Ein andrer Beweis, daß AZ > AG. Auf AG errichte in G den Perpendikel, GK, und ziehe AK. Theile den Bogen, BE, durch fortgesetzte Halbirungen, bis endlich ein Stück, etwa BI, übrig bleibt, welches (10, 1. S.) kleiner ist als ein Bogen, dessen Sehne GK wäre. Folglich wäre auch die Sehne BI < GK. Nun ist nach dem vorher bewiesenen BZI ein stumpfer Winkel, folglich BZ < BI. Daher ist BZ < GK, oder □ BZ < □ GK.

Da AB = AK, und (1, 47. S.) □ AB = □ AZ + □ BZ, desgleichen □ AK = □ AG + □ GK, so ist □ AZ + □ BZ = □ AG + □ GK. Nun war □ BZ < □ GK. Folglich ist □ AZ > □ AG, und daher AZ > AG.

Zusatz.

Wenn in eine andre Kugel, B, ein Polyedron beschrieben wird, welches dem in die Kugel, A, beschriebnen Polyedron ähnlich ist: so sind beyde Polyedra in dreyfach höherer Verhältniß der Durchmesser ihrer Kugeln.

Theilt man diese Polyedra in gleich viele Pyramiden einer Art, so sind diese Pyramiden einander ähnlich, folglich (12, 8. S.) in dreyfach höherer Verhältniß ihrer homologen Seiten, das ist, eine Pyramide in der Kugel, A, deren Grundfläche, IBOR, und deren Scheitel, A, ist zu einer homologen Pyramide in der Kugel, B, in dreyfach höherer Verhältniß der Halbmesser, oder Durchmesser beyder Kugeln. Nun ist aber (5, 12. S.) eine Pyramide der Kugel A, zu einer Pyramide der Kugel B, wie alle Pyramiden der Kugel A, zu allen Pyramiden der Kugel B, das ist, wie das ganze Polyedron in der Kugel A, zu dem ganzen Polyedron in der Kugel B. Demnach sind diese Polyedra auch in dreyfach höherer Verhältniß der Durchmesser ihrer Kugeln.

Der 18. Satz.

Kugeln, ABC, DEF, sind in dreyfach höherer Verhältniß ihrer Durchmesser, BC, EF.

Wäre nicht $(BC : EF)^3$ = Kugel ABC : Kugel DEF, so sey $(BC : EF)^3$ = Kugel ABC : X, so daß X entweder grösser, oder kleiner als die Kugel DEF.

Erster Fall.

Es sey $(BC : EF)^3$ = Kugel ABC : X, so daß X < Kugel DEF.

Mache