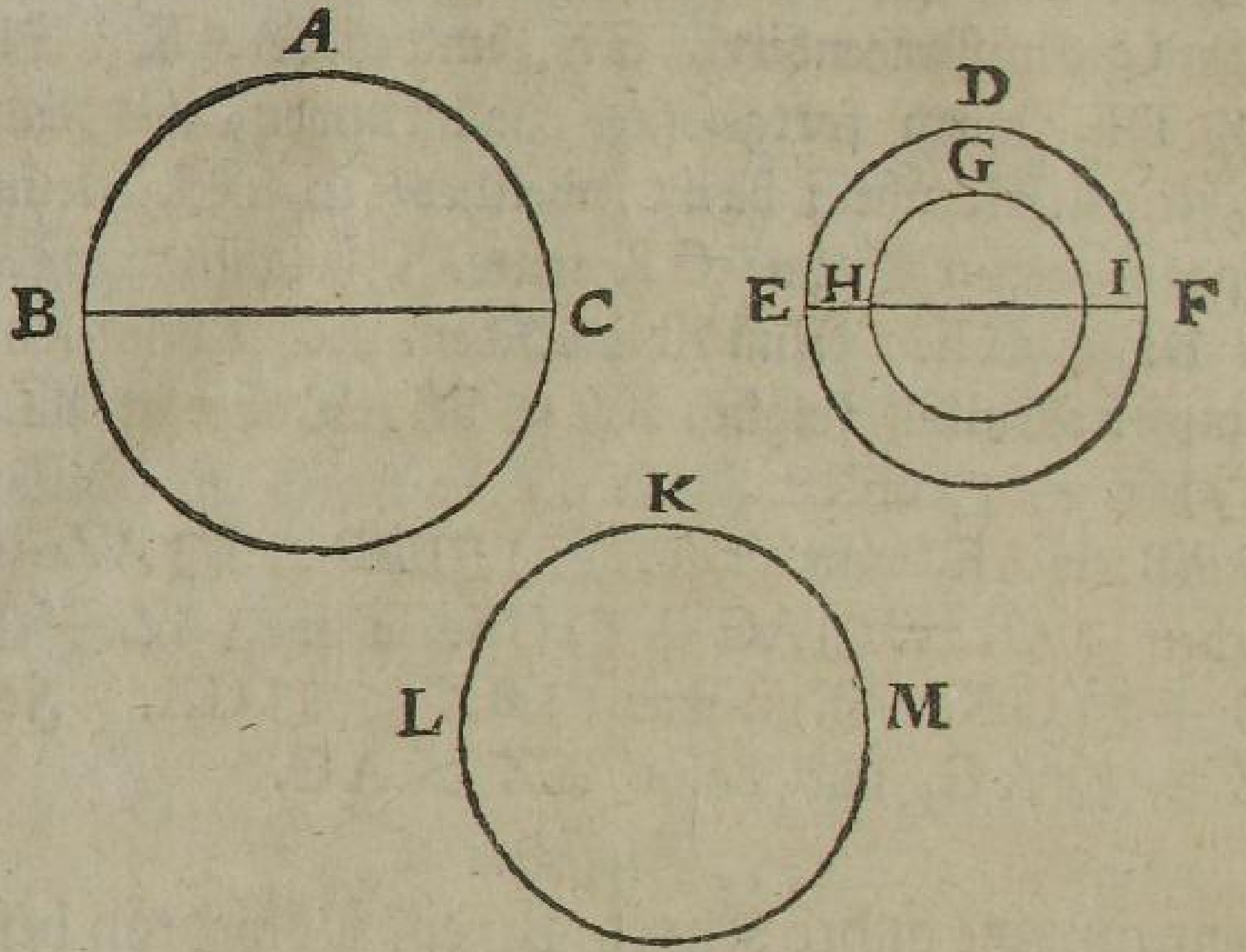

Mache eine Kugel GHI = X, concentrisch mit der Kugel DEF. Beschreibe in die Kugel DEF ein Polyedron, welches die Oberfläche der Kugel GHI, nicht berühre, und in der Kugel ABC, ein dem ersten änliches Polyedron: so ist (12, 17. Zus.) $(BC : EF)^3$ = Polyedr. ABC : Polyedr. DEF. Nun war $(BC : EF)^3$ = Kugel ABC : Kugel GHI. Folglich ist Polyedr. ABC : Polyedr. DEF = Kugel ABC : Kugel GHI. Nun ist offenbar Polyedr. ABC < Kugel ABC. Folglich ist (5, 14. S.) auch Polyedr. DEF < Kugel GHI, welches offenbar falsch ist.

Demnach ist es unmöglich, daß $(BC : EF)^3$ = Kugel ABC : X, wenn X < Kugel DEF. Aus eben den Gründen aber ist es auch unmöglich, daß $(EF : BC)^3$ = Kug. DEF : Z, wenn Z < Kugel ABC.

Zweyter Fall.

Es sey $(BC : EF)^3$ = Kug. ABC : X, so daß X > Kug. DEF. Es sey aber X = Kugel KLM. Demnach ist auch $(EF : BC)^3$ = Kugel KLM : Kugel ABC. Nun sey Kugel KLM : Kugel ABC = Kugel DEF : Z, so daß, weil Kugel KLM > Kugel DEF, (5, 14. S.) auch Kugel ABC > Z. Folglich ist $(EF : BC)^3$ = Kugel DEF : Z, welches, weil Z < Kugel ABC, nach dem ersten Falle unmöglich.

Euklids