. ABCG : X, weil X < Pyr. DEFH. Aus eben den Gründen aber ist es auch unmöglich, daß △ DEF : △ ABC = Pyr. DEFH : Z, wenn Z < Pyr. ABCG.

Zweyter