Math.
1251

Sächsische Landesbibliothek –
Staats- und Universitätsbibliothek Dresden

gefördert von der
Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Sächsische Landesbibliothek –
Staats- und Universitätsbibliothek Dresden

gefördert von der
Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

186a Math.

ELEMEN

TALE GEOMETRICVM, EX EVCLI
dis Geometria, à Ioanne Vœgelin, Haylpronnensi,
ad omnium Mathematices studiosorum
utilitatem decerptum.

GERARDVS NOVIOMAGVS
Lectori.

Quid punctum, quid linea, circulus, angulus, orbis
Designet, paucis hæc elementa docent.
Sydereos cursus hinc discès, ut uenerere
Patrem, qui terras condidit, astra, polos.

IN SVDORE VVL

NE TVO. Gen. 3.

CERIS PA=

ARGENTORATI, apud Christianum
Egenolphum: An, M. D. xxix.

Math. 622

EMINENTISSIMO VIRO, GEORGIO Tanstetter Collimitio, Artium & Medicinæ Docto ri peritißimo, & Mathematices, in inclyto Viennen ſi Gymnaſio profeſſori ordinario perſpicaciß. Pa= trono ſuo obſeruantiß. Io. Vœgelin Haylpronen. S.

CVm prælegendorum Mathematũ muneri me ſubſtituiſſes, cœpi illico cogitare, qua ratio= ne tibi gratitudinem meã declararem: cumq; diu id me ſollicitum dediſſet, uidi tandem nulla re magis a nimum in te meum perſpicuum fore, quàm ſi diligen tem ac ſtrennuam operam ibi locarem. Ea propter ſummum eſt mihi ſtudium, non ſolum accuratè quæ tubes legere, uerum etiam in his docendis, eo uti or= dine, quo Matheſeos tyrones facillimè erudiantur, & ad alios huius generis libros idonei auditores red dantur. Cum uero poſt numerorum ſcientiam, quam hac hyeme, tuo monitu, interpretatus ſum, neceſſa= riò tradenda putarim Elemẽta Geometrica: ſine his enim fruſtrà alias aggrediare diſciplinas. Ideo pro pter omnium ſtudioſorum commoda, ex Euclidis Ge ometria, eas dũtaxat excerpſi Propoſitiões, quæ in demõſtrationibus linearibus crebrius obuerſantur, quæq; ſatis propè ſunt ad diſcipiinarum culmen per ducere. In quibus ordinandis pariter, ac demonſtrã dis, prudens non ſemel ab Euclide diſſentio: Ita enim rei breuitas, &, quam ſemper quæſiui facilitatem, poſtulabant. Hunc ergo libellum, obſeruandiſſi= me Patrone, tuo ſolerti examini ſubmitto: non am=

bigens

bigens quin pro tua in me beneuolentia, errata re
prehendas, & commode dicta alacriter suscipi-
as, mecq; ut soles, perpetuo prosequaris amore.
Vale, Viennæ ex ciuium Collegio, pridiè
Calendas Martias. An. 1528.

ELEMEN

TALIS GEOMETRICI CAPVT I.

DEFINITIONES.

1 Punctus, est cuius pars nulla est.

2 Linea, est longitudo sine latitudine. Cuius quidem extremitates sunt duo puncta.

3 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas utrũque eorum recipiens.

4 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. Cuius quidem termini sunt lineæ.

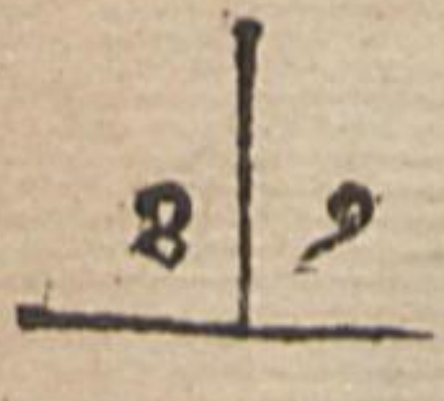
5 Superficies plana, est ab una linea ad aliã breuissima extensio, illas recipiens in suas extremitates.

6 Angulus planus, est duarum linearum alterius contactus, quarum expansio est super superficiem planam, applicatioq; non directa.

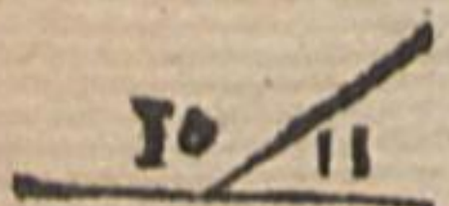
7 Angulus rectilineus, est quem cõtinent duæ

lineæ rectæ.

8 Angulus rectus, est uterlibet eorum qui fiunt, dum recta linea super rectam steterit, duosq; angulos ex utraq; parte fecerit æquales.

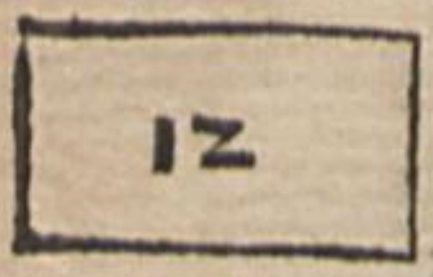


Linea perpendicularis, est recta linea, rectæ insistens, duosq; circum se angulos rectos faciens.



10 Angulus obtusus, est qui recto maior est.

11 Angulus acutus, est qui recto minor est.



13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est.

12 Figura est, quæ termino uel terminis clauditur.

14 Rectilineæ figuræ, sunt quæ rectis lineis continentur.

Rectiliniarum figurarum, alia est trilatera, alia quadrilatera, alia multilatera.

Triangulorum, alius isopleuros, id est æquilaterus, alius isosceles, id est, æquicrurus, alius scalenus.

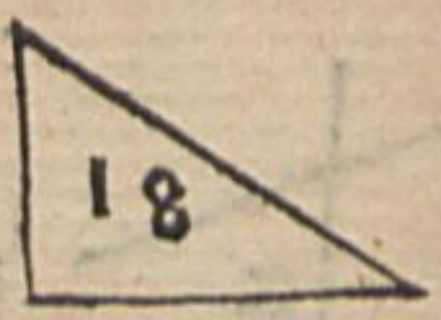
15 Aequilaterus est qui tribus æquis finitur lateribus.

16 Isosceles, qui duo tantum habet latera æqualia.

17 Scalenus, qui tribus inæqualibus continetur lateribus.

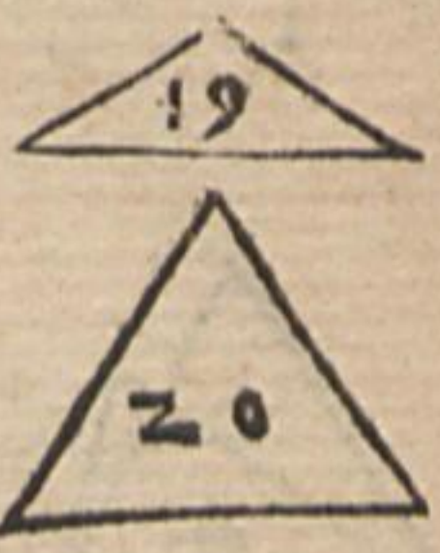
Amplius triangulorum, alius est Orthogonius, id est, rectangulus, alius oxygonius, id est

est, acutiangulus: alius amblygonius, id est, obtusiangulus.



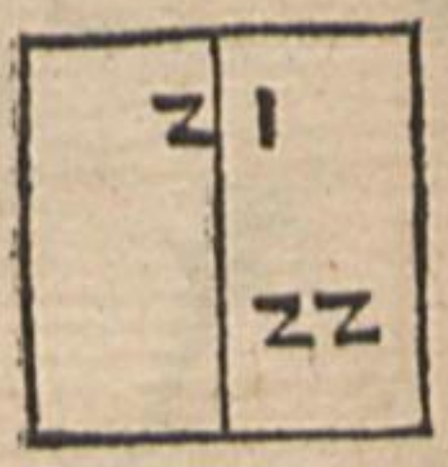
18. Orthogonius est, qui unum habet rectum angulum.

19 Amblygonius, qui unum habet obtusum angulum.



20 Oxygonius, qui cunctos tres habet acutos angulos.

21 Quadrilaterarum figurarum, Quadratum est, quod æquilaterum atq; rectangulum est.

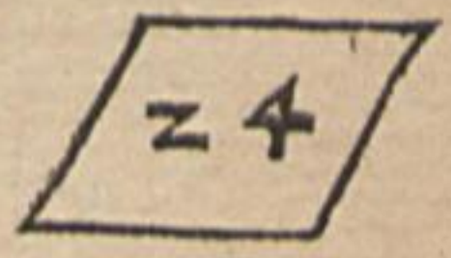


22 Tetragonus longus, rectangulus quidem est, sed æquilaterus non est.

23 Rhombus est, qui æquilaterus quidem, sed rectangulus non est.

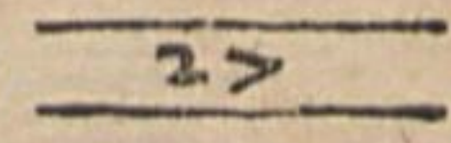
24 Rhomboides, qui neq; latera neq; angulos æquales habet, latera tamen opposita, & angulos oppositos æquales habet.

25 Trapezia, hoc est, mensulæ, omnes sunt, præter has figuræ quadrilateræ.



26 Multilateræ figuræ pluribus quàm quatuor clauduntur lineis.

27 Æquidistãtes lineæ sunt, quæ in eadem superficie collocatæ, atq; in alterutram partẽ protractæ, non concurrunt, etiam si infinitũ protrahantur.



PETITIONES.

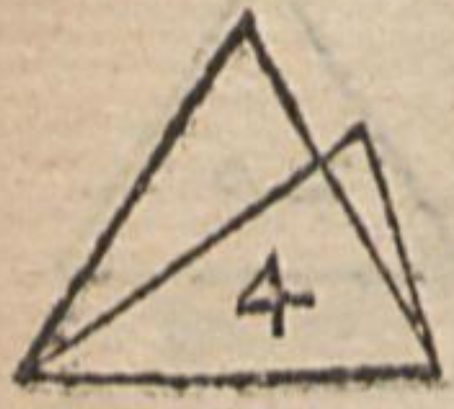
1 Omnes rectos angulos sibi inuicem esse æquales.

2 Si linea recta super duas rectas ceciderit lineas, duosq; angulos ex una parte illius lineæ duobus rectis angulis minores fecerit,

has duas lineas in eandém partem protractas, coniunctum iri. Et econtrario.

3 Duas rectas lineas superficiem nullam claudẽ

4 Si in aliquo triangulo, alterum duorum (re. laterum super basim stantium demittatur, alterum necessario uel breuius uel lõgius fieri.



Quam nos hic quartam ponimus petitionem. Euclides septimam primi libri propositionem annotauit. Verum quia demonstratio eis difficilior uideri posset, incipienti primũ discere elemẽta, & demonstrationibus linearibus nondũ assueto. Quòdq; ipsa petitioni proxima est; eiusq; usus admodum rarus, id propterea inter postulata eam annumerauimus.

COMMVNES SENTENTIAE.

1 Quæcumq; uni & eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia.

2 Si æqualibus æqualia addantur, aggregata

3 Si ab æqualibus æqualia aufe (fient æqualia. rantur, residua erunt æqualia.

4. Si ab inæqualibus æqualia auferantur, resi dua erunt inæqualia.

5 Si inæqualibus æqualia addantur, aggrega ta erunt inæqualia

6 Si duæ res fuerint uni duplices, ipsæ sibi inui cem erunt æquales.

7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius & eiusdem est dimidiũ, erunt sibi inuicẽ æquales.

8 Si

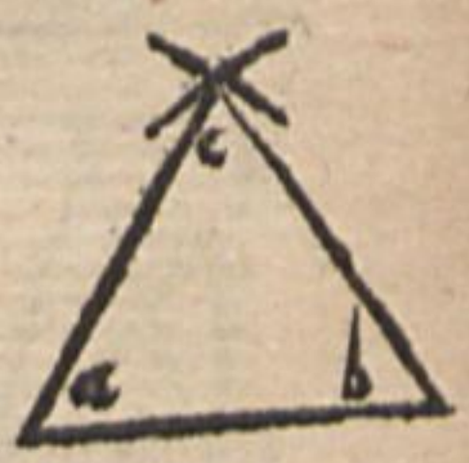
8 Si qua res alteri ſuperponatur applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, hæ erunt ſibi inuicem æquales. Et econtrario.

9 Omne totum maius eſt ſua parte.

10 Totum æquale eſt ſuis omnibus partibus ſimul ſumptis.

PROPOSITIO PRIMA.

Supra datam rectam lineam triangulum æquilaterum collocare.



Sit data linea a b, ſic ſuper eam conſtituemus triangulum æquilaterum. Poſito pede circini immobili in a, alter extendatur ſecundum ſpacium lineæ a b, & circunductus ſcribat arcum occultum. Deinde circino non uariato pedem eius immobilem ponamus in b, & alter circũductus priorem arcum ſecet in puncto c. Punctus ille ſectionis c iungatur lineis rectis cum a & b punctis & factus erit triangulus æquilaterus. Nam omnes hæ lineæ ſunt uni æquales, ei ſcilicet, quæ eſt inter extremitates pedum circini, quare per primam communem ſententiam, inter ſe ſunt æquales. Aequicrurum haud aliter datæ lineæ ſuperpones, niſi quòd circinus amplius quàm eſt datæ lineæ ſpacium, uel minus extendendus eſt.

