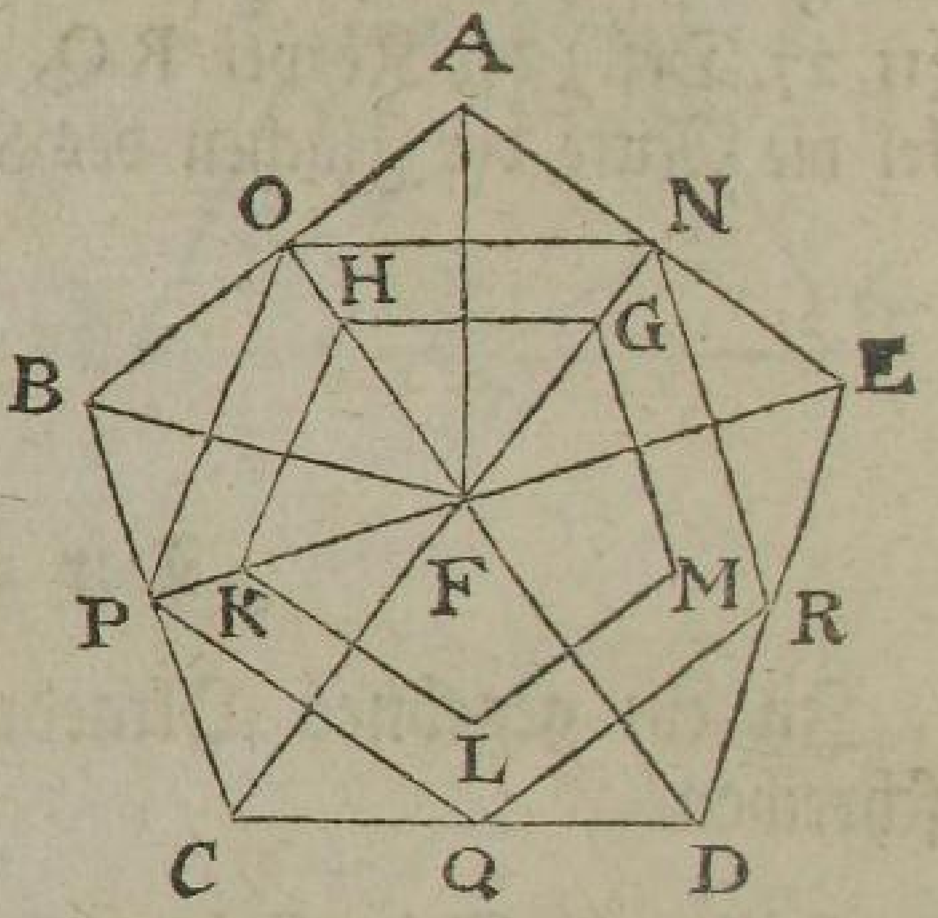
Der 5. Satz.

In ein gegebnes Ikosaedron ein Dodekaedron zu beschreiben.



Es sey die Pyramide des Ikosaedrons, ABCDEF, deren Spitze, F, und deren Basis das Pentagon, ABCDE, auch seyen G, H, K, L, M, die Mittelpunkte der Triangel, EFA, AFB, BFC, CFD, DFE, durch die geraden Linien, GH, HK, KL, LM, MG, verbunden: so ist GHKLM das Pentagon des verlangten Dodekaedrons. Denn zieht man FG, FH, FK, und verlängert sie nach N, O, P, so werden EA, AB, BC, in N, O, P, halbirt. Ziehet man nun NO, OP, so sind diese einander gleich. Nun ist (6, 4. S.) NO : OP = GH : HK. Folglich ist auch GH = HK. Eben so wird dies von KL, LM, MG, bewiesen. Folglich ist GHKLM gleichseitig. Da (11, 10. S.) GHK = NOP, HKL = OPQ u. s. w., auch (1, 4. u. 13. S.) NOP = OPQ u. s. w., so ist GHK = HKL u. s. w., folglich GHKLM auch gleichwinklich. Denkt man sich nun einen Perpendikel von F auf der Ebne des Pentagons ABCDE, so wird derselbe den Mittelpunkt des Pentagons treffen, und alle Linien von diesem Mittelpunkte nach N, O, P, Q, R, werden (11, 4. S.) mit gedachtem Perpendikel rechte Winkel machen. Ziehe durch G derjenigen, welche durch N gezogen ist, eine andre parallel, und von dem Punkte, wo sie den Perpendikel trift, gerade Linien nach H, K, L, M, so wird gedachter Perpendikel von der Parallele durch G in der Verhältniß FN : FG = FO : FH = FP : FK u. s. w. geschnitten. Folglich werden (6, 2. S.) alle die Linien, die von G, H, K, L, M, nach dem Perpendikel gezogen sind, den erstern von A, B, C, D, E, parallel seyn, und daher auch rechte Winkel mit dem Perpendikel machen, folglich (11, 5. S.) in Einer Ebne seyn. Demnach ist GHKLM ein gleichseitiges

und