Scalemus tum fiet, ſi circinus primo amplius, deinde minus extenditur quàm eſt data linea.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

SECVNDA PROPOSITIO.

Quorumcunq; duorum triangulorum duo latera unius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis lateribus contenti æquales, erit basis basi, & reliqui anguli æquis lateribus contenti, alter alteri, & totus triangulus toti triangulo æqualis.

Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b æquale lateri d e. Et latus a c æquale lateri d f, & angulus a æqualis angulo d. Dico basim b c æqualem esse basi e f, & angulum b angulo e, & angulum c angulo f, & totam trianguli a b c superficiem, superficiei trianguli d e f æqualem. Nam finge lineam d e superponi & accommodari a b lineæ, neutra igitur alteram excedet per conuersionem octauæ conceptionis, positæ enim sunt æquales, & punctus d cadet super a punctum, & similiter e punctus super b. Quia uero angulus a positus est æqualis angulo d, necessario cadet linea d f super lineam a c, & propter præstructam æqualitatem earum, incidet f punctus puncto c, & erit cum eo unus punctus, quapropter basis e f cadet super basin b c, ita ut fiat cum ea, linea una, alioqui duæ rectæ lineæ claudercnt superficiem: quod est contra petitionem tertiam, & quia neutra alteram excedit, terminantur enim iisdem punctis, sunt igitur æquales. Rursus angulus e superpositus est angulo b et

eum

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

cum non excedit, neq; ab eo exceditur, est ergo ei æqualis. Haud aliter ãgulus f æqualis probatur angulo c. Præterea totus triangulus d e f toti triangulo a b c superpositus est, ipsum neq; excedẽs, neq; ab eo superatus, quapropter concluditur ei æqualis propter octauam communẽ sententiam.

TERTIA PROPOSITIO.

Si tria latera unius trianguli fuerint æqualia tribus lateribus alterius trianguli, qui continentur æquis lateribus anguli æquales erunt.

Sint duo triãguli a b c, d e f, sit q; latus a c æquale lateri d f, & b c æquale e f & a b æquale d e.

Dico angulum c esse æqualem angulo f & angulum a angulo d, & angulum b angulo e, hi enim lateribus relatiuis et æqualibus continentur. Nã superponatur basis d e basi a b, neutra itaq;, quoniam positæ sunt æquales, alteram longitudine uincet. Punctus igitur f non cadet aliò quàm super punctum c. Nam si aliò caderet, tunc alterutra linearum aut d f aut e f demitteretur, quare per ultimam petitionem altera breuior fieret. Verbi gratia, si linea d f demitteretur, ita quidẽ ut maneret æqualis lineæ a c, tunc e f linea decresceret necessario & minor fieret quàm b c linea, quod est contra hypothesim, sunt enim positæ æquales. Igitur non potest punctus f alibi quàm in c cadere, postquã d e superposita fuerit a b lineæ. Necessario etiam cadet d f linea super a c lineam,

et f c ſuper c b, aliter enĩ duæ rectæ lineæ claudérent ſuperficiem. Ea propter erunt oẽs anguli relatiui, hoc eſt, æquis lateribus contenti inter ſe æquales per octauam conceptionem. Nam ſibi inuicem ſuperpoſiti prorſus congruũt ac quadrãt.

QVARTA PROPOSITIO.

Trianguli æquicruri, qui ſupra baſim ſunt anguli, ſibi inuicem æquales ſunt. Quòd ſi latera æqualia protrahantur, anguli quoq; ſub baſi erunt æquales.

Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquale lateri a c. Dico angulum a b c eſſe æqualem angulo a c b. Nam ſuper baſim b c in alterã partem conſtruatur triangulus ſiue æquilaterus ſiue æqui crurus, idq; per primã propoſitionẽ huius capitis qui ſit b d c, & puncta a d iungantur linea recta, quæ ſecet baſim in pũcto f. Intelligo itaq; duos triangulos a b d & a c d, quorum latera unius ſunt æqualia lateribus alterius. Eſt enĩ a b æquale a c per hypotheſi, b d uero æquale ipſi c d per primam huius, & a d eſt utriq; triangulo commune, ergo per præcedentem angulus b a d eſt æqualis angulo c a d, quod memori ſerua mente. Rurſus alios duos triangulos intelligo ſcilicet a b f, & a c f, quorum duo latera unius, ſunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam b a eſt æquale a c per hypotheſim, et a f utriq; cõmune, anguli præterea contenti his æquis lateribus ſunt æquales,

ut

ut modo ostendimus, ergo per secundam huius an
gulus a b f, æquatur angulo a c f quod erat demõ
strandũ. Secũda pars patebit demõstrata decima
propositõe. QVINTA PROPOSITIO.

Si cuius trianguli, anguli supra basim fuerint
æquales, latera seu crura illius trian
guli erunt æqualia.

Sit triangulus a b c, cuius anguli supra basim
b & c sint æquales, dico latera eius a b & a c esse
æqualia. Quia si non sunt æqualia, erit alterum e
orum longius, & sit illud a b. Resecetur ergo ad
æqualitatẽ in puncto d, ut d b sit æqualis a c, &
trahatur linea d c. Intelligo itaq; duos triangu=
los a b c totalẽ, & d b c partialẽ, Et quia duo la=
tera unius ponuntur æqualia duobus laterib. al=
terius, latus scilicet d b æquale lateri a c, ipso b c
existente communi, anguli etiã his æquis laterib.
contenti, sunt positi æquales, per secundam itaq;
huius, trianguli ipsi erunt inter se æquales, ut a b
c triãgulus totus, triãgulo d b c partiali, quod ẽ
impossibile. SEXTA PROPOSITIO.

Datum angulum per æqualia diuidere.

Sit datus angulus ĩ duo æqualia secãdus. a. Lineæ
ipsum cõtinẽtes si fuerĩt ĩæquales, resecentur ad
æqualitatẽ, sint a b & a c. Et trahatur linea b c,
super qua cõstituatur triãgulus siue æqlaterus si
ue æqcrurus b d c, et continuẽtur pũcta a d linea
recta, q̃ angulũ datum diuidet. Intelligo cñ duos

triangulos b a d & c a d quorũ latera unius sunt æqualia lateribus alterius. Nam a b æquale est a c per hypothesim, & b d æquale c d per primam huius, & a d utriq; triangulo commune. Per tertiam itaq; angulus b a d æquatur angulo c a d, cõtinentur enim lateribus æqualibus. Quare patet propositum.

SEPTIMA PROPOSITIO.

Datam lineam rectam per æqualia secare.

Sit linea diuidenda a b. Pone pedem immobilem circini ut libet diducti primo in a, & altero pede circumducto, fac duos arcus occultos, alterum supra lineam, alterum infra. Deinde circino non uariato pes immobilis ponatur in b, & alter cirũductus intersecet arcus modo signatos, superiorem quidem in puncto c, inferiorẽ uero in d. Has sectiones iunge linea recta c d, quæ secet lineam a b in puncto f. Dico itaq; lineam a b datam, in puncto f diuisam per æqualia. Propter demonstrationis euidentiam fac triangulos manifestos, continuans utramq; sectionem cum extremitatibus datæ lineæ. Intelligo enim duos triangulos c a d & c b d, quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius, quare per tertiam angulus c uniius est æqualis angulo c alterius. Rursus intelligo alios duos triangulos c a f, & c b f, quorum duo uniius latera sunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam a c est æquale c b, eadem enim circini exten

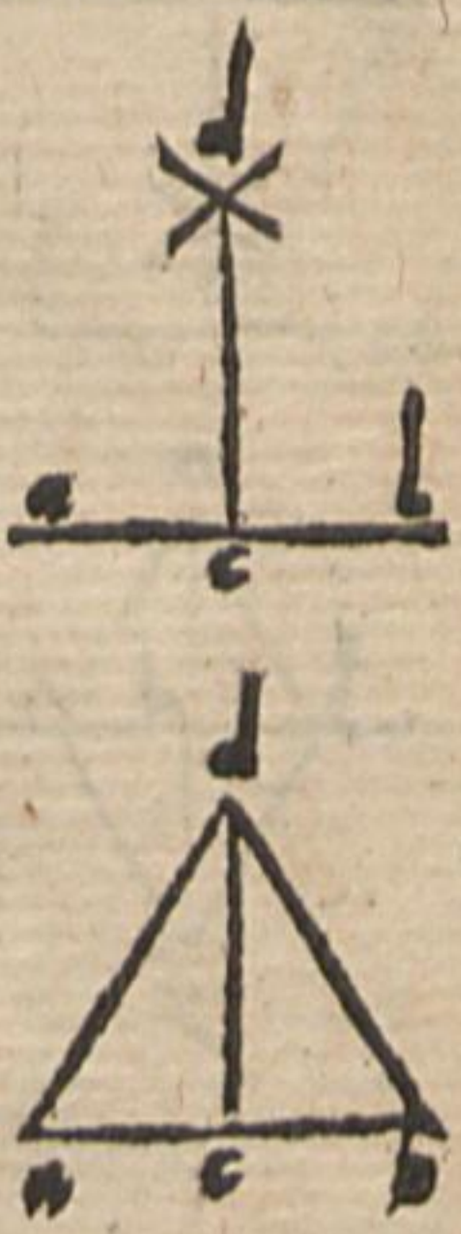
sio

ſione facta ſunt. Et c f utriq; triangulo commu-
ne, anguli quoq; his æquis lateribus contẽti ſunt
æquales, ut modo oſtenſum eſt, ergo per ſecundã
baſis a f, eſt æqualis baſi f b, quod erat demonſtrã

OCTAVA PROPOSITIO. (dum.

A puncto in linea ſignato perpendicula
rem educere.

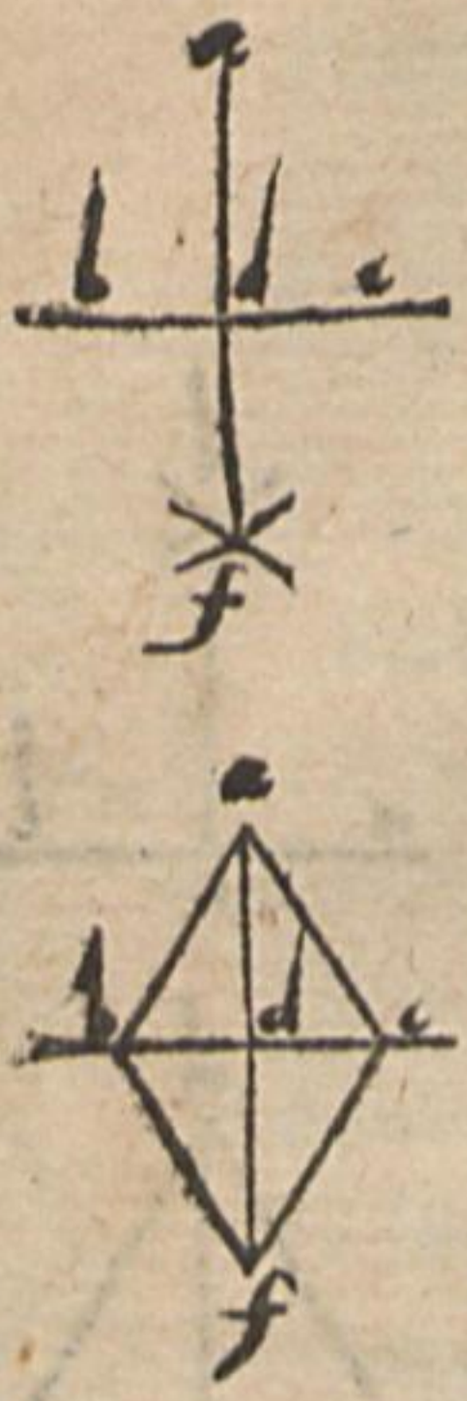
Sit data linea a b, à cuius puncto c ſit educenda
perpendicularis. Signa itaq; in linea data officio
circini duo puncta æquali interuallo à puncto c
diſsita, ſintq; a & b. Poſtea pone pedem immobilẽ
circini utcunq; extenſi in a, & altero circumgi-
rato occultum fac arcum. Deinde circino non ua-
riato & pede eius immobili poſito in b, prior ar-
cus ſecetur in pũcto d, à quo ad c deijciatur linea
recta a. Hanc dico eſſe ad a b perpendicularẽ. Pro
pter demonſtrationem fac triangulum manifeſ-
tum coniuncto d puncto cum a & b punctis, Intel
lige ergo duos triangulos a d c, & b d c, qui ſunt
omnium inter ſe laterum æqualium, eſt enim a d,
æqualis b d, ut quæ eadem circini diſtenſione deli
niatæ ſunt, latus quoq; a c ex hypotheſi eſt æqua-
le c b lineæ, & d c utriq; eſt communis, quapro-
ter per tertiam huius angulus c unius eſt æqualis
angulo c alterius, uterq; igitur per diffinitionem
anguli recti, eſt rectus. Linea itaq; d c perpendi-
cularis eſt ad lineam a b per diffinitionem lineæ
perpendicularis. Animaduertendum eſt, operæ-



precium esse, spacio plani in quo trahẽda est perpendicularis permittente, si duæ fierent decussationes seu intersectiones, altera supra lineam, altera infra, modo quo usi sumus in propositione septima. Sic enim exactius trahetur perpẽdicularis

NONA PROPOSITIO.

A puncto extra lineam datam signato, ad eam demittere perpendicularem.

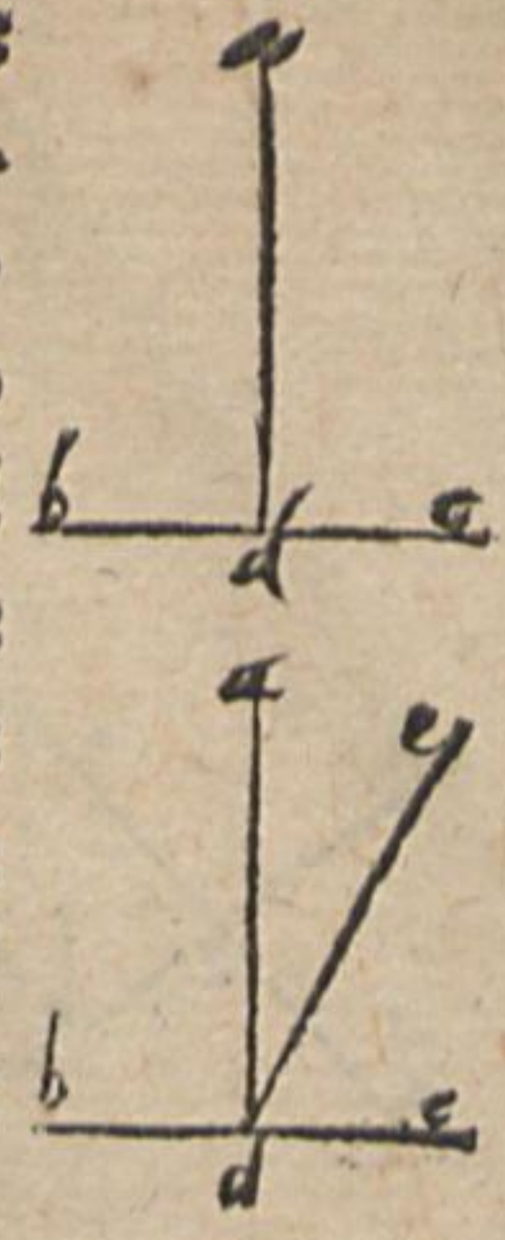


Sit punctus a, & linea ad quam deducẽda est à puncto a perpendicularis sit b c. Ponatur ergo circini pes immobilis in puncto a, & altero pede notẽtur duo pũcta in linea data, quæ sint b c. Deinde circino nõ uariato pedẽ ĩmobilem primo in b pone, & altero scribe arcum occultum. Deinde eodem immobili pede in c posito priorem arcum interseca in puncto f. Hunc cũ puncto a continua linea recta a f quæ secet datã lineã b c in pũcto d, Ea perpendicularis est super lineam datã. Propter demonstrationem, trahe à punctis a & f ad puncta b c lineas rectas. Ex processu itaq; propositionis septiæ patet lineam b c diuisam esse in pũcto d per æqualia. Intellige ergo duos triangulos a b d & a d c qui sunt omnium laterum æqualium ut patet. Quare per tertiam angulus d uniꝰ est æqualis angulo d alterius, ergo uterq; rectus per diffinitionem anguli recti, linea itaq; a d perpendicularis est ad lineam b c per diffinitionẽ lineæ perpendicularis. DECIMA propositio.

Lis

Linea recta ſuper rectã ſtans, facit cũ ea duos ãgulos aut rectos aut duobus rectis æquales.

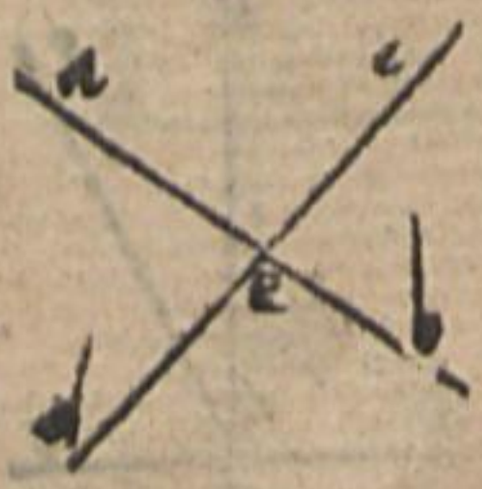
Sit linea a d ſtans ſuper lincã rectam b c, dico angulos quos cum ea facit aut eſſe rectos aut duobus rectis æquales. Nam ſi linea ſuper ſtans eſt ad cã cui ſuperſtat perpendicularis ut in priori figura, patet propoſitũ per diffinitionẽ lincæ perpendicularis. Si uero non fuerit perpẽdicularis ut in ſecũda figura, emittatur per octauã, ex pũcto d perpẽdicularis q̃ ſit d e. Clarũ igitur eſt angulos rectos q̃ fiũt à linea perpẽdicylari, ſcilicet e d b, & c d c tantum occupare ſpacij quantũ tenẽt duo anguli, quos facit linea non perpendicularis d a, hoc eſt anguli a d b & a d c, quare hi duo illis duobus ſunt æquales per octauam cõmunẽ ſententiam. Ex hac propoſitione liquet ueritas ſecũdæ partis quartæ propoſitionus. Si trianguli æquicuri æqualia latera protrahantur angulos ſub baſi eſſe æquales. Sit enim triangulus æquicruſrus a b c, & protrahantur latera eius æqualia a b & a c uſq; ad d & f. Dico angulos ſub baſi ſcilicet d b c, & f c b eſſe æquales. Nam prima pars eiuſdẽ quartæ demõſtrauit angulos ſupra baſim ſcilicet a b c et a c b eſſe æquales, Præsẽs uero docet angulos a b c & d b c ſimul æquari duobus rectis, ſimiliter duos a c b et b c f duob. rectis æquales. Per primã itaq; petitionẽ duo ãguli a b c et c b d ſimul æquãtur duob. pariter ãgulis a c b et b c f



Si ergo ab æqualibus demantur æqualia, scilicet anguli super basim, relinquentur per tertiam cõmunem sententia, anguli sub basi æquales, quod erat demonstrandum.

VNDECIMA PROPOSITIO.

Si duæ rectæ lineæ se secent, angulos contrà positos facient æquales.



Sint duæ lineæ rectæ a b & c d secantes se in pũcto e. Dico angulos contrapositos, hoc est, a e c et d e b uel c e b & d e a esse æquales. Vocamus autẽ angulos contrapositos, qui nullo communicãt latere. Per præcedentem enim duo anguli a e c & c e b æquantur duobus rectis, similiter duo anguli d e b & b e c rectis duobus pares sunt. Quapropter per primam petitionem duo anguli a e c & c e b aggregati, æquales sunt duobus angulis d e b & b e c simul sumptis. Ergo ab æqualibus ablato angulo c e b communi, erunt per tertiam communem sententiam residui a e c & b e d inter se æquales. Non aliter probabis duos angulos c e b & d e a inter se æquales esse.

DVODECIMA PROPOSITIO.

Omnis trianguli uno latere producto, extrinsecus angulus utrolibet intrinseco sibi opposito maior erit.

Sit triangulus b a c et protrahatur latus b a in directum usq; ad f. Dico angulum f a c extrinsecum, maiorem esse utrolibet angulo sibi intrinseco

trinſecus oppoſito ſcilicet uel angulo b uel angulo c. Namper decimam angulus f a c cum angulo c a b æquatur duobus rectis. Sed angulus c b a cũ angulo c a b minores ſunt duobus rectis. Linea c enim f b cadit ſuper duas lineas a c & b c concurrentes in puncto c, ergo per conuerſionem ſecundæ petitionis facit ad partem concurſus duos angulos minores duobus rectis. Conſtat igitur duos angulos f a c & c a b ſimul eſſe maiores duob. angulis c b a & c a b ſimul ſumptis. Dempto ergo ab inæqualibus eodem communi ſcilicet angulo c a b, remanebunt per communem ſcientiam reſidua inæqualia ſcilicet ãgulus extrinſecus f a c maior angulo c b a intrinſecus ſibi oppoſito. Similimodo probabis angulum f a c maiorem eſſe angulo a c b.

DECIMATERTIA PROPOSITIO.

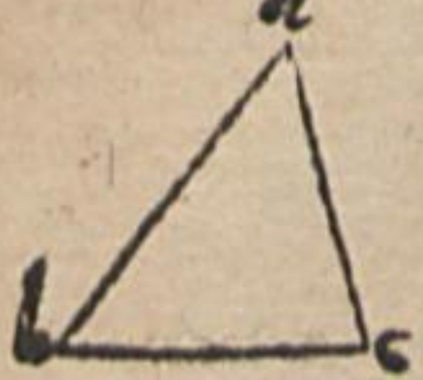
In omni triangulo, maiori angulo maius latus opponitur.

Sit in tirãgulo a b c angulus a maior ãgulo c. Dico latus b c maius eſſe latere c a b. Nam ſi b a linea minori angulo ſubtẽta æqualis eſt b c lineæ, erit per quartã angulus a æqualis ãgulo c quod eſt contra hypotheſim. Quòd ſi dicatur a b maior eſſe quàm b c, reſecetur ad æqualitatem in pũcto d, ita ut b d ſit æqualis b c. Et quia per quartam angulus b c d æquaretur angulo b d c, angulus uero b d c per præcedentem maior eſt angu-

lo b a c angulus, igitur b c d maior esset angulo & quare multo magis angulus b c a superaret angulum a, quod idem est contra hypothesim.

DECIMAQ VARTA PROPOSITIO.

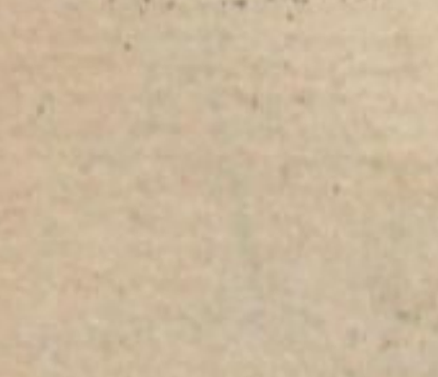
Omnis trianguli, duo quælibet latera simul sumpta sunt tertio maiora.



Sit triangulus a b c, dico duo latera a b & a c simul iuncta, longiora esse latere b c. Si enim essent aut æqualia aut minora eo, non possent concurrere in angulum a. Nam si essent æqualia lateri b c, tunc se contingendo iacerent supra lineam b c, et fierent cum ea linea una. Si uero breuiora essent, non possent se contingere, neq; in angulum concurrere.

DECIMAQ VINTA PROPOSITIO.

Si in uno quolibet triãguli latere à finib. eius duæ rectæ lineæ interius concurrant, angulum facient maiorem eo qui à reliquis eiusdem trianguli lateribus continetur.



Sit triangulus b a c super cuius latere b c duæ rectæ constitutæ angulũ faciant b d c, dico cũ maiorẽ esse angulo b a c contento à reliquis duobus lateribus. Nã protrahatur linea b d usq; dũ secet latus a c in pũcto e. Erit igitur angulus b d c per duodecimã huius maior ãgulo b e c & per eandẽ angulus b c c maior angulo b a c, multo igitur maior erit angulus b d c angulo b a c quod fuit demonstrandũ.

Ex

DECIMASEXTA PROPOSIT.

Ex tribus datis lineis triangulum constituere.

Sint tres lineæ datæ a b c, ita ut q̃libet duæ simul iunctæ sint tertia maiores. Id enĩ necessariũ est per decimamquartã. Pone pedem immobilem circini extensi spacio lineæ b in altero termino lineæ a, uerbi gratia in d & altero circunducto pede occultũ scribe arcũ. Deĩde circino extensо secundũ quantitatẽ lineæ c, & pede eius immobili posito in termino f, priorẽ arcũ interseca in puncto g. Ab hoc ĩtersectionis pũcto trahe ad terminos lineæ a, rectas et habebis triãgulũ quẽ optabas.

DECIMASEPTIMA PROPOSITIO.

Super punctum datum in linea recta, describere angulum dato angulo æqualem.

Sit punctus d datus in linea data, & angulus a b c datus. Subtẽde cũ recta linea c a. Resecaigitur ex linea data d f lineã æqualẽ c b. Deĩde circino diducto secundum quantitatẽ lineæ a b et pede eius ĩmobili posito in d scribatur arcus occultus. Postea circinũ pro spacio lineæ c a extende, & pede eius in f posito, priorẽ interseca arcũ in puncto g. A quo ad punctũ d trahe rectã. Hæc cũ data linea continebit angulũ g d f æqualẽ angulo b dato. Nã propter demonstrationẽ ducatur linea f g. Erũt ex hypothesibus latera trianguli f g d æqualia lateribus triãguli a b c, ergo per tertiã angulus g d f æqualis est angulo a b c. Continentur enim æquis lateribus.

DECIMAOCTAVA PROPOSITIO.

Si duorum triangulorum duo latera uni us, fuerĩt æqualia duobus laterib. alteri us, & anguli contenti his æquis lateribus fuerĩt inæquales, erit illius basis maior, cu ius lateribus angulus amplior continetur.

Sint duo triangulia b c, e d f, & latera duo prio ris a b, & a c sint æqualia duobus lateribus poste rioris d e & d f, & angulus a maior angulo d. Di co basim b c maiorem esse basi e f. Nam super pun cto d lineæ d e locetur per præcedentem angulus æqualis angulo b a c, sitq; is e d g & linea d g sit æ qualis a c subtendaturq; basis e g, quæ necessariò erit æqualis basi b c in triangulo a b c. Quaprop ter si probauerimus e g maiorem esse e f, erit quo q; probatum b c eadem esse maiorem. Trahatur f g linea. Et quia d g posita est æqualis d f, igitur per quartã angulus d f g est æqualis totali angu lo d g f, ergo idem angulus d f g erit maior parti ali angulo e g f, quare multo maior erit angulus e f g, ãgulo e g f. Latus igitur e g maius est per de cimãtertiam latere e f, quod erat demõstrandũ.

DECIMANONA PROPOSITIO.

Si super bases duorum triangulorum an guli iacentes fuerint æquales, & uel basis unius æqualis basi alterius, aut unum latus unius, lateri alterius se respicienti æquale, erũt reliqua latera reliquis æqualia alterũ

alte

alteri, & reliquus angulus reliquo angulo.

Sint duo trianguli a b c, d e f et angulus b sit æqualis angulo e, & angulus c angulo f. Sitq; basis b c æqualis basi e f, aut unum ex lateribus triãguli a b c æquale suo relatiuo lateri trianguli d e f. Dico reliqua latera, reliquosq; ãgulos esse æquales. Sit primo bases æquales, & intelligatur basis e f superponi basi b c, quæ cũ sint æquales, necesse est punctũ e cadere super punctũ b, et punctũ f super c. Et propter æqualitatẽ angulorũ et conuersionẽ octauæ cõceptionis, necesse est lineã e d cadere super a b, et d f super a c, nõ ergo erit possibile ut latera huius ulterius aut citerius lateribus alterius cõcurrãt, erunt igitur æqualia et anguli ab eis contẽti æquales per octauã conceptõem. Ponatur secũdo latus d e æquale lateri a b. Et alterũ alteri fingatur superponi, propter æqualitatẽ ergo eorum punctus d cadet super a punctum, & e super b, linea deniq; e f supra a b c lineam cadet propter æqualitatem angulorũ, et conuersionẽ octauæ cõceptionis. Quòd si d f congruerit etiam ipsi a c, concludes per octauam conceptionem propositũ. Si uerò d f ceciderit aut intra aut extra triangulum, semper sequetur angulum extrinsecum esse æqualem angulo intrinseco sibi opposito, cuius contrarium demonstrauit Propositõ Duodecia.

VICESIMA PROPOSITIO.

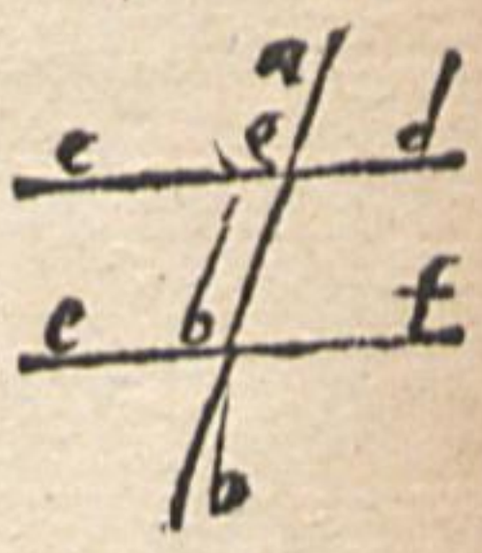
Si linea recta duas lineas rectas secando fe

cerit angulos coalternos æquales, aut angulum extrinsecum angulo intrinseco ex eadem parte sumpto æqualem, aut duos intrinsecos ex eadem parte, duobus rectis æquales, lineæ sectæ æquidistabunt.

Linea a b secet c d & e f lineas, c d quidem in puncto g, e f uero in puncto h. Et faciat primo angulos coalternos sibi inuicem æquales, hoc est, angulum d g h angulo e h g, aut angulum f h g angulo c g h, sic enim sumpti coalterni dicuntur. Dico lineas c d & e f æquidistare. Si autem non, producte concurrãt, uerbi gratia in k. Trianguli ergo g k h angulus d g h extrinsecus æqualis est angulo k h g intrinseco sibi opposito, aut angulus f h g extrinsecus angulo k g h intrinseco sibi opposito, hoc aũt per 12. propositionem impossibile est, igitur c d & e f productæ minime concurrunt, ergo per definitionem sunt æquidistantes. Secundo faciat linea a b angulum aliquem extrĩsecum æqualem intrinseco sibi opposito ex eadem parte. Dico nihilominus lineas c d & e f æquidistare. Et sit exempli caussa angulus a g d extrinsecus æqualis intrinseco g h f. Quoniam angulus a g d, æqualis est per hypothesim angulo g h f. Et per undecimam idem angulus a g d æqualis est c g h angulo, igitur per primam communem sententiam anguli e g h, & g h f inter sè sunt æquales. Et hi sunt coalterni, ergo per primam huius Propositis

sitionis partem lineæ c d, & e f, sunt æquidistan tes. Tertio faciat linea a b duos angulos intrin= secos ex eadem parte, æquales duobus rectis, ut d g h et f h g, dico lineas c d & e f æquidistare, quo niam anguli d g h & f h g per hypothesim sunt æ quales duobus rectis, & per decimam anguli d g h, & c g h, etiam æquantur duobus rectis, ergo per primum postulatum anguli d g h, & f h g, æquales sunt angulis d g h, & c g h, Ablato ergo communi angulo d g h, relinquitur per ter tiam communem sententiam, angulus c g h, æ= qualis angulo f h g, sed hi sunt coalterni, ergo per primam partem huius Propositionis lineæ c d, & e f æquidistant.

VICESIMAPRIMA PRO= POSITIO.



Si linea recta duas æquidistantes secue rit, facict angulos coalternos æquales. Ex trinsecum intrinseco ex eadem parte sump to æqualem. Et duos intrinsecos ex eadem parte æquales duobus rectis.

Repetatur prior figura in qua ponantur c d & e f æquidistantes. Prima pars Propositõis sic demõstratur. Nã si anguli coalterni ut c g h et f h g nõ sunt æquales, erit alteruter corũ maior, sitq; c g h maior. Quoniã igitur c g h maior angu lo f h g ponatur cõis ãgulus d g h. ãguli ergo per

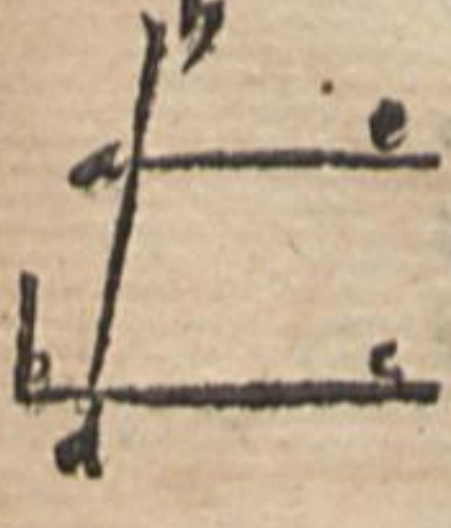
quintam conceptionem c g h et d g h maiores sūt angulis d g h & f g h, sed per decimam anguli c g h & d g h æquales sunt duobus rectis, ergo anguli d g h & f h g minores sunt duobus rectis, ergo per secundam petitionem c d & e f protractæ concurrunt, non igitur sunt æquidistantes, quod est cōtra hypothesim, angulus igitur c g h æqualis est suo coalterno f g h.

Secunda pars ostenditur, Nam ut modo ostensum est angulus c g h æqualis est angulo f g h, & per undecimam idem angulus c g h æqualis est angulo a g d, per primam igitur conceptionem angulus a g d æqualis est angulo f g h extrīsecus scilicet intrinseco ex eadem parte.

Tertia pars ostenditur. Nam angulus c g h æqualis est per primam huius partem angulo f g h posito ergo communi angulo d g h, erunt duo anguli per secundam petitionem c g h et d g h æquales duobus angulis f h g & d g h, sed per decimā duo anguli c g h, & d g h æquales sunt duobus rectis, ergo & duo anguli f g h & d g h æquales sunt duobus rectis, quod erat demonstrandum.

VICESIMASECVNDA PROPOSITIO.

A puncto extra lineam datam assignato educere æquidistantem datæ lineæ.



Sit linea data b c, & punctus extra eam assignatus a. Trahe lineam occultam b a d utcunq; cōtigerit, deinde super puncto a colloca angulum

b

b a c extrinsecum protracta linea a c, æqualẽ angulo a d c intrinseco ex eadem parte. Constat igitur per secundam partem uicesimæ lineam a c æquidistare lineæ b c.

VICESIMATERTIA PROPOSITIO.

Cuiuslibet trianguli angulus extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis sibi oppositis.

Sit triangulus a b c & protrahatur latus b a in f, dico angulum f c a extrinsecum æqualem esse duobus intrinsecis & oppositis, scilicet angulis b & c. Ducatur per præcedentem à puncto à, linea a d æquidistans b c lineæ. Et quia a d æquidistat b c lineæ, & in ipsam incidit f b, erit per secundam partem uicesimæ primæ angulus f a d extrinsecus æqualis intrinseco ex eadem parte angulo a b c. Rursus quia parallelæ sunt a d & b c, & eas secat c a, igitur, per primam partem eiusdem. 21. angulus d a c æqualis est sibi coalterno angulo a c b. Totus igitur f a c extrinsecus æqualis est duobus intrinsecis & oppositis c b a & a c b.

VICESIMAQVARTA PROPOSITIO.

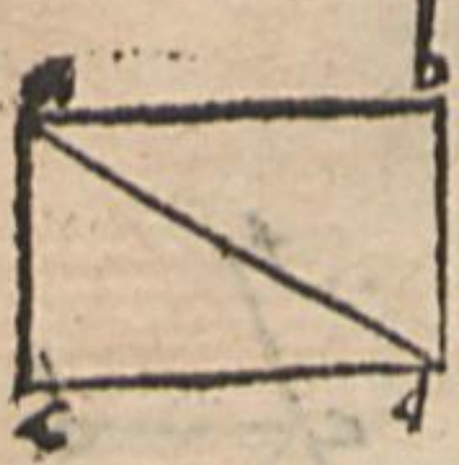
Cuiuslibet trianguli tres anguli æquales sunt duobus rectis.

Nam per præcedentem angulus f a c extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis & oppositis c b a & a c b, addito ergo utrisq; communi angulo c b a, erunt duo anguli f a c & c a b æ-

qualestribus a b c, a c b, c a b, sed per decimã duo ãguli f a c et c a b æquales sunt duob. rectis, tres igitur a b c, a c b, & c a b duob. rectis sunt æquales quod erat demonstrandum.

VICESIMAQVINTA PROPOSITIO.

Diameter parallelogrammi, diuidit ipsum per æqualia.



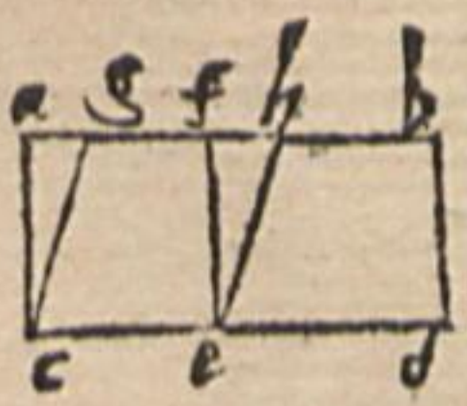
Sit parallelogrammũ a b c d, cuius diameter sit a d. Dico hac diametro parallelogrammũ æqualiter secari. Quoniam a b & c d æquidistant, & super eas cadit a d, est per primam partẽ uicesimæ primæ angulus b a d suo coalterno a d c æqualis. Rursus quoniam a c & b d sunt parallelæ & eis incidit a d erit per eandem. 21. b d a suo coalterno c a d æqualis. Sunt itaq; duo trianguli a b d & a c d, & ãguli bini super cõmunẽ basim a d sunt æquales, per decimã nonã ergo reliqui ãguli & latera sunt æqualia, quare per secundam propositionem triangulus triangulo æqualis. Hinc etiam diligenter intuenti patet latera cuiuscunq; parallelogrammi opposita esse æqualia.

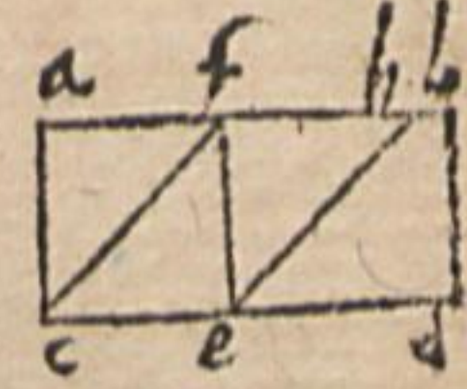
VICESIMASEXTA PROPOSITIO.

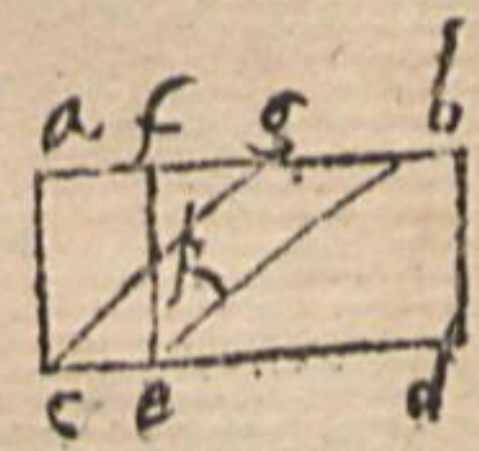
Omnia parallelogramma super eãdem basim, atq; in lineis alternis collocata, sunt æqualia.

Sint lineæ alternæ, hoc est, æquidistantes a b & c d, inter quas super eandẽ basim c e sint collocata duo parallelogramma scilicet, a c e f & g c e

h, dico ea esse æqualia. Et sit primo ut g cadat in
ter a & f. Et quia a f est æqualis g h, cum utraq;
sit æqualis c e, ergo ablata communi g f, remanẽ
bunt a g & f h æquales, & a c est æqualis f e pro
pter æquidistantiam, angulus quoque h f e extri
secus est æqualis angulo g a c intrinseco per secũ
dam partem uicesimæ primæ. Cum ergo duorum
triangulorum h f e & g a c duo latera unius sũt
æqualia duobus lateribus alterius, & anguli æ=
quis lateribus contenti æquales, erit per secun=
dam alter triangulorum alteri æqualis, addito
ergo eis communi trapezio f g c e erunt aggre=
gata, hoc est, dicta parallelogramma æqualia.
Secundo cadat g in ipsum punctum f, ut in secun=
da figura. Et quia f a est æqualis h f, cum utraq;
sit æqualis c e oppositæ, & a c æqualis f e oppo=
tæ, & angulus h f e æqualis angulo f a c intrinse
cus scilicet extrinseco, per secundam itaq; erunt
trianguli f a c & h f e æquales, addito ergo utri
q; triangulo communi f e c, erunt per conceptio
nem aggregata a f c e & h f c e, hoc est, ipsa pa=
rallelogramma æqualia. Tertio cadat g extra f
ut in tertia figura. Et quia a f est æqualis g h, ad=
dita ergo communi f g, erit a g æqualis f h, & e
rit propter prius dicta triangulus g a c æqualis
triangulo h f e, Ablato ergo ab utrisque com=
muni Triangulo f ẽ g, quæ reinquuntur tra=
pezia erunt æqualia, scilicet a f ẽ c, &







gꝫ eh. Quibus ſi addatur̃ communis triangulus cꝫ e, erunt aggregata æqualia, quod erat demonſtrandum.

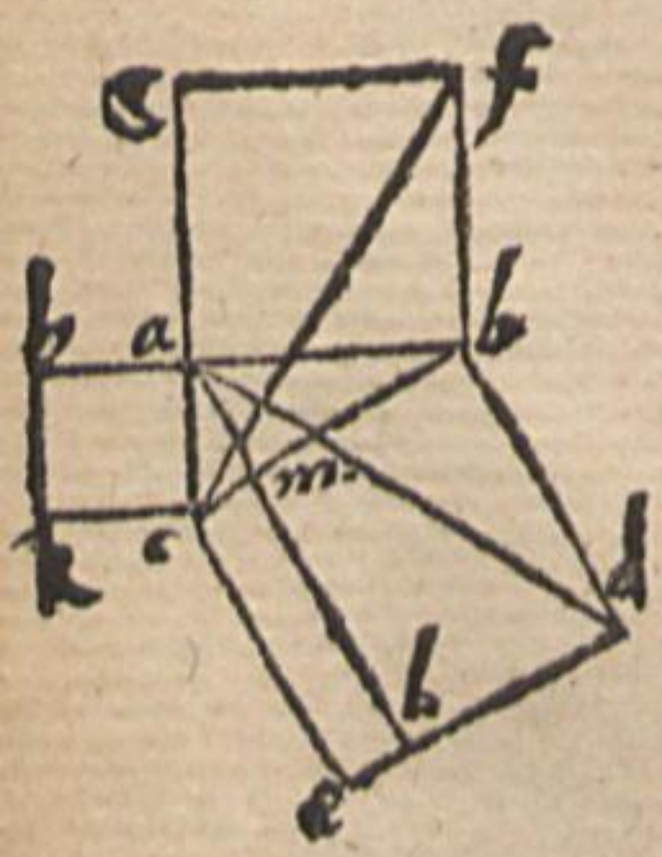
VICESIMASEPTIMA PROPOSITIO.

Si ſuper unam baſim & inter lineas æquidiſtantes, parallelogrammum & triangulus ponãtur, parallelogrammum triangulo duplum erit.

Sint ut prius duæ lineæ a b & c d æquidiſtãtes, inter quas ſuper baſim c e ſit parallelogrammũ a c e f & triangulus g c e. dico parallelogrammum duplum eſſe triangulo. Nam ducatur à puncto e linea e h æquidiſtans c g. Per præmiſſam ergo parallelogrammum c g e h æquale eſt parallelogrammo a c e f. Sed per 25. e g cum ſit diameter parallelogrammi c g e h, diuidit ipſum per æqualia, quapropter triangulus c g e eſt dimidiũ parallelogrammi c g e h, quare etiam parallelogrammi a c e f, quod eſt propoſitum.

VICESIMAOCTAVA PROPOSITIO.

In omni triangulo rectangulo, quadratum lateris oppoſiti angelo recto, æquale eſt duobus quadratis reliquorum duorum laterum.



Sit triangulus a b c, cuius ãgulus a rectus. Quadrentur tria latera, ſitq; quadratum lateris b c oppoſiti angulo recto, b c d e, dico ipſum eſſe æquale reliquis duobus quadratis, ſcilicet a b f g,

a b c k, quæ sunt laterum angulum rectum contiꝫ
nentium. Ducatur enim ab angulo recto a ad baꝫ
sim d e, quadrati b c d e, perpendicularis quæ seꝫ
cet b c in m & d e in l. Hæc perpendicularis diviꝫ
dit quadratum lateris obtenti angulo recto in duꝫ
o parallelogrãma scilicet b m d l, & m l c e, quoꝫ
rum sinistrũ dico esse æquale quadrato sinistro,
& dextrum quadrato dextro. Horũ utrunq; eo
dem modo probatur. Nam trahantur lineæ a d et
c f, & probabimus quadrangulum dextrum, sciꝫ
licet b m d l, æquale esse quadrato dextro, scili ꝫ
cet f g b a hoc modo. Nam qnadratum f g b a duꝫ
plum est triangulo f b c per præcedentem, constiꝫ
tuuntur enim inter lineas æquidistantes g c & f
b super eandem basim f b. Similiter rectangulũ
b in d l duplum est triangulo a b d. Nam super eã
dem basim b d inter lineas æquidistantes b d & æ
m l ponuntur. Sed trianguli dicti sunt æquales ut
mox probabitur, ergo rectangula ipsa ad æquaꝫ
les triangulos dupla sunt inter se æqualia per seꝫ
xtam conceptionem. Triangulos æquales esse sic
patet, Sunt enim latera f b & c b trianguli f b c
æqualia lateribus a b, b d trianguli a b d, alteriꝫ
alteri, anguli insuper his æquis lateribus contenꝫ
ti sunt æquales, scilicet f b c & a b d, uterq; enim
constat angulo recto & angulo communi a b c,
sunt igitur per secundam trianguli æquales. Eoꝫ
dem modo ostendes sinistrum rectangulum c m l

ℓ æquale esse quadrato sinistro h a c ℓ, ductis lineis a e & b ℓ. Totum ergo quadratum b d c e, æquale est duobus quadratis a b f g, & a h c ℓ, quod erat demonstrandum.

CAPVT SECVNDVM
de Circulis.

DEFINITIONES.

Circulus est figura plana, una linea contenta, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ ad circumferentiam exeuntes, sibi inuicem sunt æquales.

Circumferentia, est linea continens circulum.

Centrũ, est medius ille punctus in circulo.

Diameter circuli, est linea recta quæ per eius cẽtrum transiens, extremitatesq; suas circumferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit.

Semicirculus est figura plana, diametro et medietate circumferentiæ contenta.

Portio circuli, est figura plana, recta linea & parte circumferentiæ contenta, semicirculi aut maior aut minor.

Circulum linea contingere dicitur, quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat.

Chorda, est recta linea, portionẽ circuli cõtinẽs.

Angulus supra arcum consistere dicitur, qui à quo

quolibet puncto arcus, ad terminos chordæ duabus lineis rectis exeuntibus, continetur.

Angulus consistere supra centrum dicitur, qui à duabus lineis rectis à centro ad circumferentiam protractis continetur.

PRIMA PROPOSITIO.

Angulus rectilineus, in semicirculo supra arcum consistens rectus est. In portione uero minore semicirculo, consistens, obtusus. Et in portione, semicirculo maiore acutus est.

Sit circulus a b c, cuius diameter a d c, & in semicirculo a b c consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse rectum. Nam ducatur b d, et protrahatur c b ad e. Et quia lineæ d b & d a per definitionem circuli sunt æquales, erit per quartã primi capitis angulus d b a æqualis angulo d a b. Similiter propter æqualitatem linearum d b & d c, angulus d b c æqualis est angulo d c b. Totus itaq; angulus a b c æqualis est duobus angulis d a b & d c b. At eisdem æquatur per. 23. primi cap. angulus extrinsecus e b a, ergo per primam communem sententiam angulus e b a æqualis est angulo a b c, ergo per definitionem anguli recti, uterq; est rectus, patet igitur propositum. Rursus in portione c b a minore semicirculo, consistat angulus rectilineus c b a, dico eum esse obtusum.

Ducatur per centrum circuli quod sit d linea a d e, & iungatur b e. Et quia angulus a b e consistit in semicirculo, ideo per primam huius propositionis est rectus, sed angulus a b c est maior eo, per definitionem igitur obtusus est. Porrò in portione a b c semicirculo maiore consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse acutũ. Ducatur per centrum linea a d e & linea b e. Et quia angulus a b e in semicirculo consistit, igitur est rectus, angulus uero a b c, est minor eo, ergo per definitionem est acutus.

SECVNDA PROPOSITIO.

Circuli propositi centrum inuenire.

Sit circulus a b c, eius centrum sic inueniemus.

Protrahatur ut lubet chorda a b, & super altera eius extremitatem constituatur angulus rectus, uerbi gratia, super terminum b, sit locatus a b c angulus rectus ducta linea a b c usq; ad circumferentiam circuli. Deinde ducatur linea a c, eaq; per medium diuidatur in puncto d, hunc dico esse centrum circuli. Nam per hypothesim angulus a b c est rectus, ergo per conuersam præcedentis, portio a b c in qua consistit est semicirculus, linea itaq; a c diameter, punctusq; eius medius d centrum.

TERTIA PROPOSITIO.

Si linea à centro exiens, chordam per æqualia secuerit, ad eã erit perpẽdicularis.

Sit

Sit circulus a b, cuius centrum c, à quo exten
ſa recta c d, chordam a b per æqualia ſecet in pun
cto d, dico perpendicularem eſſe c d ad a b. Tra=
hantur c a & c b lineæ. Et quia trianguli a c d la
tera æqualia ſunt lateribus trianguli c d b. Eſt e=
nim per hypotheſim a d æqualis d b, & per defini
tionem circuli c a æqualis c b, communis autem
utriq; triangulo c d. Ideo per tertiam primi, an=
guli c d a & c d b ſunt æquales, quare uterq; rec=
tus, linea igitur c d perpendicularis eſt ad lineam
a b per definitionem.

QVARTA PROPOSITIO.

Si in diametro circuli præter centrum,
ſignetur punctus, & ab eo ad circumferen
tiã plurimæ lineæ ducãtur. Quæ per centrũ
tranſierit, erit oĩum longiſſima. Et quæ diá
metrũ perfecerit, omniũ erit breuiſſima.
Reliquæ quæ centro propiores fuerint, re
motioribus erunt longiores.

Sit punctus ℔ ſignatus in diametro a f, cir=
culi a b c d, cuius centrum h, & ducãtur ab eo ad
circumferentiam lineæ ℔ b, ℔ c, ℔ d, ℔ e; Dico a h ℔
quæ per cẽtrum tranſit, omnium eſſe longiſſimã,
℔ f, quæ diametrum perficit, omnium breuiſſimã,
℔ b longiorem eſſe ℔ c, q̃ centro propinquior ſit.
Et eadem ratione c ℔ longiorem eſſe d ℔, atq; de a
lijs ſimiliter. Connectantur h b, h c, h d. Quoniã
per decimã primi ca. in triangulo ℔ h b, duo late=

ra ℰ h, & h b ſunt maior a latere ℰ b, & a h & h b per definitionem circuli ſunt æquales. Ideo per ſecundam conceptionem, a h ℰ æqualis eſt duabus b h & h ℰ, quare & a h ℰ maior eſt b ℰ. Rurſus quoniã b h æqualis eſt c h, & h ℰ eſt cõmunis. Ideo per ſecundam conceptõem b h & h ℰ lineæ ſunt æquales c h & h ℰ lineis, et angulus b h ℰ maior eſt pernonam cõmunem ſententiã, angulo c h ℰ. Ideo per decimã octauam primi capitis baſis b ℰ maior eſt baſi c ℰ. Et ob eandem rationem c ℰ maior eſt d ℰ, & d ℰ maior e ℰ. Cõſtat ergo eam quæ per centrũ tranſit, omnium eſſe longißimam, & propinquiores centro, remotioribus longiores eſſe. Rurſus d ℰ & h ℰ per decimamquartam primi capitis maiores ſunt d h. at d h per definitõem circuli æqualis eſt f h, igitur d ℰ & ℰ h maiores ſunt h f, ergo per quartã communẽ ſententiã, ablata utrinq; ℰ h communi, reliqua d ℰ maior erit f ℰ. Eadem ratione f ℰ minor eſſe oſtẽderetur quàm e ℰ, ſi protracta eſſet è centro h e. Manifeſtum eſt ergo f ℰ quæ diametrum perficit omnium eſſe minimam.

QVINTA PROPOSITIO.

Si extra circulum ſignetur punctus, & ab eo ad circumferẽtiam, ſecantes eam, plurimæ ducantur lineæ. Quæ per centrum tranſierit, omnium erit longißima. Centro autem propiores, remotioribus longiores. Particularum autem quæ exa

extrinſecus circumferentiæ applicantur, brcuiſſima erit quæ diametro continuatur. & ei propinquiores remotioribus breuio= res.

Sit extra circulum ẽ e d c b, cuius centrũ n pũctus aſſignatus, & ab eo ad circumferentiam, ipſam ſecando trahantur plurimæ lineæ, ut a n b, a h c, a g d, a f e. Dico inter eas, a n b quæ per centrum tranſit, omnium eſſe longiſſimam, reliquas uero quo centro propinquiores, eo lõgiores. Præterea dico inter particulas dictarũ linearũ exteriores, a ẽ q̃ diametro cõtinuatur, breuiſſimã eſſe, & reliquas tãto minores, quãto huic breuiſſimæ uiciniores. Prima pars oſtenditur, ducantur n c, n d, n e. Et quia a n & n c æquales ſunt lineæ a n b, maiores autem per decimamquartam quàm a c, erit a n b quoq; maior a c. Simili modo a n b maior oſtenditur cæteris ex puncto a ductis. Secunda pars ſic aſtruitur. Et quia a n, & n e ſunt æquales a n, & n d lineis, ãgulus uero a n e maior eſt angulo a n d. Ideo per decimãoctauã primi a c baſis maior ẽ a d baſi. Haud aliter docebis a d maiorẽ eſſe a e. Tertia pars probatur protractis lineis n h, n g, n f. Nam a h, & h n, ſunt per decimamquartam primi capitis maiores a n, ideo per quartam cõcm ſententiam. Si ab eis æqualia auferantur n ẽ, & n h, erit a h reſidua maior a ẽ. Eodẽ modo omnes aliæ exteriores particulæ

cõuincuntur maiores esse a f. Quarta pars sic ostenditur. Nam a n & n h sunt æqualia lateribus a n, & n g, angulus autem a n h minor angulo a n g, basis igitur a h per 18 primi minor est basi a g.

SEXTA PROPOSITIO.

Si circulum recta linea contingat, & à puncto cõtactus ad centrum ducatur recta linea, ipsa erit ad contingentem perpendicularis.

Sit linea a b contingens circulum c e in puncto c, à quo ad centrum d, ducatur recta linea c d, quæ si non est perpendicularis ad cõtingentem a b, sit d f perpendicularis ad eam secans circũferentiam in puncto e. Et quia angulus d f c est rectus, erit angulus f c d minor recto propter 24. primi. Latus igitur d c per 13. primi ca. maius erit latere d f, sed d c est æqualis d c per definitõem circuli, ergo & d c erit maior d f, pars suo toto, quod est impossibile.

SEPTIMA PROPOSITIO.

A puncto dato ad circulum ducere lineam contingentem.

Sit punctus datus a, circulus b f c, centrum eius d. Ex puncto a ad circulum b f c, sic ducitur contingens. Punctum a iunge cum centro circuli d linea recta, quam per æqualia diuide in puncto c, factoq; eo centro, duc circulum occultum, qui secet circulũ datũ b f c in duob. pũctis b & c.

Deinde

Deinde à puncto dato a ad puncta sectionum b & c trahantur lineæ rectæ a b & a c, has dico circulum contingere. Ducantur à centro d ad puncta intersectionum lineæ d b & d c, & circulus super e cẽtro scriptus fiat manifestus. Et quia uterq; angulorum d c a & d b a consistit supra arcũ in semicirculo circuli descripti super centro c, ideo per primam huius cap. uterq; est rectus, & uterq; continetur linea ducta à centro parui circuli b f c ad punctum quo linea ex puncto a ducta circulum b f c tangit. Ideo per cõuersam præcedentis lineæ a b & a c contingunt circulum b f c, quod erat demonstrandum.

OCTAVA PROPOSITIO.

In circulo angulus consistens super centrum, duplus est eius qui super circumferẽtiam consistit, quando anguli eandem basim habuerint.

Sint in circulo a b c cuius centrum d, super unã basim, id est, arcum a c duo anguli, quorum alter a b c super arcum consistat, alter autem a d c super centrum, dico angulum a d c centralem esse duplũ ad ãgulũ a b c cicũferẽcialẽ, quod sic ostẽditur. Aut eñ latera circũferẽtialis ãguli includunt angulum centralem, ut in prima figura, aut alterum ex lateribus angulum circumferentialem continentibus fit una linea cum altero lateri ãguli centralis ut in secunda figura. Aut unum

C 3

ex lateribus anguli circumferentialis secat alte
rum ex lateribus anguli centralis ut in tertia fi=
gura. Includant ergo primo latera anguli ad cir
cumferentiam b a, & b c, angulum a d c centra=
lem, & trahatur linea b d e. Et quia angulus a d
e extrinsecus per 23. primi cap. est æqualis duob.
angulis intrinsecis & oppositis, d b a, d a b, & hi
sunt æquales, per quartã primi cap. est enim d b
æqualis d a per definitionẽ circuli, ideo angulus
a d e duplus erit anguli d b a, propter eandẽ caus
sam angulus e d c duplus est ad angulũ d b c, to=
tus igitur a d c centralis duplus est ad a b c angu
lũ circumferentialem. Secundo sit latus a b angu
li ad circũferentiã una linea cum latere a d angu
li ad centrum ut in secunda figura. Et quia angu
lus a d c æqualis est per 23. primi capitis duobus ĩ
trinsecis angulis d b c & d c b. Hi autẽ sunt æqua
les per quartam primi. Ideo ad unum eorum, hoc
est, angulum a b c circumferentialem, duplus est
angulus a d c centralis. Tertio latus a b ãguli ad
circumferentiam secet latus d c anguli ad cen=
trum ut in tertia figura. Producatur linea b d us
que ad e. Per 23. igitur primi erit angulus e d c æ
qualis duol us angulis d b c & d c b, hi autem sũt
æquales p r. 4. primi capitis. Ideo angulus e d c
duplus est ad angulum d b c. Præterea angulus e
d a per eandem 23. primi duplus est ad angulum d
b a. Dempto igitur hinc duplo e d a, illinc simplo

d b

d b a, erit residuus a d c centralis duplus ad residuum a b c circumferentialem, quod erat demonstrandum.

NONA PROPOSITIO.

In eadem portione quotlibet anguli super arcum consistentes æquales sunt.

Quod uniuersaliter proponitur de angulis consistentibus super circumferentiam, demõstratur tantum de his angulis qui super arcum maiorem semicirculo consistunt. Non attinet enim id demonstrare de angulis super semicirculum consistentibus, quos omnes prima propositio huius capitis docuit esse rectos, & ea propter æquales prima petitione astipulante. De ăgulis autem ad arcum minorem semicirculo, non potest ostendi eos esse æquales, nisi prius sequens propositio demonstretur. In portione igitur a c d e b maiore semicirculo consistant super arcum anguli a c b, a d b, a e b, dico eos esse æquales. Nam à centro circuli f ducantur lineæ f a & f b. Et quia angulus a f b centralis super ea stat basi super qua angulus a c b, circumferentialis igitur ad eum duplus propter præcedentem, & eadem ratione erit duplus ad angulum a d b & angulum a e b, ergo per septimam communẽ sententiam sunt inter se æquales.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

DECIMA PROPOSITIO.

In circulis quadrilaterorum existenti um anguli oppositi, duobus rectis sunt æ quales.

Sit circulus a b c d, et in eo quadrilaterũ a b c d, dico quoslibet duos eius angulos oppositos simul duobus rectis æquari, Nam ex prima huius per spicuum est unum angulum rectũ à semicirculo suscipi, quapropter duo recti anguli à toto suscipiuntur circulo, Sed quicunq; duo anguli oppositi in quadrilatero a b c d à toto suscipiuntur circulo, ergo æquales sunt duobus rectis, ut angulus b a d suscipitur ab arcu b a d & angulus b c d suscipitur ab arcu b c d, arcus autem b a d & b c d totum circulum integrant, ergo patet propositum. Quòd si angulos a d c & a b c consyderes, idem experieris. Ex hac propositione liquidum est, quotlibet angulos consistentes super arcũ in portione minore semicirculo esse æquales. Nam singuli eorum cum angulo consistente in reliqua portione faciunt quadrilaterum, et propter hãc propositionem singuli eorum cum angulo reli quæ portionis æquales sunt duobus rectis, per primam ergo petitionem, singuli cũ angulo portionis reliquæ sunt æquales singulis cum eodem angulo, ablato ergo undiq; communi angulo, cõsistente scilicet in reliqua portione, relinquen tur

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

tur inter se æquales anguli consistentes in portio ne minore semicirculo.

VNDECIMA PROPOSITIO.

Si circulum linea recta contingat, & à contactu in Circulum, quædam cum dispescens recta linea, præter cẽtrum ducatur, anguli quos cum contingente facit, æquales sunt eis qui in alternis circuli portionibus consistunt angulis.

Sit linea a d b contingens circulum d e f h, cuius centrum g & a puncto contactus d trahatur præter centrum linea d f, quæ secet circulum in duas portiones, sinistram d e f, dextram d h f, faciatq; angulos duos cum contingente b d f sinistrum, et a d f dextrum. Dico angulum sinistrũ quem facit linea d f cum contingente, scilicet b d f, æqualem esse angulo quem suscipit dextra circuli portio d h f. Et angulum dextrum quem facit linea d f cum contingente scilicet a d æqualem esse angulo quem sinistra suscipit portio d e f. Trahatur à puncto contactus per centrum linea d g h & connectatur f h, Constituatur etiam in portione d e f angulus ut lubitum fuerit. Quicquid de his duobus angulis mõstratum fuerit, de omnibus ab his duabus portionibus, susceptis indubitanter procedet. Sunt enim omnes, qui ab eadem portione suscipiuntur anguli, æquales pernonam huius. Et quia angulus d f h in semicircu-

lo consistit, ideo per primam huius est rectus, re-
liqui ergo duo anguli, de triangulo d f h, simul u-
ni recto æquantur per 24. primi capitis, angulus
quoq; totus b d h rectus est per sextam huius, per
primam itaq; petitionem duo anguli d h f & f d
h æquales sunt angulo b d h. Ablato ergo commu
ni angulo f d h, erunt residui b d f & f h d æqua-
les, quæ fuit propositi una pars. Rursus duo an-
guli f h d & f e d in quadrilatero f h d e per deci
mam huius sunt æquales duobus rectis. At per de
cimam primi capitis, duo anguli b d f & a d f æ-
que sunt duobus rectis pares, ergo per primam
postulationem duo anguli f h d & f e d sunt æqua
les duobus angulis b d f & a d f. Ablatis ergo æ-
qualibus utrinq; angulis, hinc quidem f h d, illic
autem b d f erunt per tertiam conceptionem resi
dui anguli d e f & a d f inter se æquales, quæ est
propositi altera pars.

DVODECIMA PROPOSITIO.

Cuicumq; triangulo circumscribere circulum.

Sit triangulus a b c, cui circumscribitur circu
lus hoc modo. Pes immobilis circini ut libet ex-
tenti ponatur primo in a, & altero pede fiant du
o occulti arcus, alter supra lineam a b, alter in-
fra eam. Deinde circino non uariato pedem immo
bilem transfer ad angulum b, & priores arcus
in-

interſecca, punctaq; ſectionum iunge linea recta. Similiter fiant duæ interſectiones ſupra & infra lineam a c, aut b c, & interſectiones ut antea iunge linea recta. Hæc cum priori concurret, cõcurrat autem in puncto d, hunc dico eſſe centrum circuli circumſcribendi triangulo a b c, Nam ab angulis ad punctum d trahe lineas rectas d b. d a. d c. hæ facile probantur eſſe æquales, per ſecundam primi capitis. Lineæ enim ſectiones iungentes ſecant latera trianguli per media, & ſũt ſuper eas perpendiculares.

CAPVT TERTIVM

De proportione.

Proportio, eſt duarum quantitatum eiuſdem generis, inter ſe habitudo.

PROportio eſt duplex, Rationalis & irrationalis.

PROportio rationalis, eſt quæ denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates cõmenſurabiles.

PROportio irrationalis, eſt quæ non denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates incommenſurabiles, ut inter coſtam et diametrũ quadrati, q̃ aſymmetræ ſunt.

PROportio rationalis eſt dupiex, æqualitatis et inæqualitatis.

PROportio æqualitatis, eſt quando æquale ad æquale comparatur, ut. 4. ad. 4.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

PROportio inæqualitatis, est qua inæqualia inter se conferuntur, ut 8. ad. 4.

PROportio inæqualitatis est duplex, maioris inæqualitatis, & minoris.

PROportio maioris inæqualitatis, est quãdo mai or quãtitas cõparatur ad minorẽ, ut. 4. ad. 2.

HVIVS quinq; sunt species. Multiplex, superparticularis, superpartiens, Multiplex superparticularis, multiplex superpartiens.

MVLTIPLEX est quando maior continet minorem plus quàm semel, ut. 12. ad. 3. Hæc crescit in infinitum. Nã alia est dupla, alia tripla etc.

SVPERPARTICVLARIS est, quãdo maior cõtinet minorem, & insuper aliquam eius partem. Et hæc decrescit in infinitũ. Sunt eius species, sesquialtera quando maior continet minorem, & minoris dimidium. Quòd si ultra summam minoris maior continet eius tertiam partem, uocatur sesquitertia.

SVPERpartiens est quando maior continet minorem & aliquot eius partes, Quòd si continet duas tertias, uocatur superbipartiens tertias, ut. 5 3. Si tres quartas, supertripartiens quartas, ut 7 4.

MVLTIPLEX superparticularis est, quando maior continet minorem, plus quàm semel, et insuper aliquam eius partem. Quòd si continet cum bis & eius dimidium, dupla sesquialtes

terauocatur, ut 5. 2. Siter & tertiampar tem, tripla ſeſquitertia, ut 10. 3.

MVLTIPLEX ſuperpartiẽs eſt quando maior continet minorem plus quàm ſemel, & aliquot præterea partes. Quòd ſi continet eum bis, et duas tertias, uocatur dupla ſuperbipartiens tertias, ut 8. 3. Siter, & tres quartas, triplæ ſuper tripartiens quartas, ut 15. 4.

PROportio minoris inæqualitatis, eſt quãdo minor quantitas comparatur ad maiorem, ut. 2. ad. 4. Et eius tot ſunt ſpecies, quot maioris inæqualitatis, neq; differunt ab illis nomine, niſi q, uocabulis proportionum maioris inæqualitatis additur præpoſitio ſub, ut ſub multiplex 2. 4. Subſuperparticularis. 2. 3. &c.

DENOMINATIO proportionis, minoris quantitatis ad maiorem eſt pars uel partes, ut denominatio proportionis inter. 3. & 5. eſt $\frac{3}{5}$. & inter. 2. 4. $\frac{1}{2}$

DENOMINATIO proportionis, quãtitatis maioris ad minorem eſt totum, uel totum et pars uel totum & partes ut denominatio proportionis. 4. ad. 3. eſt. 1. $\frac{1}{3}$.

TERMINI proportionis, ſunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis ſeſquialteræ termini ſunt. 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non poſſunt.

PROPOSITIO PRIMA.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Numeros datæ proportionis ad termi-
nos eius reducere.

Diuidatur maior numerus per minorẽ, & mi-
nor per residuum diuisionis prioris, et residuum
primæ diuisionis per residuum secundæ diuisio-
nis, fiatq; talis reciproca diuisio, donec occur-
rat aliquis numerus qui diuidendum totum con-
sumat. Deinde per hunc numerum ultimo occur-
rentem, diuide utrosq; numeros proportionis da-
tæ, qui exeunt sunt minimi numeri, hoc est, termi-
ni eius proportionis. Vt numeri proportionis q̃
est inter 30. & 18. sic rediguntur ad terminos pro-
portionis. Triginta diuidantur per. 18. & relin-
quentur 12. per quæ diuidantur. 18. & relinquen-
tur. 6. per quæ rursus diuidantur 12. & consumẽ-
tur, Per hunc ergo senarium diuidantur numeri
dicti scilicet 30. & 18. exibuntq; 5. 3. termini scili-
cet proportionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quòd si in tali recipro-
ca diuisione ad unitatem perueniretur, ipsos da-
tos numeros esse terminos neque posse minores
reperiri.

SECVNDA PROPOSITIO.

Cuiuscunq; proportionis datæ denomi-
nationem inuenire.

Si proportio data fuerit maioris inæqualita-
tis, diuide maiorem numerum per minorem, &
numerus qui exit, denominatio est proportionis
da-

datæ. Si uero proportio data fuerit minoris inæ qualitatis, superponẽ minorem maiori interie ctа uirgula, more minutiarum uulgarium, et hæ bebis denominationem, reducendi tamen sunt nu meri ad terminos per præcedentem, si cubi opus (fuerit.

TERTIA PROPOSITIO.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorũ una proportio.

Vt 3. & 2. multiplicẽtur senario, & proueni ent 18. & 12. eandẽ custodientes proportionẽ quã 3. & .2. Similiter e diuerso, Si unus numerus, duos diuidendo utruq; consumat, erit diuisorũ & quotientũ una proportio, ut 6. consumit. 18. & 12 exeunt quotientes 3 & 2 in eadẽ proportione.

QVARTA PROPOSITIO.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicẽtur antecedẽtes proportionũ datæ rũ inse, & deide consequẽtes in se, producti nu meri custodiẽt proportionẽ cõpositã ex duabus datis, ut proportio 3. ad 2. sit addenda proportio ni 4. ad 3. Multiplico prio 3. & 4. antecedentes in se & proueniunt 12. deinde 2. & 3. id est, consequẽ tes in se, & prouenũt 6. Inter 12. igitur & 6. est proportio cõpositа ex duabus datis proportioni bus. s. 3. ad. 2. & 4. ad 3. Nã multiplicetur anteces dens unius proportiõis in cõsequentẽ alterius, ut 3 in 3 proueniunt 9, qui statuantur inter 12 & 6. hoc modo 12 9 6.

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

In his itaq; tribus numeris uides dictas duas proportiones. Nam .12. ad .9. est proportio, sicut .4. ad .3. & .9. ad .6. sicut .3. ad .2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

QVINTA PROPOSITIO.

Proportionem à proportione subtrahere.

Antecedens maioris proportionis multiplicetur in consequentem minoris, deinde consequens maioris in antecedentẽ minoris, duo numeri producti, custodient proportionem residuam, ut .4. ad .3. proportio sit subtrahenda à proportione .3. ad .2. facio ergo ut dictum est, & relinquitur proportio .9. ad .8. Nam multiplicetur antecedẽs maioris in antecedentem minoris, & productũ status ante dictos numeros hoc modo .12. 9. 8. Nonne .12. ad .8. proportio est sicut .3. ad .2. à qua si abiecẽris proportionem .12. ad .9. id est .4. ad .3. relinquitur proportio .9. ad .8.

SEXTA PROPOSITIO.

Quotlibet proportiones eiusdem denominationis continuare.

Quærantur per primam, datæ proportionis termini. Et pro duabus continuandis, ducatur antecedens datæ proportionis primo in se; deinde in consequentem, postremo consequens in se tres numeri producti duas custodiunt proportiones similes datæ. Verbi gratia. Sint duæ sesquialteræ continuandæ. Proportionis sesquialteræ termi-

ni sunt 3 & 2. Multiplico igitur 3 in se, deinde in 2. Postremo 2. in se, & nascuntur numeri. 9. 6. 4. custodientes duas sesquialteras. Si tres sesquialteræ fuerint continuandæ, ducatur maior terminorum in tres modo inuentos, et minor terminus in ultimum, et exorientur 4 numeri tres sesquialteras seruantes, ut 3 multiplicati in 9, 6, 4. generant. 27. 18. 12. & binarius in 4 ductus procreat 8. sicq; sũt producti quatuor numeri 27, 18, 12, 8. custodientes tres sesquialteras, Si quatuor sesquialteras continuare placuerit, ducatur maior terminus in quatuor iam nunc inuẽtos, & minor terminus in postremum, et habebis quinq; numeros, quatuor sesquialteras continuatas retinentes, ut 81, 54, 36, 24, 16.

CAPVT QVARTVM.

De Proportionalitate.

PROPortionalitas est proportionũ similitudo.

QVANtitates dicuntur proportionales, quarum una est proportio.

Proportionalitas est duplex, continua & discontinua.

CONtinua est quando omnes quantitates sunt antecedentes & consequentes, præter primam quæ est antecedens tantum, & ultimam q̃ est consequens tantum. Et hæc reperitur ad minimum in tribus terminis, ut 4, 2, 1.

DIScontinua est quando nulla quantitas simul et

antecedens est, & consequens, ut 12. 6. 8. 4. Et hæc ad minimum in quatuor reperitur terminis.

SEX sunt species proportionalitatis, Conuersa, Permutata, Coniuncta, Disiuncta, Euersa, & Aequa.

CONVERSA est, quando est prima ad secundam, sicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur secunda esse ad primam sicut quarta ad tertiam, ut si est 3 ad 4. sicut 6 ad 3. erit cõuerso 4. ad 3. sicut 3 ad 6.

PERMVTATA est, quando prima est ad secundam, sicut tertia ad quartam, et ex hoc cõcluditur prima esse ad tertiam, sicut secunda ad quartã, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit permutatim 8 ad 6. sicut 4 ad 3.

CONIVNCTA est, quando est prima ad secundam, sicut tertia ad quartam. & ex hoc infertur prima cum secunda esse ad secũdam, sicut tertia cũ quarta ad quartam, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit coniunctim 12 ad 4. sicut 9 ad 3.

DISIVNCTA est, quando est prima ad secundã, sicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur excessus primæ super secundam esse ad secundam, sicut excessus tertiæ super quartam ad quartam, ut si est 18 ad 6. sicut 9 ad 3. erit disiũctim 12 ad 6. sicut 6 ad 3.

EVERSA est, quando est prima ad secundam, sicut

cut tertia ad quartam, et ex hoc infertur prima esse ad excessum eius super secundam, sicut tertia ad excessum suum super quartam, ut si est 12 ad 4. sicut 9 ad 3. erit euersim 12 ad 8 sicut 9 ad 6.

AEQVA proportionalitas, est quando sunt duo ordines proportionum, & proportiones huius ordinis sunt æquales proportionibus illius ordinis, intermißisq; æquali numero intermedijs in utroq; ordine, infertur eadem esse proportio extremorum, ut sint

24	48
8	16
6	12
3	6

duo ordines æqualium proportionum, & intermittantur utrobiq; duo intermedij, cernes extremorum eandem esse proportionem.

PRIMA PROPOSITIO.

Si fuerint tres numeri proportionales, quod continetur sub extremis, æquum est quadrato medij.

Sint tres numeri continuati in proportione sesquialtera 9. 6. 4. ducantur extremi 9 & 4 in se, producunt 36. quibus æquale est quadratum medij senarij.

SECVNDA PROPOSITIO.

Quemlibet ex tribus proportionalibus ignotum inuenire.

Si alter extremorum ignotus fuerit, quadretur medius, & productũ diuidatur per extremũ

notum, prodibit extremus ignotus. Si medius ignoretur, ducantur extremi in se, & producti radix quadrata erit medius.

TERTIA PROPOSITIO.

Si fuerint quatuor numeri proportionales quod cõtinetur sub extremis, æquũ est ei quod sub intermedijs continetur.

Sint quatuor numeri proportionales 6.3.4.2. extremi ducti in se producũt 12. cui æquale est quod conficitur ex medijs 3. & 4. in se ductis.

QVARTA PROPOSITIO.

Quemlibet ex quatuor proportionalibus ignotum inuenire.

Si quis extremorum ignoretur, ducãtur medij in se, et productũ diuidatur per extremũ notũ, et prodibit extremus ignotus. Quòd si quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicẽtur in se extremi & productus per medium notum distribuatur, prodibit medius ignotus.

QVINTA PROPOSITIO.

Quando productum ex duob. nũeris est æquale producto ex alijs quibuslibet duobus numeris tunc si hi posteriores duo, prioribus duobus interponantur, aut è contrario, erũt hi quatuor numeri proportionales, ut productum ex 12. & 3. hoc est 36. æquatur producto ex 9 & 4. Quare si 9 & 4 interserantur 12 & 3 hoc modo 12.9.4.3. erũt proportionales. Aut si inter 9. & 4. ponantur 12

Sächsische Landesbibliothek – Staats- und Universitätsbibliothek Dresden
gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

& 3. nihilominus erunt proportionales, ut 9. 12. 3. 4.

SEXTA PROPOSITIO.

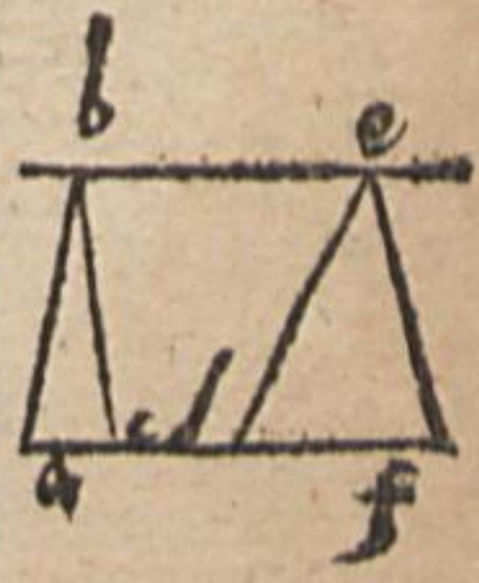
Si totius ad totum est proportio quæ detracti ad detractum, erit residui etiam ad residuum proportio, quæ totius ad totum.

Vt 12 & 8. habent proportionem sesquialteram. Detrahantur itaq; ab eis duo numeri qui eãdem habeant proportionem, ex 12 quidem detrahatur 9. et ex 8 auferantur 6. Dico residuos simili iunctos proportione. Nã subtractis 9. de 12 relinquuntur 3. At 6 de 8 abiectis, remanent 2. 3 aũt respiciunt 2. sesquialtera proportione.

CAPVT QVINTVM.

De Triangulis.

Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidistantes, erit ipsorum triangulorum proportio, quæ est basium, qbus insistunt.



Sint duo trianguli a b c & d e f, inter lineas æqdistãtes b e & a f, dico ipsorum esse proportionẽ quæ est basium. Nam si positi fuerint super baſes æquales trianguli, sunt æquales, si uero super baſes inæquales, & ipsi inæquales per 26. & 27. Quia uero talium triangulorum æqualitas & inæqualitas, concomitatur æqualitatẽ & inæqualitatem basium, necessario erit triangulorũ proportio quæ est basium.

SECVNDA PROPOSITIO.

Si linea recta duo trianguli latera secet, tertio æquidistans, erunt segmenta laterũ proportionalia.

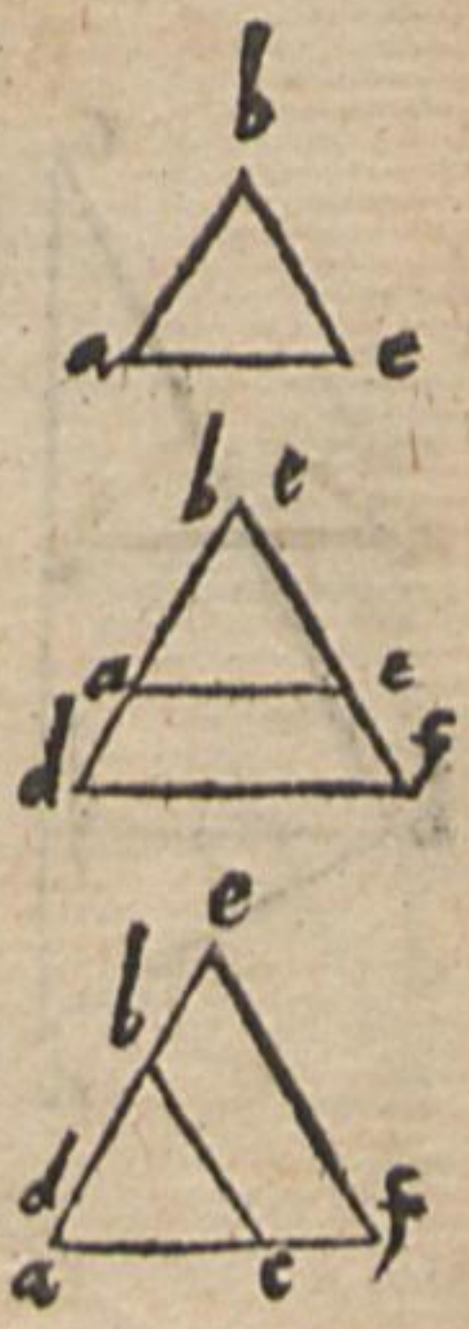
Sit triangulus a b c, cuius latera a b & c b secet linea d e æquidistãter basi a c, dico a d ad d b proportionem esse, sicut c e ad e b. Trahantur enim lineæ d c & e a, Erunt itaq; duo trianguli d e a & d e c æquales. Nam ponuntur super eandem basim d e, ĩter lineas d e et a c æqdistantes, quaproptter habet ad triangulum d e b, eandem proportionem. Sed proportio trianguli a d e ad triangulum d e b, est per præcedentem sicut basis a d ad basim d b. Nam trianguli a d e, & d b e ponuntur inter lineas æquidistantes, quod pateret si duceretur à puncto e æquidistans lineæ a b. Similiter per præmissam proportio trianguli d e c ad triangulum d e b est sicut proportio basis c e ad basim e b. Nam trianguli d e c & d e b ponuntur inter lineas æquidistantes, quod pateret si duceretur à puncto d linea a æquidistans lineæ b c. Cũ ergo triangulorum est eadem proportio, ut modo ostensum, erit per conceptionem primam, & basium eadem proportio, quæ sunt segmẽta, in quæ latera triãguli a b c disiecta sunt, ergo patet propositum.

TERTIA PROPOSITIO.

Duorum triangulorum, æquiangulorũ, latera æquos angulos respitiẽtia sunt proportionalia.

Sint

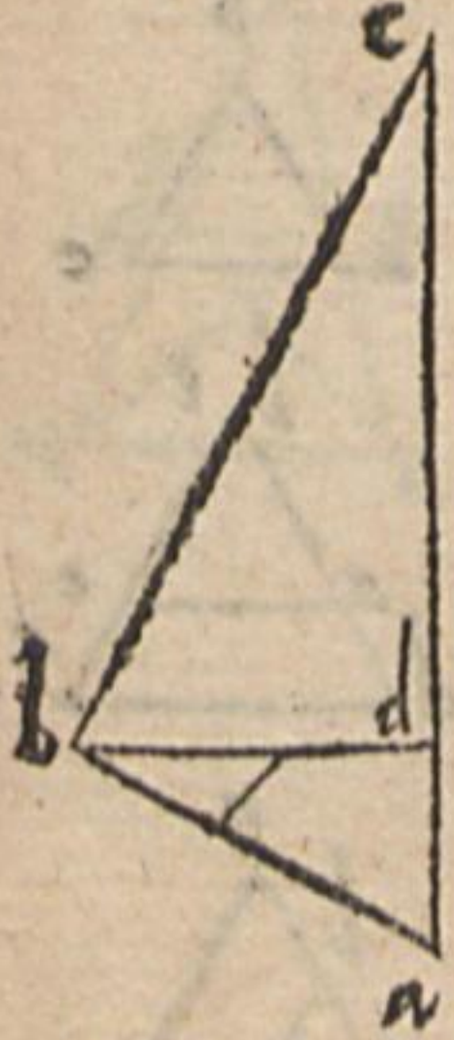
Sint duo trianguli æquianguli a b c & d e f, sitq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f, dico latera æquos angulos aspicientia esse proportionalia, hoc est, proportionem lateris a b ad d e, & a c ad d f, & b c ad e f, esse unam. Nam si trianguli sunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis opposita proportionem æqualitatis. Si uero fuerīt laterū inæqualium, superponatur primo angulus b angulo c. Et quia sunt æquales ex hypothesi, cadet propter octauam conceptionem latus b a super latus e d, & latus b c super latus e f, & quia angulus b a c est æqualis angulo e d f, erit linea a c æquidistans lineæ d f per secundam partem uicesimæ. Nam lineis a c & d f incidit e d linea faciens angulum extrinsecum e a c æqualem intrinseco sibi ex eadem parte opposito e d f, per præcedētem ergo d a ad a b sicut f c ad c b, & per proportionalitatem coniunctam d a e ad a b sicut f c e ad c b. Deinde angulus a congruat angulo d, & simili modo probetur f d esse ad c a sicut e d ad b a, & patebit propositum.



QVARTA PROPOSITIO.

Si ab angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ad basim perpēdicularis, erunt tres triangu-li. s. totalis & duo partiales æquianguli. Vnde perpendicularis inter segmenta basis medio loco erit proportionalis. Item utrunq; latus medio

loco proportionale erit inter totam basim & segmentum sibi conterminalẽ.

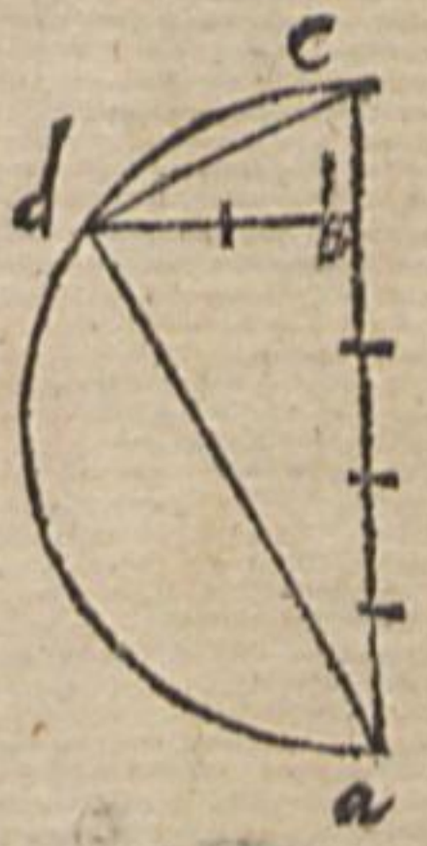


Sit triangulus a b c, cuius angulus b rectus, à quo ad basim a c cadat perpẽdicularis b d. Dico totalem triangulũ a b c, et duos partiales a b d & b d cĩter se esse æqangulos. Nã quilibet eorũ hẽt angulum rectũ, totalis quidẽ a b c, partiales uero, angulos q sunt ad d, cõmunicat insuper uterq; partialiũ cum totali in uno angulo, quare tertij erũt ctiã æquales propter 24. pri. cap. Memẽto igitur angulũ b a d æqualẽ esse ãgulo d b c, & angulũ a b d æqualẽ angulo b c d. Corollarij utraq; pars facile probatur, si diligenter aduerteris, quæ latera æqualib. opponantur angulis. Cũ enim duo partiales trianguli sint æqanguli, erũt per præcedentẽ latera æquos angulos respiciẽtia proportionalia. Latus itaq; a d sinistri trianguli ad latus d b trianguli dextri, est sicut idẽ latus d b trianguli sinistri ad latus d c trianguli dextri. Hic aduerte b d lineã bis sumi, prĩo ut latus dextri trianguli, deinde ut latus sinistri triãguli, et ut uarie sumitur, ita uarios aspicit angulos. Rursus latus a c totalis triãguli ad latus a b sinistri sicut latus a b totalis triãguli ad latus a d sinistri. Viden latus b a medio loco esse proportionale inter totam basim a c, & partem sibi conterminalem a d. Similiter latus a c totalis trianguli ad latus b c dextri, sicut latus b c totalis ad latus d c dextri.

Quinta

Duabus lineis propositis, tertiam inter eas in proportionalitate continua collocare.

Sint duæ lineæ a b, & b c, inter quas lineam medio loco proportionalis inuenitur, hoc modo. Datæ lineæ cõtinuentur in directum, & sint a b c, deinde super eas cõtinuatas ducatur semicirculus a d c, & à puncto b educatur perpendicularis d b usq; ad circumferentiam semicirculi. Hanc dico esse medio loco proportionalem inter lineas a b, & b c datas. Nam protrahantur lineæ d a & d c. Erit itaq; per primam secundi capitis angulus a d c rectus, à quo ad basim a c cadit per hypothesim perpendicularis b d, per præcedentem ergo ipsa b d est medio loco proportionalis inter segmenta basis a b & b c, hoc est, inter lineas datas,



SEXTA PROPOSITIO.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

Sint dnæ lineæ datæ a b, et c, propositũ est eis subiungere tertiam, ad quam se habeat secũda, sicut prima se habet ad secundam. Coniunge ergo angulariter lineæ a b lineam a d æqualem c datæ et connectatur b d. Deinde lineam a b protrahe usq; ad e ita ut b e sit æqualis c datæ, & ex pũcto e educ æquidistantem ipsi b d, quam produc donec concurrat cum a d protracta in puncto f. Dico d f esse eam quæ quæritur. Namĩ triangulo a e f, linea b d secat duo eius latera a f & a e, æquidistãs

tertio, ergo per secundam huius segmenta erunt proportionalia, hoc est a b ad b e, quare etiã ad c, sunt enim positæ æquales, sicut a d, & ob id c, ad d f.

SEPTIMA PROPOSITIO.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehẽsum sub sectionib unius, æquale est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

In circulo a d b c secent se duæ rectæ utcumq; contigerit a b & c d in puncto e. Dico rectangulum quod continetur sub lineis a e & e b, æquale esse ei quod continetur sub d e & e c. Trahãtur a d & c b rectæ. Et quia trianguli a e d & e c b sũt æquianguli, nam angulus a e d æquatur sibi contraposito b e c per undecimam primi capitis, & angulus d a e æqualis est angulo b c e per nonam secundi capitis, suscipiuntur enim ab eodem arcu scilicet d a c b, tertius itaq; angulus tertio æqualis est propter 24 primi capitis. Latera itaq; æquos angulos respicientia, sunt proportionalia per tertiam huius. Ergo a e ad e c sicut e d ad e b, ergo per tertiam quarti capitis, quod fit ex a e in e b æquale est ei quod fit ex e c in e d, quod est propositum.

OCTAVA PROPOSITIO.

Si

Math 1251

Sächsische Landesbibliothek –
Staats- und Universitätsbibliothek Dresden

gefördert von der
Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG

Sächsische Landesbibliothek –
Staats- und Universitätsbibliothek Dresden

gefördert von der
Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG