Moriz Scherz u. C.

1801.

28.

Meinem lieben Herrmann
zum Weihnachtsgeschenk
1827.

Ich wünsche, daß du mit Lust und Liebe die in diesem Büchlein behandelte Wissenschaft der Geometrie unter meiner Leitung treiben magst. —

Herrmann von Beust.

Erleichterter Anfang
einer
gründlichen Kenntniß
der
Geometrie
und
Feldmeßkunst

von

Friederich Christoph Müller
Prediger zu Schwelm und Mitglied der Königlichen Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Mit vielen Holzschnitten.

Schwelm, bei Moriz Scherz u. C.
1801.

Vorrede.

Es finden sich hin und wieder, noch viele junge Leute, z. B. Officiere, Oekonomen, Fabrikanten, Profeßionisten, auch manche Schullehrer und Candidaten, die Lust haben Geometrie und Feldmeßkunst zu lernen, und denen diese Kenntniße auch sehr nützlich werden könnten, wenn sie nur eine, für sie, ganz faßliche Anleitung dazu in Händen hätten. Nun fehlt es zwar an solchen Anleitungen, heute zu

Tage nicht. Die Schriften z. E. eines Karsten, Häseler, Michelsen, Burja, von Winterfeld (vieler anderer zu geschweigen,) sind bekannt und verbreitet genug. Allein so groß auch die darin herrschende Deutlichkeit seyn mag, so ermüdet doch der Selbstlehrling über ihrer Weitläuftigkeit.

Ich habe deßwegen den gegenwärtigen Versuch gemacht, gedachte Wißenschaften, in möglichste Kürze, und doch mit der erforderlichen Deutlichkeit und Gründlichkeit, vorzutragen. Diese Eigenschaften habe ich dadurch zu erhalten gesucht, daß ich alles was zu keinem praktischen Nutzen führet, oder was sich von selbst verstehet, erklärt, und bei der Ausübung finden wird, wie auch alle metaphysische Betrachtungen und geometrische Feinheiten, weggelaßen, und das Nothwendige und Brauchbare, in einer etwas andern, als in der gewöhnlichen Ordnung aufgestellt habe.

So habe ich z. B. nicht einmal erklärt was Mathematik, was Geometrie, was Feldmeßkunst ist u. s. w. Die Beschäfftigung mit dieseu Wissenschaften, giebt davon deutlichere und anschaulichere Begriffe, als allgemeine Definitionen geben können. So habe ich die drei Theoreme von der Gleichheit der Dreiecke, (worauf sich doch die ganze Geometrie stützt,) nicht gleich bewiesen. Der Beweis findet sich hernach bei der Construction der Dreiecke von selbst, u. s. w.

Auch trägt der Umstand, daß ich die Figuren zwischen den Text habe drucken laßen, viel zur Kürze und Deutlichkeit bei. Dadurch werden viel Hinweisungen, Buchstaben und Ziffern (die immer die Aufmerksamkeit unterbrechen und Mühe und Aufenthalt verursachen,) erspareت.

Ich habe mich, beinahe durchaus deutscher Kunstwörter bedienet, und mich nur derjenigen enthalten, die zuweilen, entweder eine Kakophonie, (z. B. der halbe Halbmeßer, statt der halbe Radius) oder ein Mißverständniß, (z. E. Das Mittelpunkt des Bogens, statt das Centrum, woraus der Bogen beschrieben ist,) verursachen könnten, oder noch zu ungebräuchlich sind, um die bisher gewöhnlichen schon zu verdrängen. z. E. Rundsäule, statt Cylinder, Ecksäule statt Prisma u. s. w.

Die Beweise könnten wohl etwas häufiger angebracht und strenger seyn. Allein da es denjenigen, die von diesem Buche Gebrauch machen werden, wohl mehr um die Praxis, als um die Theorie zu thun ist, so habe ich es zweckmäßiger gefunden, nur hin und wieder, Beispiele, von vollkommener geometrischer Schärfe, aufzustellen. Wer dieselbe dann tiefer studieren will, wird, wenn er mein Buch verstehet, gewiß auch die bekannten Wolfischen, Segnerschen, Kästnerschen u. a. Anfangsgründe und Lehrbücher, lesen können.

Ongeachtet nun dieses Buch, hauptsächlich nur für Anfänger und Selbstlehrlinge (deren viele mich um die Abfaßung und Herausgabe deßelben, ersucht haben,) geschrieben ist, so werden doch auch Geübtere, manches darinnen antreffen, was ihnen neu ist; wohin ich besonders die Vereinfachung und zweckmäßigere

Einrichtung, mancher geometrischen Werckzeuge und Operationen, rechne, die mich theils öftere Praxis, theils der Unterricht mehrerer jungen Leute, die dem Staate gegenwärtig als Officiere und Baubeamte dienen, in einer dreißigjährigen Erfahrung gelehret hat.

Denjenigen welche es zum ersten Anfange gebrauchen und schnelle Fortschritte machen wollen, gebe ich den Rath, daß sich ihrer zwei oder drei vereinigen, um daßelbe gemeinschaftlich zu lesen, gemeinschaftlich zu meßen und zu zeichnen, Werkzeuge zusammen zu setzen, zu prüfen, zu berichtigen u. s. w. Dadurch wird die Aufmerksamkeit mehr gespannt, die Beschäftigung wird unterhaltender und die Ausübung angenehmer, zu geschweigen, daß man bey letzterer ohnedem einen oder mehrere Gehülfen haben muß.

Zum weiteren Nachlesen empfehle ich die vortrefliche praktische Geometrie des Herrn Hofrath Mayers, zu Göttingen.

Als eine Sache die sich von selbst verstehet, setze ich voraus, daß man sich in der Rechenkunst eine gründliche Kenntniß und die nöthige Fertigkeit erworben habe. Auch über diese Wißenschaft habe ich einen erleichterten Anfang geschrieben, welcher im vorigen Jahre bei dem nehmlicher Verleger, hieselbst, herausgekommen ist, und eine, dem gegenwärtigen Buche, ganz ähnliche Einrichtung hat. Er beträgt nur 68 Seiten.

Auf Algebra, Trigonometrie und höhere Geometrie, habe ich verschiedentlich hin gewiesen und den Nutzen dieser Wissenschaften in der Geometrie und Feldmeßkunst, bemerkbar gemacht. Vielleicht wird dadurch bey dem Einem oder Andern Lust und Trieb erweckt, sich auch mit diesen Wissenschaften näher bekannt zu machen. In diesem Falle, bin ich bei geäußertem Verlangen mehrerer Liebhaber, gar nicht abgeneigt, sie, zu seiner Zeit, auf eine ähnliche kurze und faßliche Art abzuhandeln.

Begriffe von Linien und Winkeln.

Wenn man etwas Schweres, (z. E. eine Bleikugel,) an einen Faden bindet und frei schweben läßt, so entstehet ein Loth. (Perpendikel.)

Der Faden bildet alsdann eine gerade Linie, und diese nennt man eine lothrechte (senkrechte, perpendikulare oder vertikale) Linie oder kurz eine Lothlinie.

Eine gerade Linie, die man sich auf der Oberfläche eines stillstehenden Waßers gezogen denket, heißt eine horizontale (oder Waßergleiche) Linie, oder kurz eine Waßerlinie.

Läßt man ein Loth ins Waßer hängen, und stellt sich durch das Punkt, in welchem die

Lothlinie, die Oberfläche des Waßers durchsticht, Waßerlinien gezogen vor, so bildet die Lothlinie mit denselben rechte oder gerade Winkel. Das will sagen: in jeden Zusammenstoß einer Lothlinie und einer Waßerlinie paßet ein richtiger Winkelhaken.

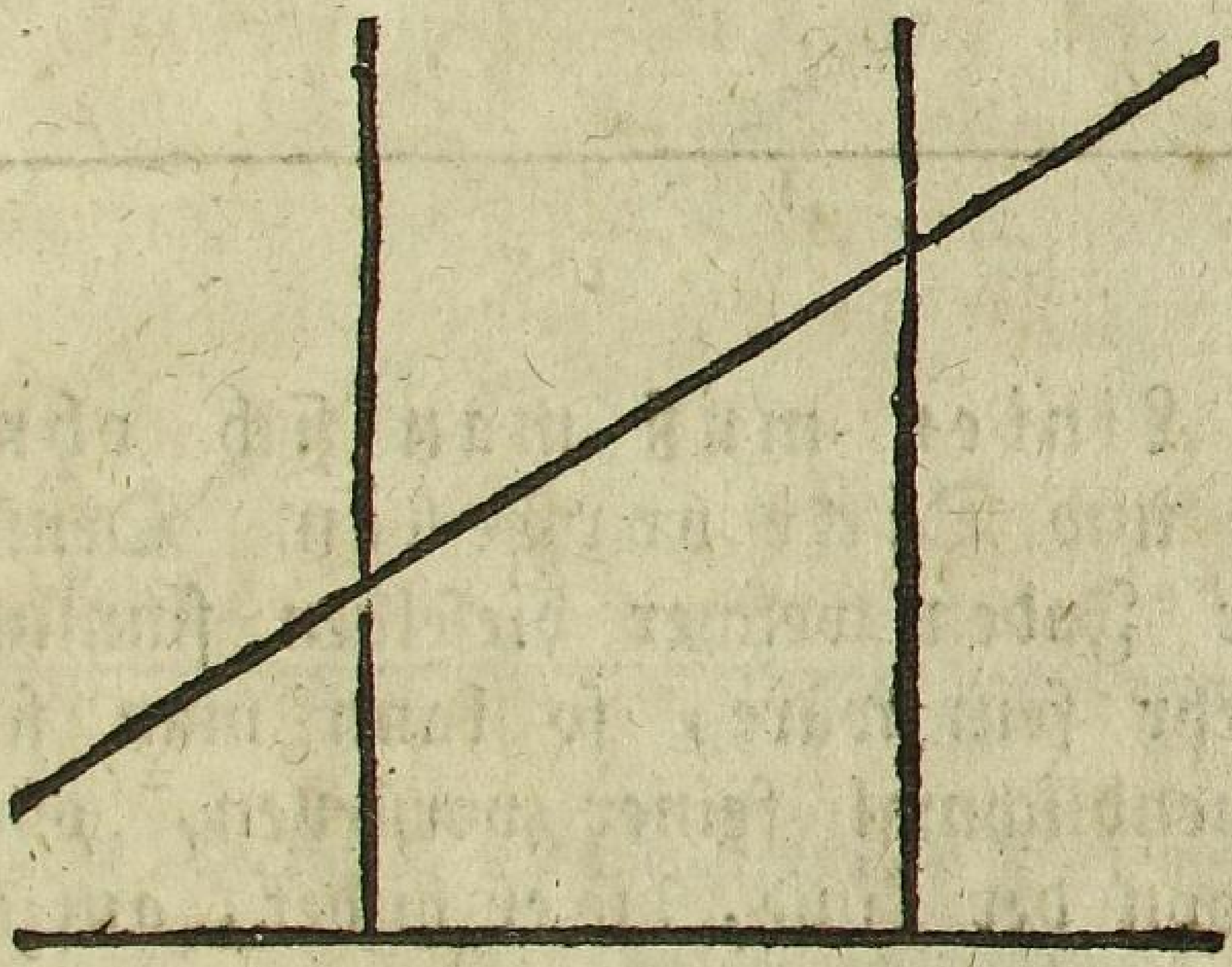
Hängt man zwei Lothe in einiger Entfernung neben einander, so stehen ihre Fäden oben und unten gleich weit von einander ab. Solche Linien die immer gleichen Abstand von einander behalten, nennt man gleichlaufende Linien, oder Parallelen.

Linien, die weder lothrecht noch waßergleich sind, werden schiefe Linien genannt.

Der Winkel, den sie mit einer lothrechten oder waßergleichen Linie bilden, heißt ein schiefer Winkel, und zwar ein spitziger wenn er kleiner ist als ein rechter Winkel; ist er hingegen größer, so heißt er ein stumpfer Winkel.

Parallelen, werden von einer schiefen Linie unter einerlei Winkel durchschnitten. Denn es ist kein Grund vorhanden, warum die eine, von der nehmlichen Linie, unter einem andern Winkel durchschnitten werden sollte, als die andere.

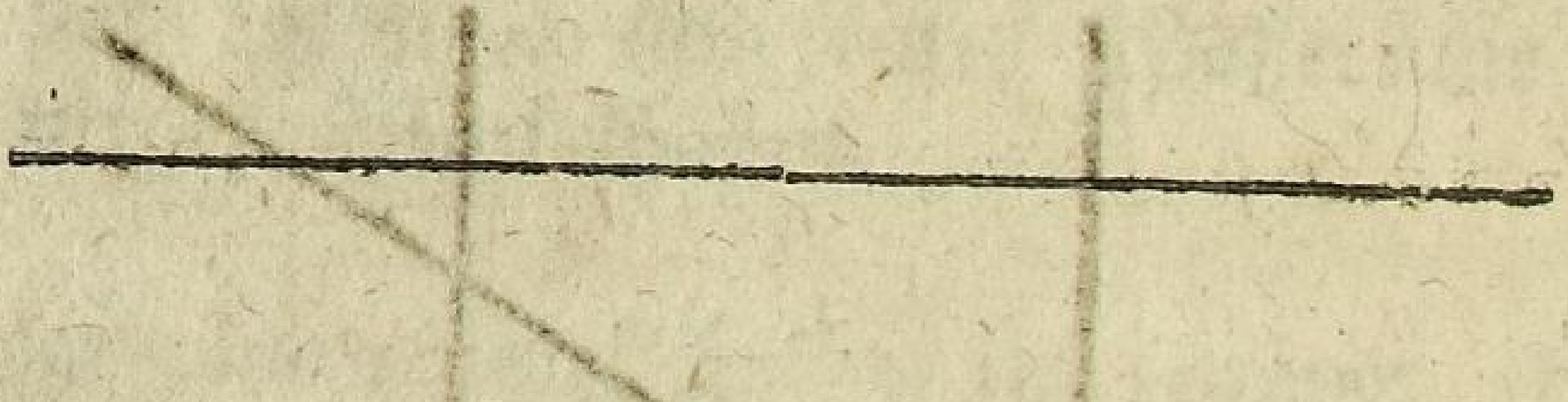
Alles bisher genannte, kann auf dem Papier nachgebildet und dadurch anschaulich gemacht werden.



Zeichnet man nemlich einen rechten Winkel, (dies kann, wenn man noch keinen Winkelhaken hat, nach einem in Octavo zusammen gelegten Bogen Papier geschehen,) so kann man sich unter der einen Linie, eine perpendikulare und unter der andern eine horizontale Linie vorstellen, und man sagt: diese beide Linien seyen zu einander winkelrecht oder lothrecht, oder eine stehe senkrecht auf der andern.

Zeichnet man auf eine von diesen Linien noch eine andere winkelrecht, so hat man Parallellinien.

Ziehet man quer dadurch eine Linie, dergestalt daß sie mit den Parallelen keine rechte Winkel bildet, so entstehen schiefe, und zwar auf der einen Seite spitzige, auf der andere aber stumpfe Winkel.

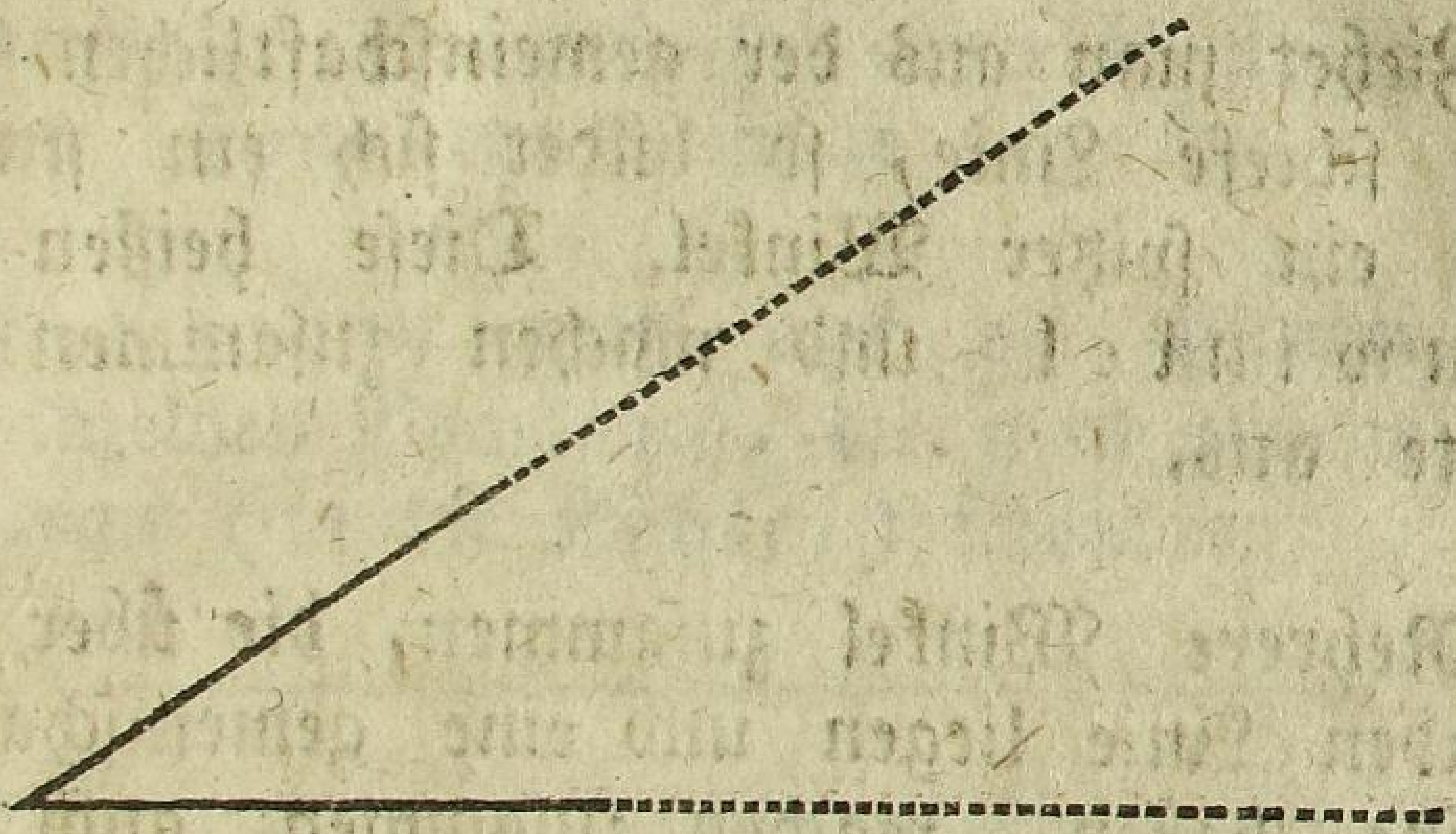


Die Linien muß man sich ohne alle Breite und Dicke vorstellen. Denn wenn auch der Faden welcher dieselben sinnlich darstellt, sehr fein wäre, so kann man sich ihn doch unendlichmal feiner vorstellen, ohne den Begrif von der Linie, die er bildet, aufzugeben.

Eine jede gerade Linie wird (ihrer Lage und Richtung nach,) durch zwei Punkte bestimmt. Sind diese Punkte ihre Endpunkte, so ist dadurch auch ihre Größe bestimmt.

Auch die Punkte muß man sich ohne alle Breite und Dicke vorstellen, und beim zeichnen Linien und Punkte so fein machen, als möglich ist.

An einem Winkel nennt man das Punkt worin die beiden Linien die ihn bilden, zusammenstoßen, die Spitze (oder den Scheitel) Die Linien selbst, heißen seine Schenkel.



Auf die Länge oder Kürze der Schenkel, kommt es bei einem Winkel nicht an, sondern blos auf die Neigung oder Richtung unter welcher sie zusammenstoßen. Denn man kann sich dieselben, nach obenstehender Figur, sowohl verlängert als verkürzt vorstellen, ohne daß der Winkel selbst eine Aenderung erleidet.

Alle rechte Winkel sind sich gleich.

Wenn man zwei rechte Winkel dergestalt zusammen setzt, daß sie eine gemeinschaftliche Spitze und einen gemeinschaftlichen Schenkel haben, so bilden die beiden andern Schenkel allemal eine gerade Linie.

Verlängert man den gemeinschaftlichen Schenkel über diese gerade Linie hinaus, so entstehen vier rechte Winkel.

Ziehet man aus der gemeinschaftlichen Spitze eine schiefe Linie, so bildet sich ein stumpfer und ein spitzer Winkel. Diese heißen Nebenwinkel und machen zusammen zwei rechte aus.

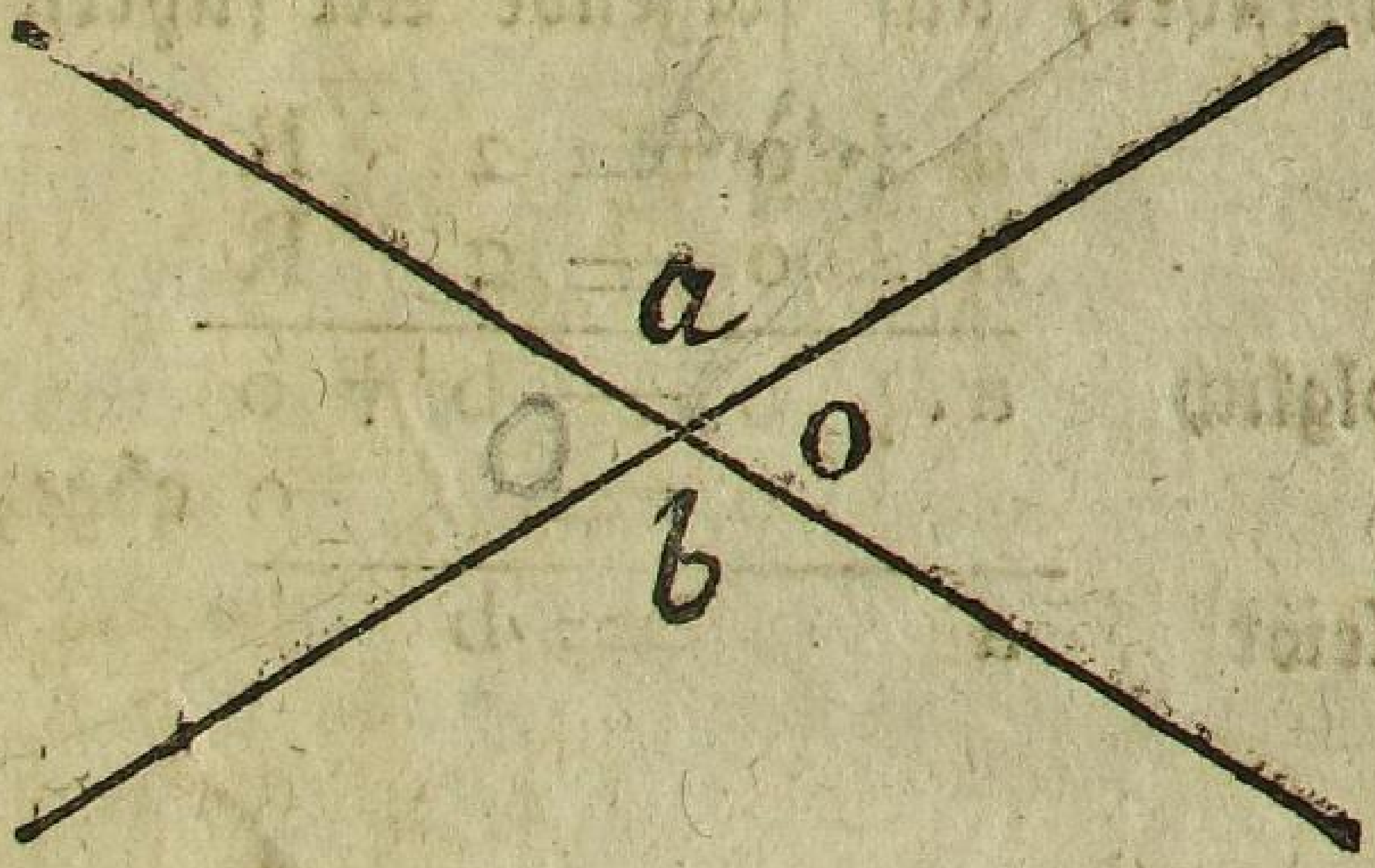
Mehrere Winkel zusammen, die über einer geraden Linie liegen und eine gemeinschaftliche Spitze haben, machen zusammen auch nicht mehr als zwei rechte aus.

Liegen auch unter der Linie, Winkel, welche mit den vorigen eine gemeinschaftliche Spitze haben, so machen diese gleichfalls zwei rechte Winkel aus.

Aus allem diesem folgt nun, daß alle Winkel die in einem Punkte zusammenstoßen, zusammen genommen, so viel als vier rechte Winkel ausmachen.

Um von den verschiedenen Linien und Winkeln die in einer geometrischen Zeichnung vorkommen, desto bequemer reden, und gleichsam auf sie hinweisen zu können, bezeichnet man sie mit Buchstaben, und zwar ein Punkt mit einem, eine Linie mit zwei und einen Winkel mit drei, welche man, wenn man von dem bezeichneten Winkel redet, dergestalt nennet, daß derjenige Buchstabe der mittelste ist, welcher bei der Spitze des Winkels stehet.

Oft bezeichnet man auch die Winkel nur mit einzelnen Buchstaben, die man inwendig in dieselben, (in die Kehle,) schreibet.



Wenn sich zwei Linien einander durchschneiden, so sind die einander gegen über stehenden Winkel (welche man Vertikal Winkel nennet,) einander gleich.

Z. E. In obenstehender Figur, ist der Winkel a dem Winkel b gleich.

Denn a und o machen, weil ihre Schenkel

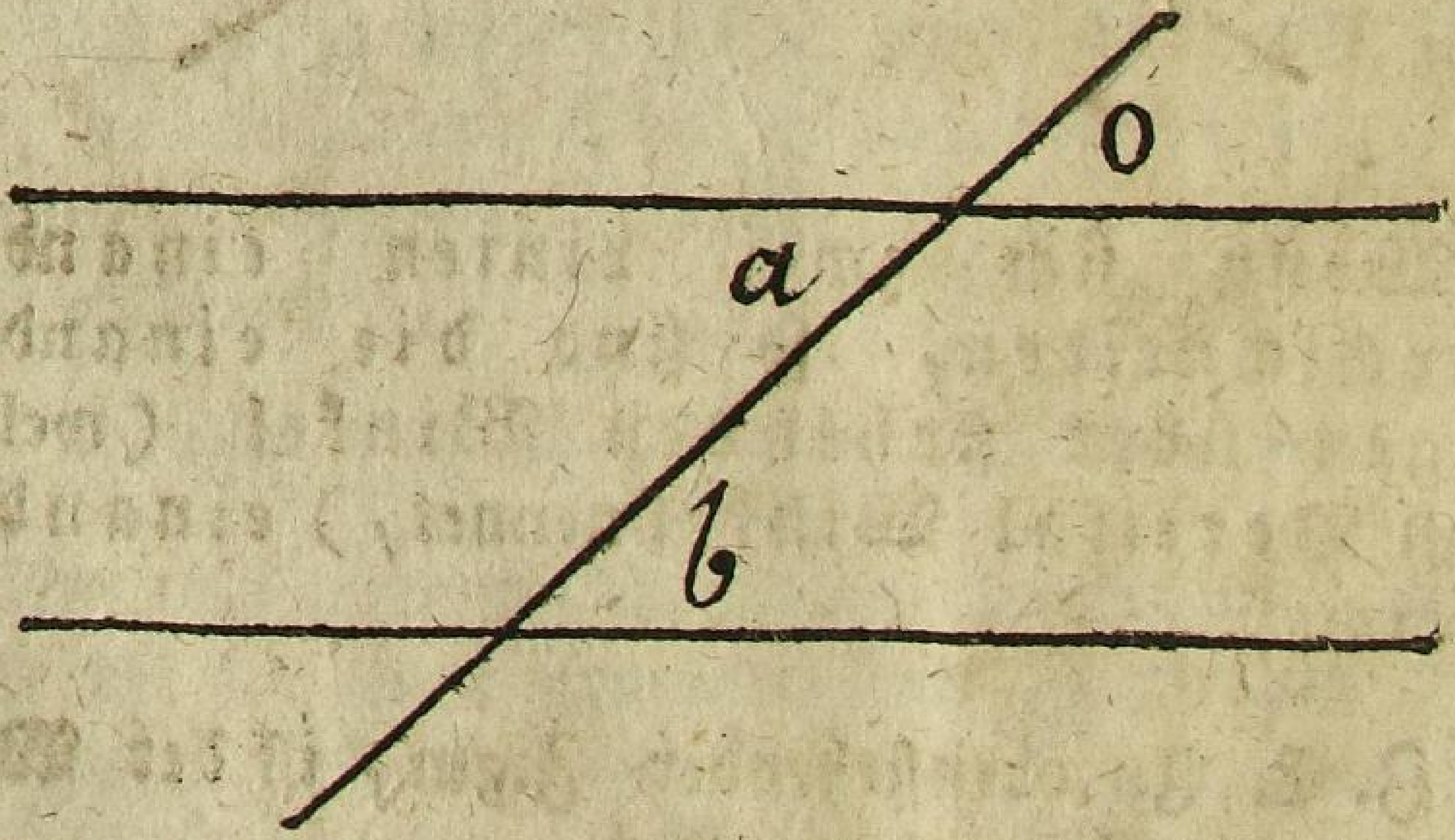
in gerader Linie liegen, zwei rechte Winkel aus. b und o deßgleichen.

Nimmt man von zwei gleichen Größen gleich viel weg, so muß das was von jeder übrig bleibt, einander gleich seyn.

Gedenket man sich also den Winkel o weg; so folgt daß a und b einander gleich sind.

Nennt man einen rechten Winkel überhaupt R, so kann man diesen Beweis kürzer und einleuchtender, auf folgende Art führen:

$$\begin{array}{llcll}
 & a + o & = & 2\ R & \\
 & b + o & = & 2\ R & \\
\hline
\text{folglich} & a + o & = & b + o & \\
 & \quad o & = & \quad o & \text{abgezogen} \\
\hline
\text{bleibt} & a & = & b &
\end{array}$$



Winkel die zwar einen gemeinschaftlichen Schenkel haben, mit ihren Spitzen aber nach verschiedenen Gegenden gekehrt sind (und also gleichsam ein lateinisches Z bilden, nennt man Wechselswinkel.

Wenn man Parallellinien mit einer schiefen Linie durchschneidet, so bilden sich solche Wechselswinkel, und in diesem Falle, sind sie sich einander gleich.

Nemlich in obenstehender Figur, ist der Winkel a = b.

Denn weil Parallellinien von einer schiefen Linie unter einerlei Winkel durchschnitten werden, so ist der Winkel b gleich dem Winkel o. Es ist eben auch der Winkel a = o, denn er ist sein Vertikal-winkel. Zwei Größen aber die einer Dritten gleich sind, sind sich unter einander selbst gleich. Folglich ist der Winkel a gleich dem Winkel b.

Oder kürzer:

$$\begin{array}{c} b = o \\ a = o \\ \hline \text{folglich} \quad a = b \end{array}$$

Umgekehrt kann man auch sagen: wenn die Wechselswinkel einander gleich sind, so sind die Linien parallel.

Krumme Linien, sind von geraden dadurch verschieden, daß sie nicht einerlei Richtung behalten, sondern dieselbe unabläßig verändern.

Begriffe von ebenen Flächen und Figuren.

Eine ebene Fläche (oder auch schlechthin eine Ebene, ist eine solche, auf welcher man, nach allen Richtungen, gerade Linien ziehen kann.

Ist die Ebene waßergleich, so heißt sie eine Horizontalebene oder Waßerebene, ist sie lothrecht (wie z. E. eine Wand,) eine Vertikalebene oder Lothebene.

Stehet oder liegt sie schief, so sagt man in Rücksicht auf das Waßer, sie sey inclinirt, und in Rücksicht auf das Loth, sie sey reclinirt.

(Die Bergleute, nennen das was lothrecht ist, seiger, was horizontal ist, söhlig, und was schief ist, donlegig.)

Die Lage einer Ebene wird durch drei Punkte bestimmt, die ein Dreieck bilden. Denn man kann sich vorstellen, um zwei von diesen Punkten, drehe sie sich, wie eine Thür um ihre Angeln, und durch den dritten Punkt werde sie festgehalten. Daher stehet ein dreibeiniger Tisch jederzeit fest.

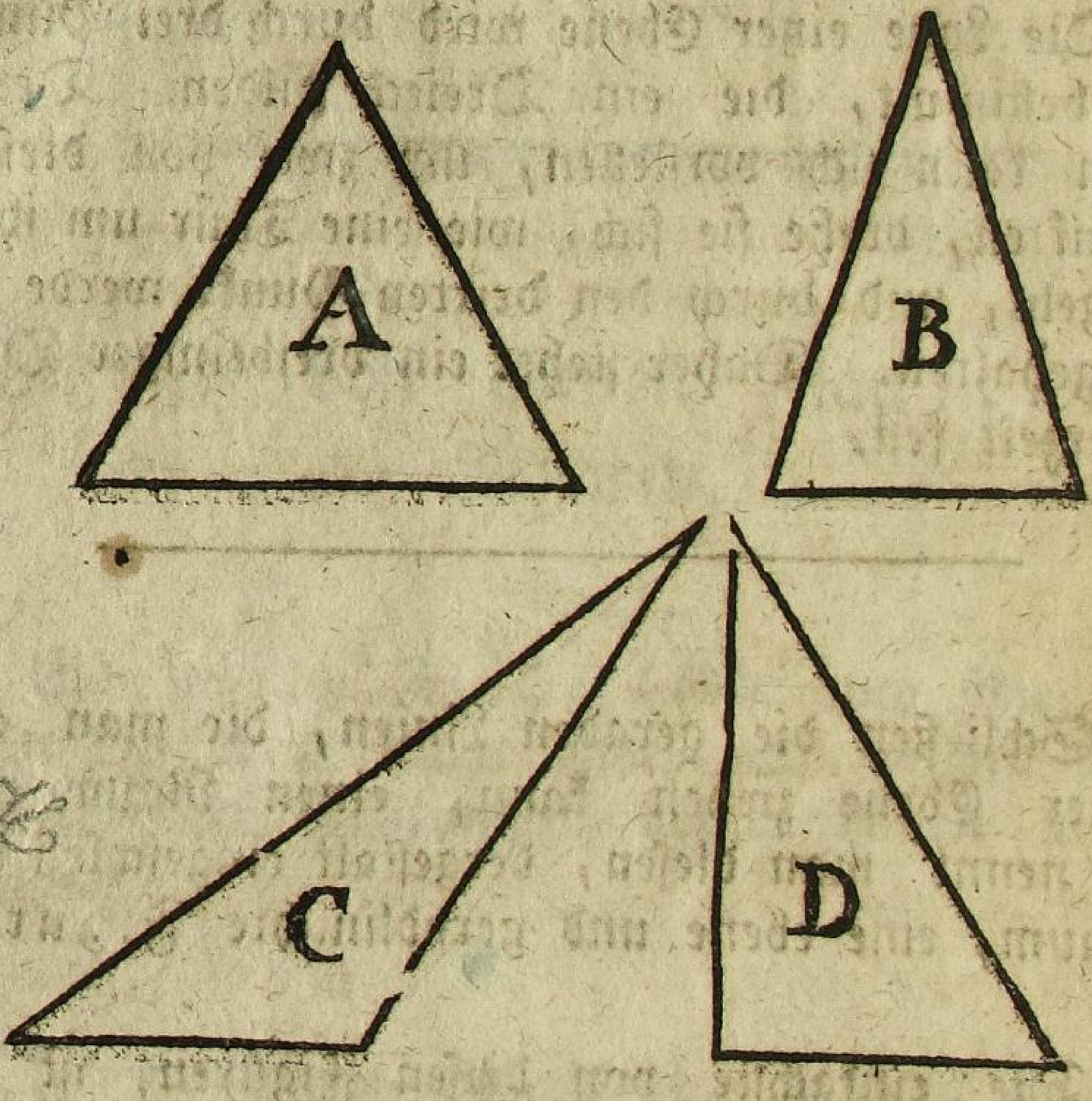
Schließen die geraden Linien, die man auf einer Ebene ziehen kann, einen Raum ein, so nennt man diesen, dergestalt eingeschloßenen Raum, eine ebene und geradlinichte Figur.

Die einfachste von diesen Figuren, ist das Dreieck (Triangel.) Denn zwei gerade Linien, können keinen Raum einschließen.

Alle andere Figuren laßen sich in Dreiecke zerlegen und eintheilen. Deswegen ist die Kenntniß und Behandlung des Dreiecks, so zu sagen, die Seele der Geometrie.

Ein jedes Dreieck hat drei Seiten und drei

Winkel. Je nachdem diese beschaffen sind, bekommt das Dreieck eine andere Benennung.



Sind alle Seiten und alle Winkel gleich, wie im Dreieck A, so heißt es ein gleichseitiges (oder auch ein gleichwinkliches.) Sind nur zwei Seiten einander gleich, wie in B, so heißt es ein gleichschenkliches und ist keine Seite der andern gleich, wie in C, ein ungleichseitiges Dreieck.

Ist ein rechter Winkel im Dreieck wie in

D, so heißt es ein rechtwinkliches, im entgegengesetzten Falle aber, ein schiefes (wie A, B, C,) und zwar wenn ein stumpfer Winkel darinn ist, wie in C, ein stumpfwinkliches, sonst aber ein spitzwinkliches Dreieck.

Die längste Seite in einem Dreiecke, nennt man, (besonders wenn sie die unterste ist) die Grundlinie (Basis.)

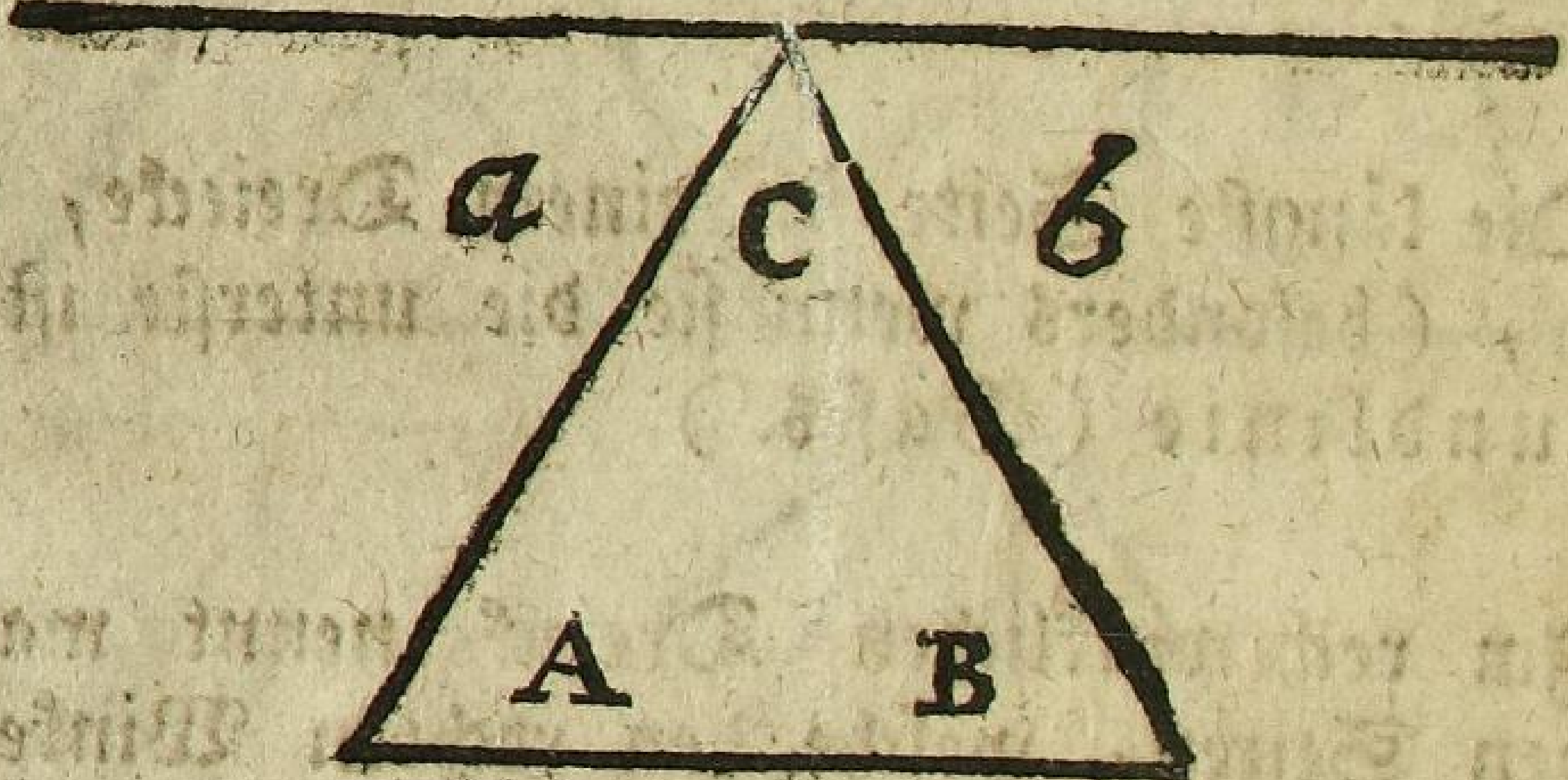
Im rechtwinklichen Dreieck nennt man die beiden Seiten, welche den rechten Winkel einschließen, die Katheten, die dem rechten Winkel gegenüberstehende Seite aber, die Hypothenuse.

Ein Lothlinie die aus der öberen Spitze des Dreiecks, auf deßen Grundlinie (oder deren Verlängerung) herab gezogen wird, heißt die Höhe des Dreiecks.

In jedem Dreiecke sind zwei Seiten zusammen genommen, allemal größer als die Dritte.

Der größeren Seite stehet der größere Winkel und der kleineren Seite, der kleinere Winkel entgegen.

Alle drei Winkel in einem Dreiecke, sind zusammen genommen so groß, wie zwei rechte.

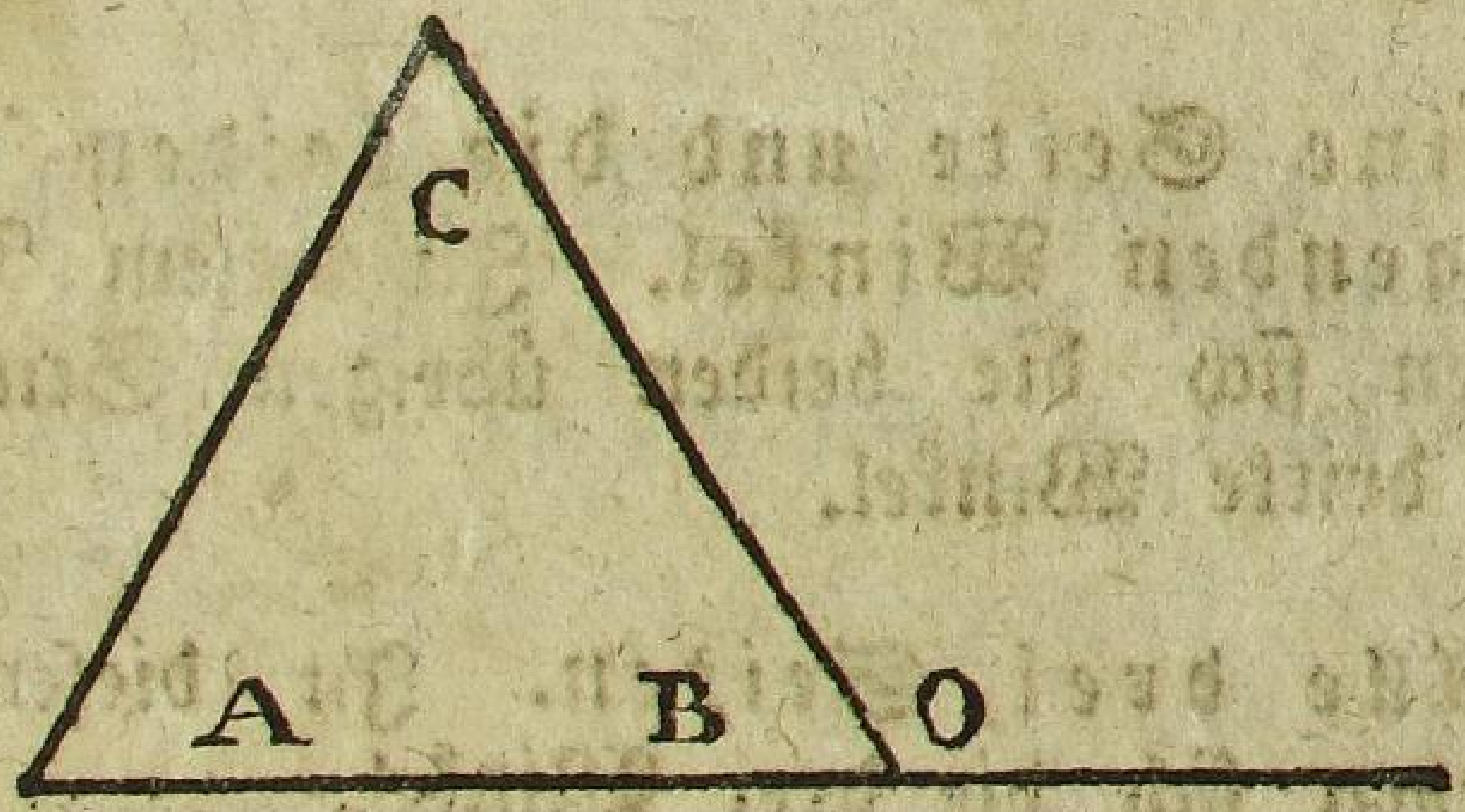


Denn man gedenke sich durch die obere Spitze, eine Parallele mit der Grundlinie gezogen, so entstehen Wechselswinkel, von welchen der Winkel a = A und der Winkel b = B ist. Zwischen beiden liegt der Winkel C. Alle drei Winkel aber liegen auf einer geraden Linie. Folglich sind sie zusammen so groß wie zwei rechte.

In einem Dreiecke können folglich keine zwei rechte Winkel seyn; denn sonst bliebe Nichts für den dritten Winkel übrig.

Ferner folgt hieraus, daß in einem rechtwinklichen Dreieck, die Hypothenuse allemal die größte Seite ist. Denn jeder andere von den beiden Winkeln ist kleiner als ein rechter. Folglich stehen ihnen kleinere Seiten gegenüber.

Wenn man in einem Dreieck eine Seite verlängert, so ist der dadurch entstehende äußere Winkel, eben so groß, als die beiden inneren Winkel, die ihm gegen überstehen, zusammen genommen.



Denn es ist:

$$\begin{array}{rl} A + B + C & = 2\ R \\ B + O & = 2\ R \\ \hline \text{Also}\quad A + B + C & = B + O \\ B & = B \quad \text{abgezogen} \\ \hline \text{Folglich}\quad A + C & = O \end{array}$$

Wenn in einem Dreiecke, drei Stücke bestimmt sind, (worunter aber wenigstens eine Seite seyn muß,) so sind auch die drei übrigen bestimmt, dergestalt daß aus diesen Stücken kein anderes, als das nemliche Dreieck gemacht werden kann.

Diese Stücke können seyn

I. Zwei Seiten und der von ihnen eingeschloßene Winkel. In diesem Falle ergeben sich die dritte Seite und die beiden übrigen Winkel.

II. Eine Seite und die beiden darauf liegenden Winkel. In diesem Falle ergeben sich die beiden übrigen Seiten und der dritte Winkel.

III. Alle drei Seiten. In diesem Falle ergeben sich die drei Winkel.

Wenn also ein anderes Dreieck die nemlichen Bestimmungsstücke hat, wie ein vorgegebenes, so ist es diesem vollkommen gleich, hat die nemlichen Seiten und Winkel, und würde, wenn es darauf gelegt würde, genau darauf paßen und es decken. (mit ihm coincidiren.)

(Es ist noch ein Fall möglich: Nemlich es können zwei Seiten und der Winkel, der einer von diesen Seiten gegen über stehet, die bestimmenden Stücke seyn. Ist nun in diesem Falle der gegebene Winkel nicht stumpf, so können aus den bestimmenden Stücken zweierlei Dreiecke gemacht werden, nemlich eins mit einem stumpfen und eins mit einem spitzen Winkel. Man muß also wißen welches gelten soll.)

Ein gleichseitiges Dreieck wird schon durch eine Seite bestimmt. Denn die Winkel ergeben sich ohnedem, da ein jeder $\frac{2}{3}$ eines rechten Winkels ist.

Ein gleichschenkliches Dreieck bestimmt sich durch 2 Stücke. Nemlich entweder durch die Grundlinie und eine Seite, oder durch die Grundlinie und einen Winkel, oder durch eine Seite und einen Winkel. Denn die Winkel an der Grundlinie sind sich jedesmal gleich.

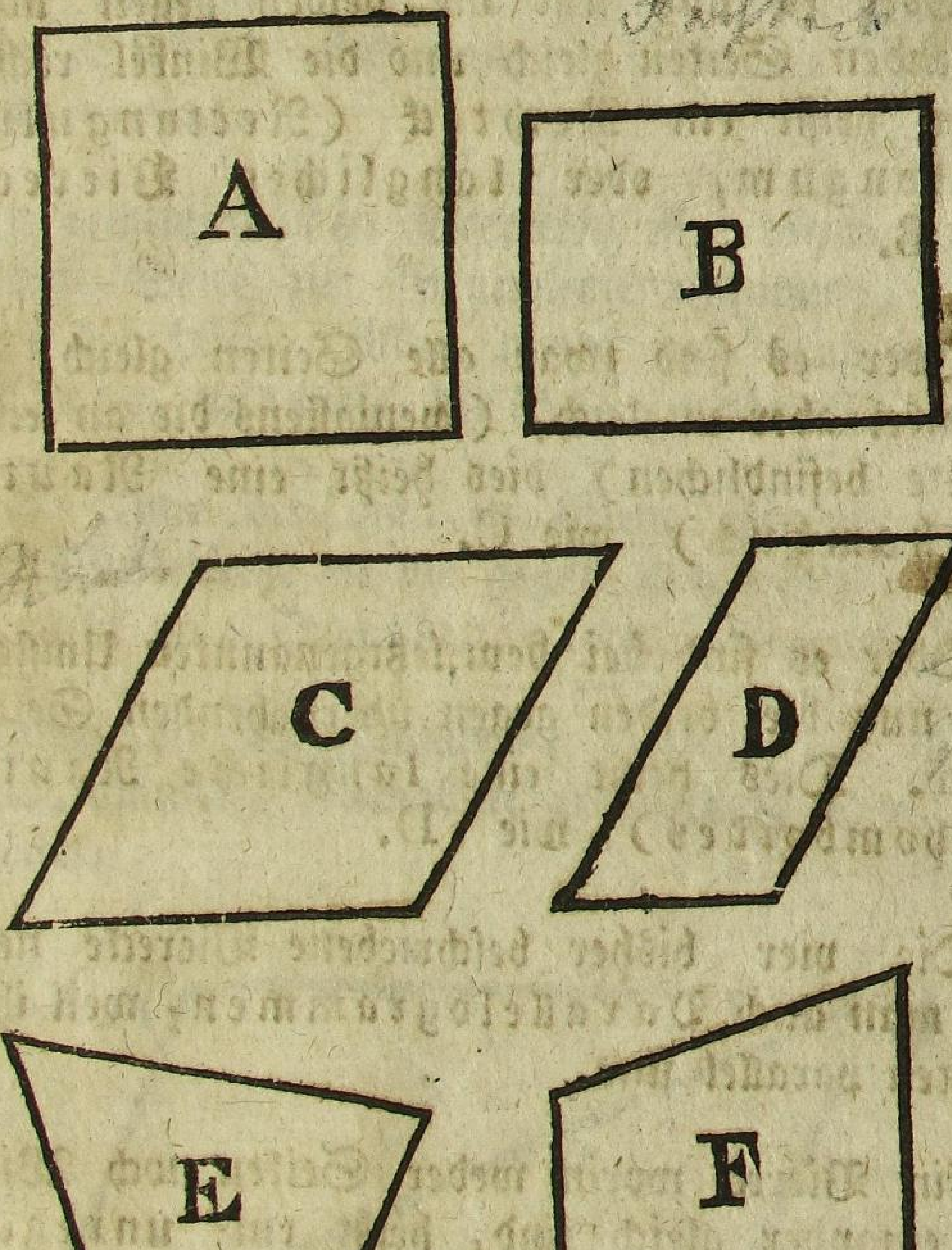
Ein rechtwinkliches Dreieck bestimmt sich durch zwei Stücke. Nemlich entweder die Hypothenuse und einen Katheten, oder durch die Hypothenuse und einen Winkel. oder durch einen Katheten und einen Winkel. Denn da sich alle rechte Winkel einander gleich sind, so verstehet sich dieser, ohnedem, jedesmal von selbst.

Aehnliche Dreiecke, sind solche, deren Seiten einerlei Verhältniße, gegen einander haben.

Solche Dreiecke können in ihrer Größe sehr von einander verschieden seyn. Unterdeßen aber haben sie jedesmal doch gleiche Winkel. Denn bei einem Winkel kommt es auf die Länge der Schenkel nicht an.

Wenn man in einen Dreieck, mit einer von seinen Seiten eine Parallele ziehet, so schneidet man dadurch allemal ein kleineres Dreieck ab, das den dem größeren vollkommen ähnlich ist. Einen Winkel hat es allemal mit ihm gemeinschaftlich, und die beide andere sind Wechselswinkel.

Wenn vier gerade Linien einen Raum einschließen, so nennt man die Figur ein **Viereck**.



In einem Vierecke sind entweder alle Seiten gleich, und die Winkel unter welchen sie zusammen stoßen rechte Winkel. Dies heißt ein Quadrat (regelmäßiges Viereck) wie A.

Oder es sind nur die beiden gegen überstehenden Seiten gleich und die Winkel rechte. Dies heißt ein Rechteck (Rectangulum Oblongum, oder längliches Viereck) wie B.

Oder es sind zwar alle Seiten gleich, die Winkel aber ungleich, (wenigstens die an einer Seite befindlichen) dies heißt eine Raute, (Rhombus) wie C.

Oder es sind bei dem letztgenannten Umstande, nur die beiden gegen überstehenden Seiten gleich. Dies heißt eine längliche Raute, (Rhomboides) wie D.

Die vier bisher beschriebene Vierecke nennet man auch Parallelogrammen, weil ihre Seiten parallel sind.

Ein Viereck worin weder Seiten noch Winkel einander gleich sind, heißt ein unregelmäßiges Viereck (Trapezium.) wie E.

Sind unterdeßen doch zwei Seiten parallel, wie in F, so nennet man es ein Paralleltrapez.

Auch bei den Vierecken nennt man diejenige Seite, die in irgend einer Rücksicht die untere ist, die **Grundlinie.**

Ein Lothlinie von der gegen überstehenden Seite auf diese Grundlinie, heißt die **Höhe** des **Vierecks.**

In rechtwinklichen Vierecken ist, wenn man die eine Seite zur Grundlinie annimmt, die andere die Höhe. Man nennt jene auch wohl die **Länge**, und diese, die **Breite** oder **Tiefe.**

Eine Linie die man in einem Vierecke von einer Winkelspitze in die gegen überstehende ziehet, heißt eine **Querlinie** oder **Diagonale.**

Durch die Diagonallinie, werden die Parallelogrammen, allemal in zwei gleiche Dreiecke getheilet.

Es sey z. E. in obenstehendem Rhomboide, die Diagonale B C gezogen, so läßt sich nach der dritten Bestimmunsart der Dreiecke, erweisen, daß das Dreieck ABC, dem Dreiecke BCD gleich ist, weil es mit ihm gleiche Seiten hat.

Es ist nemlich	A B	=	C D
	A C	=	B D
	B C	=	B C

Folglich $\triangle$ A B C $=$ $\triangle$ B C D

Jedes Dreieck ist also die Hälfte von einem Parallelogramm, womit es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Ein Quadrat wird durch eine einzige Seite bestimmt.

Ein Rechteck durch zwei Seiten.

Eine Raute durch eine Seite und einen daran liegenden Winkel.

Ein Rhomboides durch zwei Seiten und einen eingeschloßenen Winkel.

Die übrigen Vierecke theilt man durch die Diagonale in zwei Dreiecke, da sich dann die Bestimmungen aus der Betrachtung der Figur ergeben.

Schließen fünf gerade Linien einen Raum ein, so heißt die daraus entspringende Figur, ein Fünfeck.

Man begreift hiernach leicht, was ein Sechseck, Siebeneck, Achteck und überhaupt ein Vieleck (Polygonum) sey.

Alle Vielecke sind entweder ordentlich (regular) oder unordentlich (irregular.)

Ordentliche Vielecke sind solche, worinnen alle Seiten und alle Winkel gleich sind.

Alle diese Vielecke, können entweder durch Diagonalen, oder durch Linien die man aus einem Punkte innerhalb derselben in alle Wendungspunkte ihres Umfanges ziehet, in Dreiecke zerlegt werden und aus der Betrachtung dieser Dreiecke, ergeben sich die bei ihnen vorfallende Bestimmungen.

Ein reguläres Vieleck das so unendlich viele und kleine Seiten hat, daß die Wendungspunkte völlig unmerklich werden, nennet man einen Kreis (oder Cirkel). (Wenigstens hat es seinen Nutzen, sich den Kreis so vorzustellen.)

Die krumme, in sich selbst zurückkehrende

Linie, welche den Kreis bildet, heißt der Umfang (die Peripherie).

Das Punkt innerhalb des Kreises, welches von jedem Punkte des Umfangs gleich weit entfernt ist, heißt das Mittelpunkt (Centrum.)

Eine gerade Linie aus diesem Punkte in den Umfang gezogen, heißt ein Halbmeßer. (Radius.)

Eine gerade Linie dergestalt durch das Mittelpunkt gezogen, daß sie mit ihren beiden Enden in den Umfang stößet, heißet ein Durchmeßer. (Diameter)

In einerlei Kreise sind alle Halbmeßer einander, und alle Durchmeßer einander gleich.

Ein Durchmeßer enthält allemal zwei Halbmeßer.

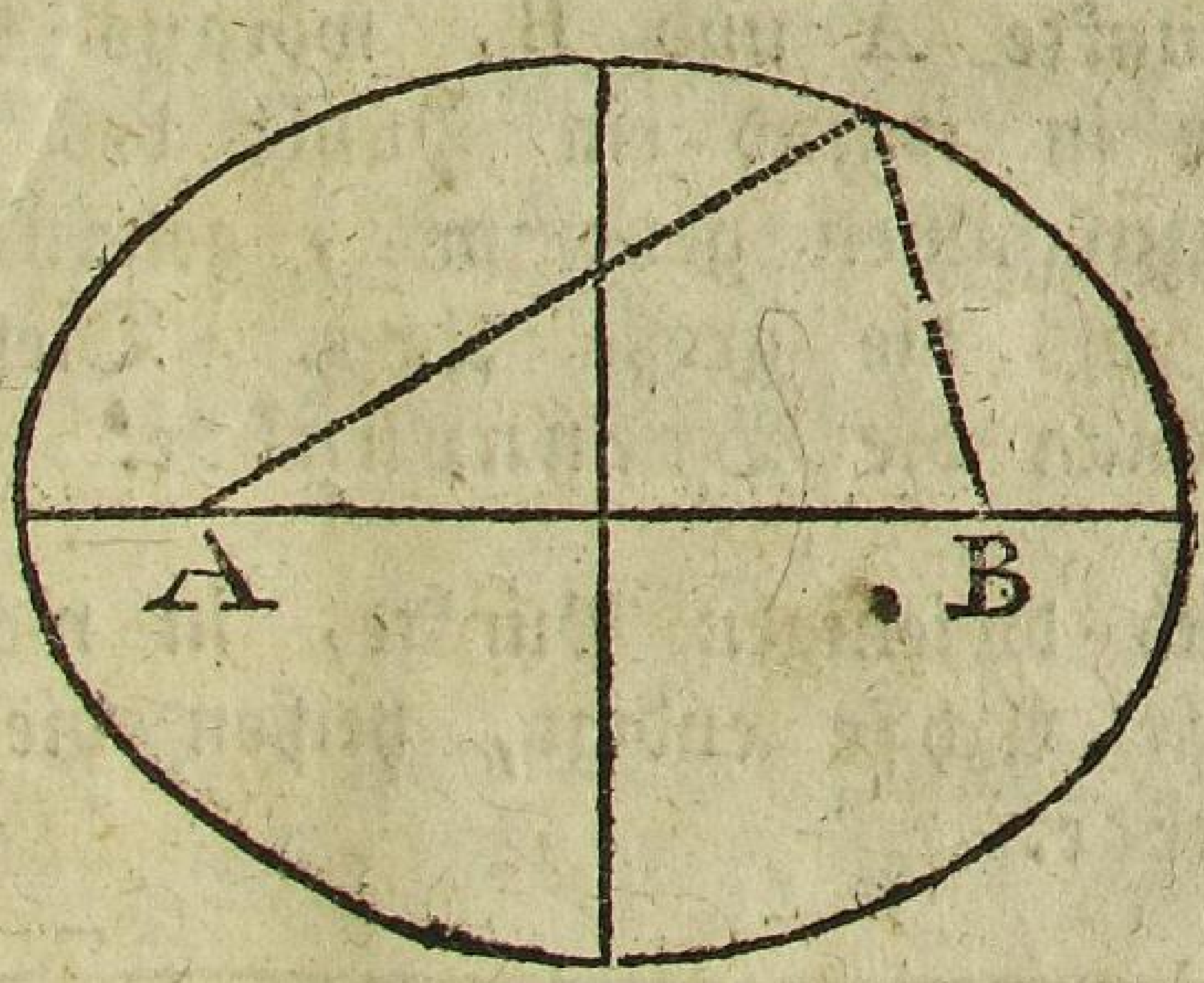
Eine durch den Kreis gezogene gerade Linie, die nicht durch das Mittelpunkt gehet, heißt eine Sehne. (Chorde)

Das dadurch abgeschnittene, (und überhaupt jedes) Stück des Umfanges, heißet ein Bogen, und das zwischen dem Bogen und der

Sehne enthaltene Stück der Kreisesfläche ein Abschnitt. (Segment)

Ziehet man zwei Halbmeßer, dergestalt daß sie einen Bogen zwischen sich faßen, so nennt man das dazwischen befindliche Stück der Kreisesfläche, einen Ausschnitt (Sector). Dieser Ausschnitt heißet, wenn er der vierte Theil vom ganzen Kreise ist, ein Quadrant. Ist er der sechste Theil davon, ein Sextant, ist er der achte Theil, ein Octant u. s. w.

Ein Kreis wird bestimmt, entweder durch seinen Halbmeßer, oder durch seinen Durchmeßer, oder durch seinen Umfang. Wie aber diese Bestimmung geschehe, wird im folgenden gezeiget werden.



Wenn ein Kreis auf einer schiefen Ebene gezeichnet ist, und man gedenkt sich Lothe die von allen Punkten seines Umfangs auf eine darunter befindliche Horizontalebene, herabgelaßen werden, so bildet sich dadurch eine krummlinigte Figur, welche man ein Oval (Ellipse) nennet.

Jeder Kreis der schief gesehen wird, verwandelt sich (perspectivisch) in eine Ellipse, und kann in Zeichnungen auch nicht anders dargestellt werden.

In einer solchen Figur unterscheidet man zwei Durchmeßer, welche sich rechtwinklich durchschneiden. Diese Durchmeßer heißen Achsen und zwar der längere die große, und der kürzere die kleine Achse.

Ferner bemerkt man in der großen Achse zwei Punkte A und B, woraus die Linien die man in irgend ein Punkt des Umfanges ziehet, zusammen genommen, genau so groß werden als die große Achse. Diese Punkte nennet man die Brennpunkte.

Endlich diejenigen Punkte, in welchen sich die große Achse endigt, heißen die Scheitelpunkte.

Es giebt noch mehrere dergleichen krumme Linien, die ohne Kreise zu seyn, doch eine gewiße Regelmäßigkeit haben, wie z. E. die Parabel, die Hyperbel u. s. w. Dergleichen aber, können in der gemeinen Geometrie nicht abgehandelt werden, sondern gehören in die höhere, weil sie Kenntniße der allgemeinen Rechen- und Auflösungskunst, (Algebra und Analysis) erfordern, die hier nicht mitgetheilt werden können.

Irreguläre krumme Figuren, sucht man soviel als möglich in Dreiecke und Vierecke zu zerlegen und behandelt sie dieser Zerlegung gemäß.

Das Zeichnen, Meßen und Theilen der Linien, Winkel und Figuren; auf dem Papiere.

Gerade Linien ziehet man bekanntlich nach dem Linial, mit Bleistift oder mit einer Reißfeder.

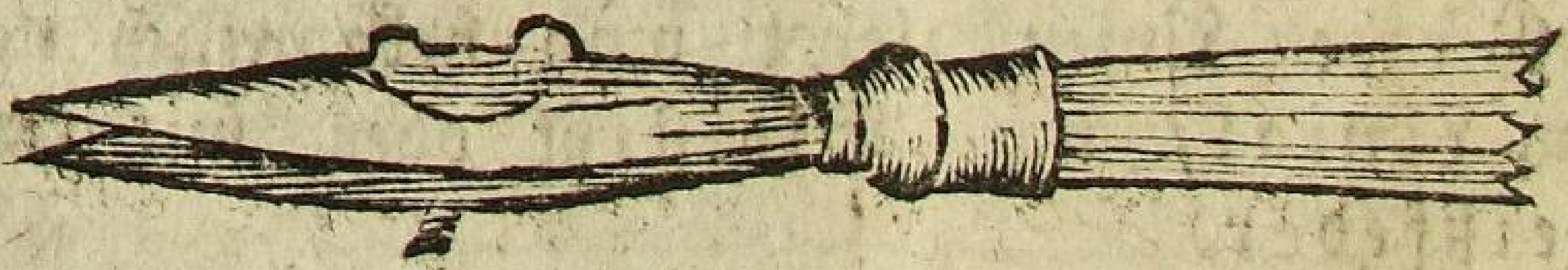
Die besten Liniale sind die hölzernen und zwar die von Birnbaum oder Pflaumenbaum-

Holz. Man läßt sich deren zwei machen um eins durch das andere zu prüfen. Nemlich wenn man ihre Schärfen auf einander und beide gegen das Fenster hält, so muß nirgends Licht durchschimmern. Meßingne und eiserne Liniale beschmutzen das Papier.

Um Parallellinien ziehen zu können läßt man sich von gleichem Holze, und mit dem Linial von gleicher Dicke, ein rechtwinkliches Dreieck machen.

Indem nemlich dieses, an dem festgehaltenen Linial, hin und her geschoben wird, werden alle Linien, die man nach einer seiner Kanten ziehet, parallel, denn sie werden von dem Linial, alle, unter einerlei Winkel durchschnitten.

Die besten Bleistifte sind die so genannten englischen. Ob sie wirklich in England gemacht sind oder nicht, ist einerlei, wenn sie nur beim Schneiden nicht abbröckeln und recht rein und schwarz zeichnen. Um Linien damit zu ziehen, schneidet man sie platt, dergestalt daß die Spitze Keil- oder Meißelförmig wird.



Die Reißfeder (Linierfeder) bestehet aus zwei an einem Stiel befestigten, stählernen

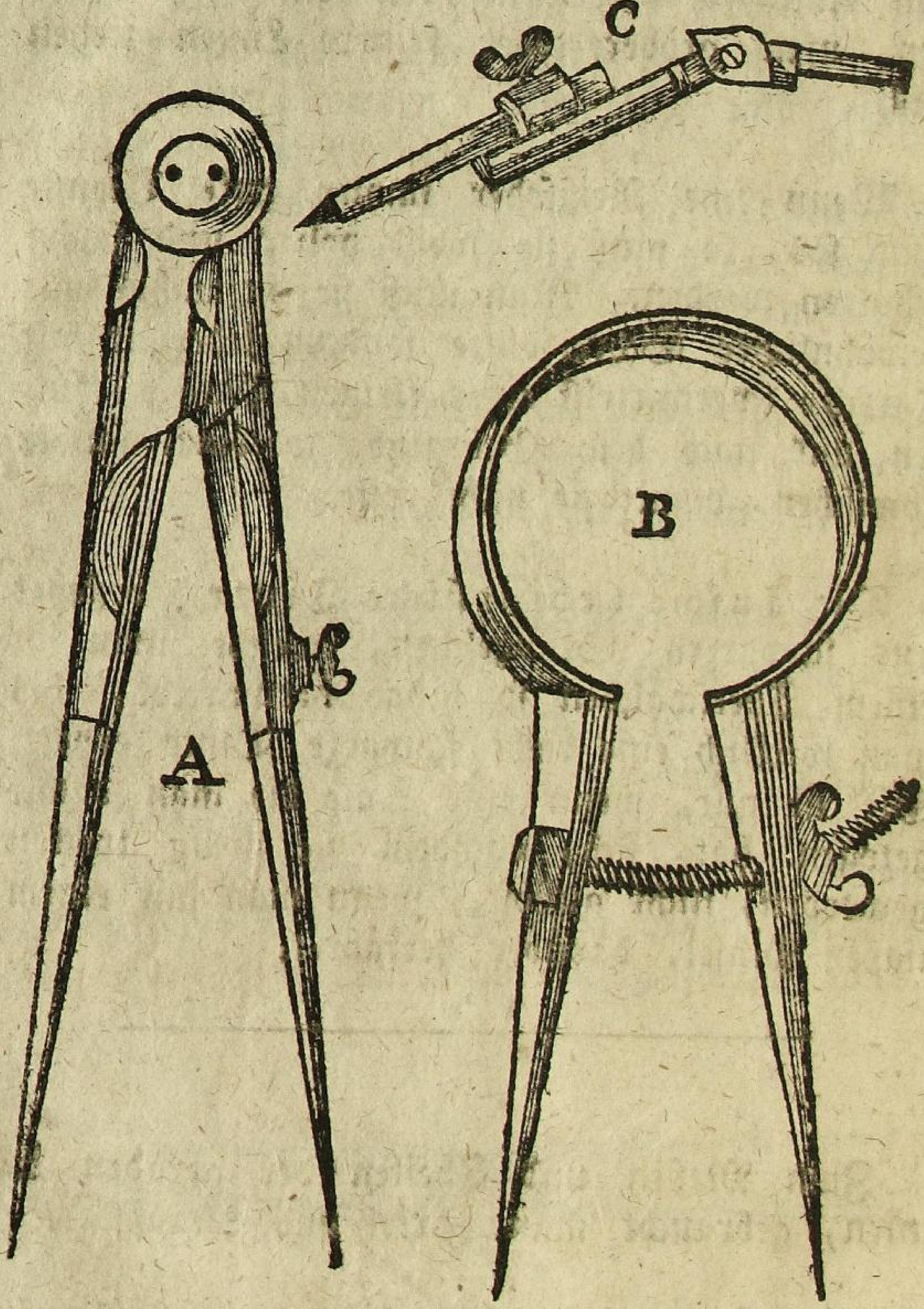
Blättchen, (Lappen) welche mittelst eines Schräubchen näher zusammen gebracht, oder von einander entfernt werden können, je nachdem man gröbere oder feinere Linien ziehen will.

Wenn eine Reißfeder immer gute Dienste thun soll, so muß sie wohl polirt und scharf erhalten werden. Man muß sie niemahls mit gewöhnlicher Schreibdinte sondern jederzeit mit Tusche (vermittelst eines kleinen Pinsels) füllen und nach dem Gebrauche jedesmal sauber abwischen, damit sie nicht roste.

Die Tusche (chinesische Tinte) bestehet aus schwarzen Stängelchen, welche man in einem Theeschälchen so lange herumreibt, bis man wirklich eine recht schwarze Dinte erhält. Sie ist gut, wenn eine Linie die man damit gezogen hat, sich, nachdem sie völlig trocken geworden, nicht auflöset, wenn man mit einem naßen Pinsel, darüber herfähret.

Zum Meßen und Theilen der geraden Linien, gebraucht man Zirkel und Maaßstab.

Ein Zirkel bestehet aus zwei stählernen Spitzen (Schenkeln oder Füßen) die sich einander näheren oder von einander entfernen laßen.



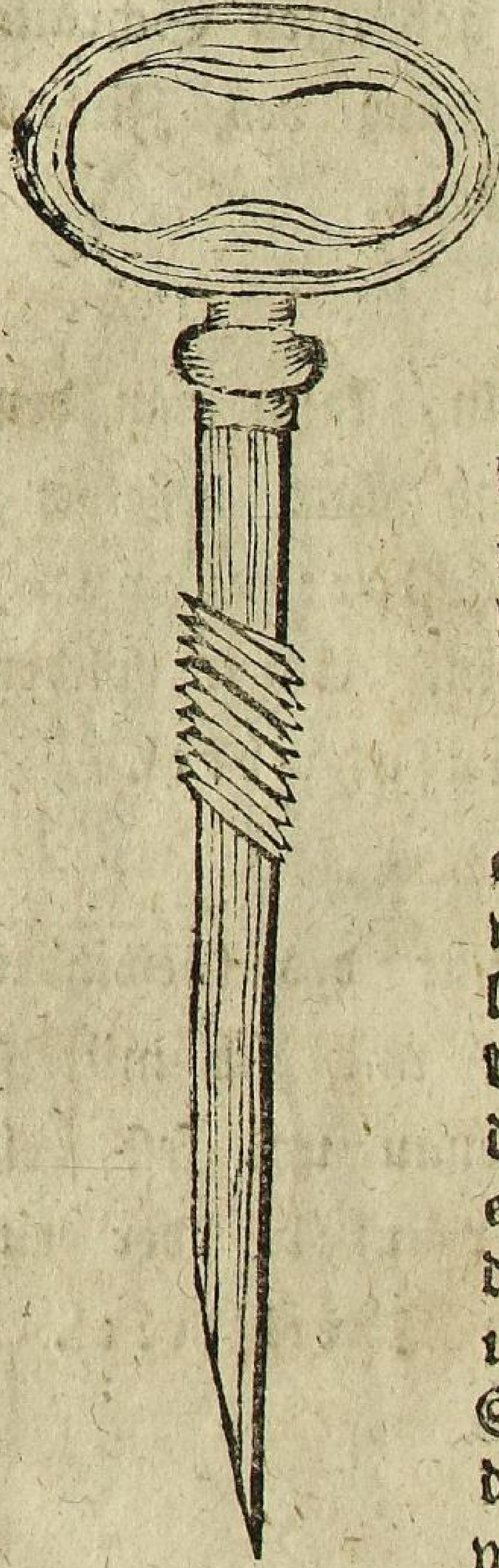
Ein gewöhnlicher Handzirkel A, hat ein

meßingnes Gewinde, worauf sich ein Scheibgen mit zwei Löchern befindet, durch deßen Umdrehung (mit einem dazu gehörigen Schraubenschlüßelgen,) man den Gang des Zirkels fester, oder williger machen kann.

An den meisten Handzirkeln, kann man den einen Fuß ausnehmen, und statt deßelben, einen Bleistifthalter, C, (Portecrayon) oder eine Reißfeder einsetzen. Einen solchen Zirkel nennt man einen Einsatzzirkel.

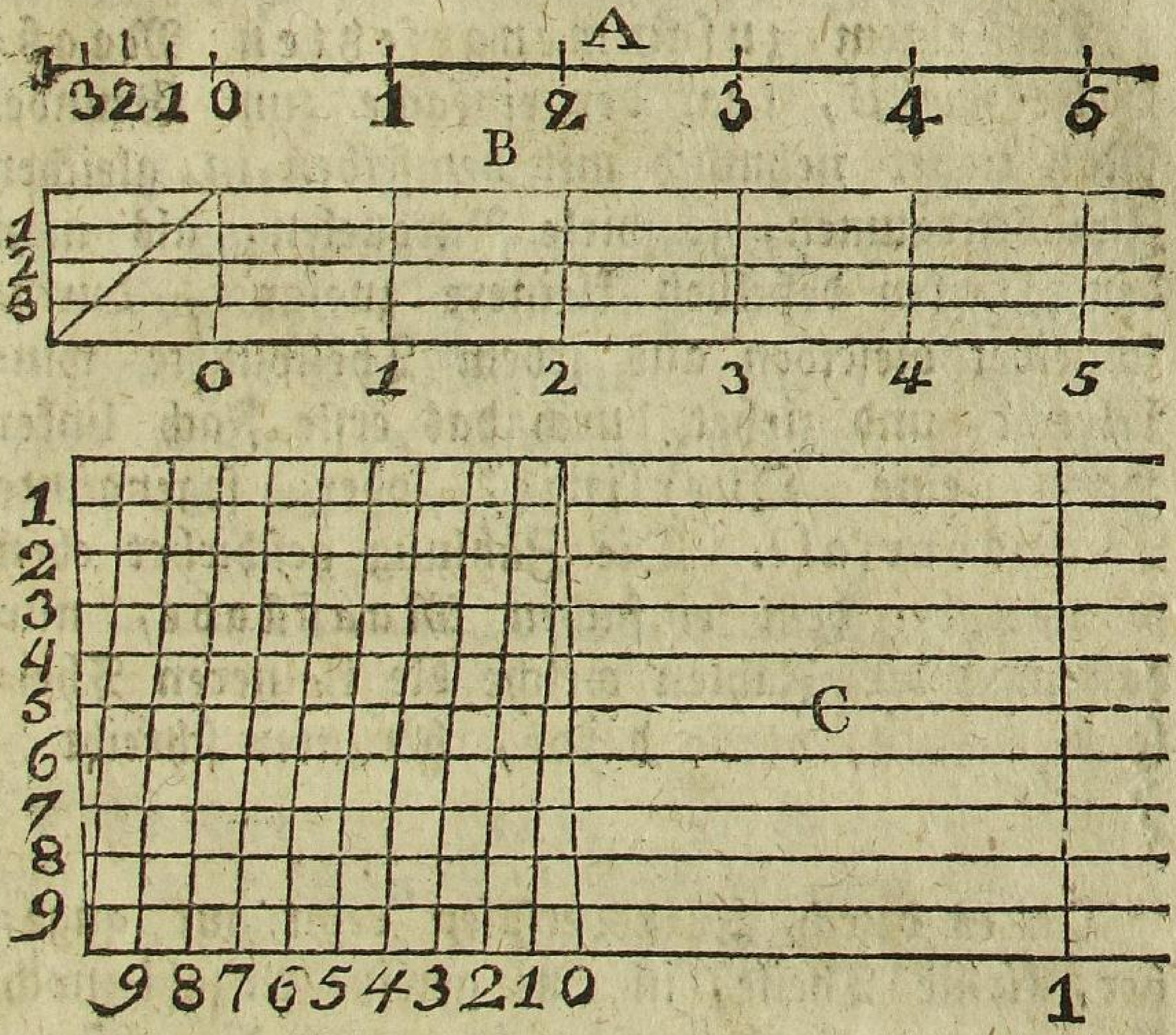
Ein Zirkel wie B der statt des Gewindes einen stählernen Bogen hat, und sich mittelst einer Schraube ungemein genau und fest stellen läßt, heißt ein Federzirkel oder ein Haarzirkel auch wohl ein Theilzirkel.

Außer diesen Zirkeln, gebraucht man zuweilen auch Stangenzirkel. Diese kann man sich leicht und schnell selbst machen, wenn man mit mehreren hölzernen Stängelchen oder vierkantigen Stäbchen, (etwa 1 Zoll stark) nnd mit zwei (in der Spitze verstählten) Holzschrauben, wovon eine hierneben in natürlicher Größe abgebildet ist, versehen ist.



Man sucht sich nemlich ein Stäbgen aus, das etwas mehr als die erforderliche Länge hat und bohret durch daßelbe zwei Löcher, die ohngefähr so weit von einander entfernt sind, als der Zirkel gestellt werden soll, und schraubt die gedachten Schrauben dadurch. Da nun die Spitzen derselben seitwärts stehen, so ist begreiflich, daß man durch bloses Umdrehen dieselben sehr fein und scharf auf jede beliebige Entfernung von einander, stellen kann.

Was den Maaßstab betrift, so ist derselbe entweder einfach oder zusammen gesetzt.



Ein einfacher Maaßstab, wie A, bestehet aus einer geraden Linie, worauf man eine Anzahl gleicher Theile abgestochen und mit Ziffern bezeichnet hat.

Den ersten Theil gegen die linke Hand theilet man insgemein in kleinere Theile ein. Den Anfang der Zählung (das Zero) macht man dann da, wo dieser Theil zu Ende ist. Man setzt hierhin eine Null und zählt die ganzen Theile rechts, und die kleineren Theile links.

Bei einem zusammengesetzten Maaßstabe wie B, liegt der einfache zum Grunde. Man ziehet nehmlich mit demselben in gleichen Zwischenräumen, so viele Parallelen, als man den Theilen deßelben kleinere zueignet, durchschneidet dieselben aus jedem Theilpunkte winkelrecht, und ziehet durch das erste Fach linker Hand eine Querlinie, oder sogenannte Transversale. Die Zählung geschiehet eben so wie bei dem einfachen Maaßstabe, nur daß man die Zahlen welche die kleineren Theile bezeichnen, vorne davor, herunter schreibt

Da es durch Transversalen recht gut angehet, kleine Theile, in eine gewiße Anzahl noch kleinerer zu theilen, so richtet man die zusammengesetzte Maaßstäbe, insgemein nach dem Decimalsystem ein, wie C. Nehmlich man theilet den ersten Theil des zum Grunde liegenden einfachen Maaßstabes in 10 kleinere, ziehet darauf in gleichen Zwischenräumen 10 Parallelen. Diese durchschneidet man nach Anleitung der Figur mit Transversalen und winkelrechten Linien und schreibt die Zählung gehörig dabei. Ein solcher Maaßstab wird ein Zehentheiliger (Hunderttheiliger, und wenn er so lang ist, daß er wirklich 1000 kleine Theilchen enthält ein Tausendtheiliger) Maaßstab genennet. Man nennt ihn auch wohl den verjüngten Maaßstab.

Dergleichen Maaßstäbe zeichnet man sich mehrere von verschiedener Größe, auf ein mit Regalpapier (Zeichenpapier) überzogenes Brettgen von Birnbaum=Holz. (Denn auf diesem werden die Zirkelspitzen nicht so leicht stumpf als auf Meßing.)

Eine gerade Linie zu meßen, faßet man sie zwischen die Spitzen eines Zirkels, paßet denselben auf den Maaßstab und zählet die Theile.

Auf den Transversalmaaßstäben muß man darauf sehen, daß man mit beiden Zirkelspitzen stets auf einerlei Parallele bleibe, und daß man die größeren und kleineren Theile richtig zusammen zähle.

Wie man das Maaß das man einer Linie geben will, vom Maaßstabe abnehme und auf die Linie abtrage, lehrt sich bei einiger Uebung von selbst.

Wenn man eine Linie theilen will, so mißt man sie auf dem Maaßstabe, schreibt das gefundene Maaß hin, dividirt es mit der Anzahl Theile, welche die Linie bekommen soll, nimmt den Quotienten vom Maaßstabe und trägt ihn auf die Linie ab.

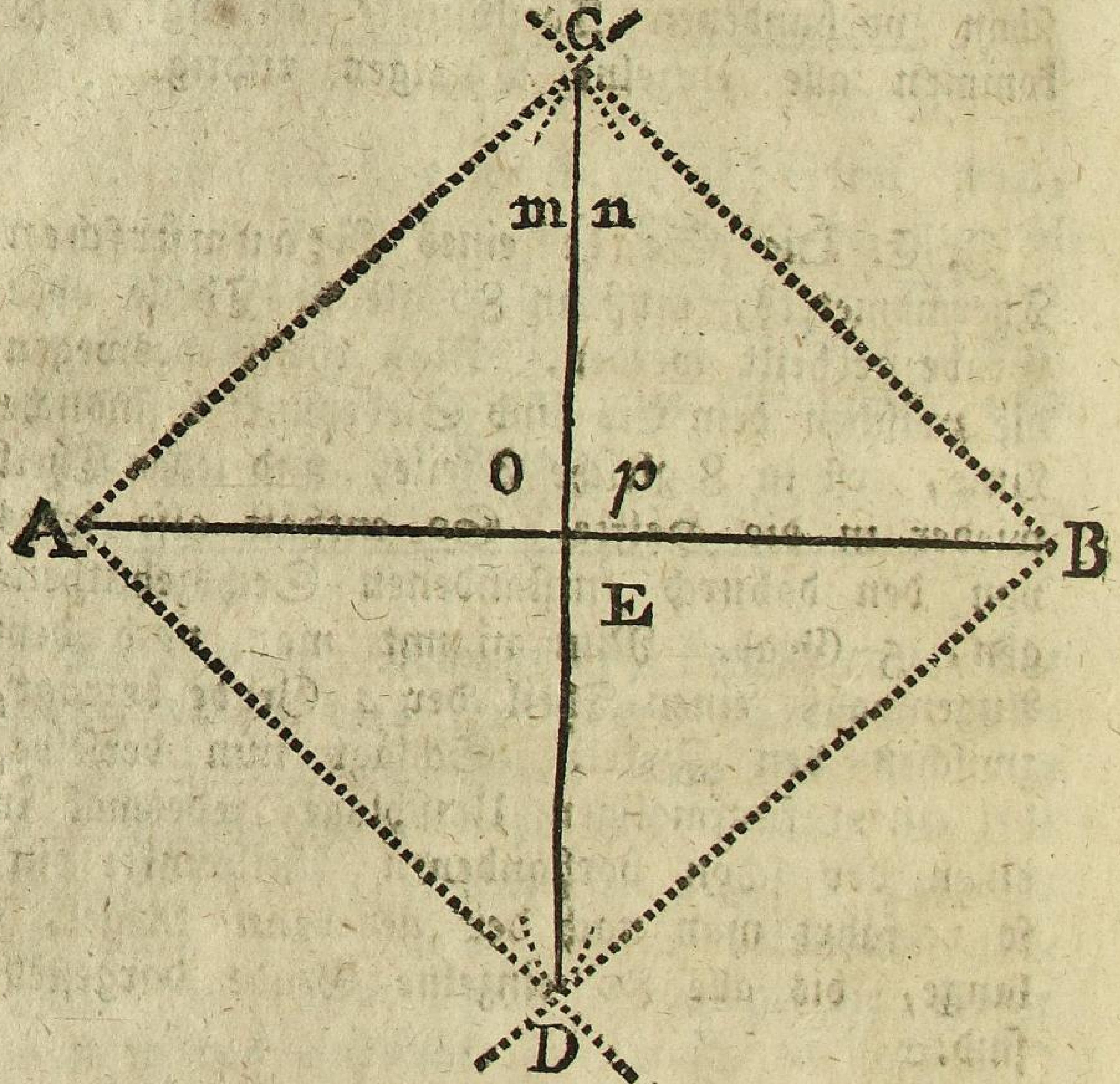
Auch ohne Maaßstab, kann man Linien durch das Probiren theilen. Man schätzt nemlich die Größe eines Theiles nach dem Augenmaaße, faßt diese Größe zwischen den Zirkel und schlägt ihn auf der Linie so oft um, als dieselbe Theile bekommen soll. Trift dann beim letzten Umschlage die Spitze nicht in das Endpunkt der Linie, so stellt man den Zirkel so lange enger oder weiter, bis man endlich Befriedigung findet.

Wenn die Theile so klein werden, daß man sie nicht gut zwischen den Zirkel faßen und umschlagen kann, so theilt man die Linie erst in größere Theile, und sucht dann durchs Probiren solche Theile, die von jenen um ein Theilgen verschieden sind. Schlägt man nun diese Theile so oft um, als es angehet, indem man aus einem je andern und andern der schon vorhandenen Theilpunkte anfängt, so kommen alle einzelne Theilgen richtig.

Z. E. Die Scale eines Reaumürschen Thermometers, muß in 80 gleiche Theile oder Grade getheilt werden. Man theilt deswegen die zwischen dem Eis und Siedepunkt befindliche Linie, erst in 8 gleiche Theile, und jeden Theil wieder in die Hälfte. So enthält also jedes von den dadurch entstandenen Sechszehntheilgen, 5 Grad. Nun nimmt man nach dem Augenmaaße einen Theil der 4 Grade beträgt, zwischen den Zirkel. Schlägt nun derselbe, bei einem fünfmaligen Umschlage, jedesmal in einen der schon vorhandenen Theilpunkte ein, so verfährt man nach der gegebenen Regel, so lange, bis alle 80 einzelne Grade dargestellt sind.

Zu dergleichen feinen Theilungen, gebraucht man eigentlich den Federzirkel.

Auf folgende Art kann man mit der strengsten geometrischen Schärfe, eine Linie in zwei Theile theilen, voraus gesetzt, daß man über und unter derselben, den erforderlichen Raum habe.



Man mache mit gleichbleibender Eröfnung des Zirkels, aus den Endpunkten der Linie AB, über und unter derselben, die Kreuzschnitte C und D; an die Durchschnittspunkte lege man ein Linial, und ziehe die Linie CD. Diese wird die Linie AB, in dem Punkte E dergestalt durchschneiden, daß AE = EB wird.

Um dieß zu beweisen, ziehe man die punktirten Linien (Hülfslinien) AC, CB, AD und BD, so bilden sich die Dreiecken CAD und CBD. Diese sind sich (nach der dritten Bestimmungsart) einander gleich, weil ihre Seiten einander gleich sind. Folglich ist auch der Winkel m = dem Winkel n. Diese Winkel werden von den Seiten CA = CB und CE = CE eingeschloßen. Folglich sind nach der ersten Bestimmungsart, die Dreiecke CAE und CBE einander gleich. Mithin ist AE = EB.

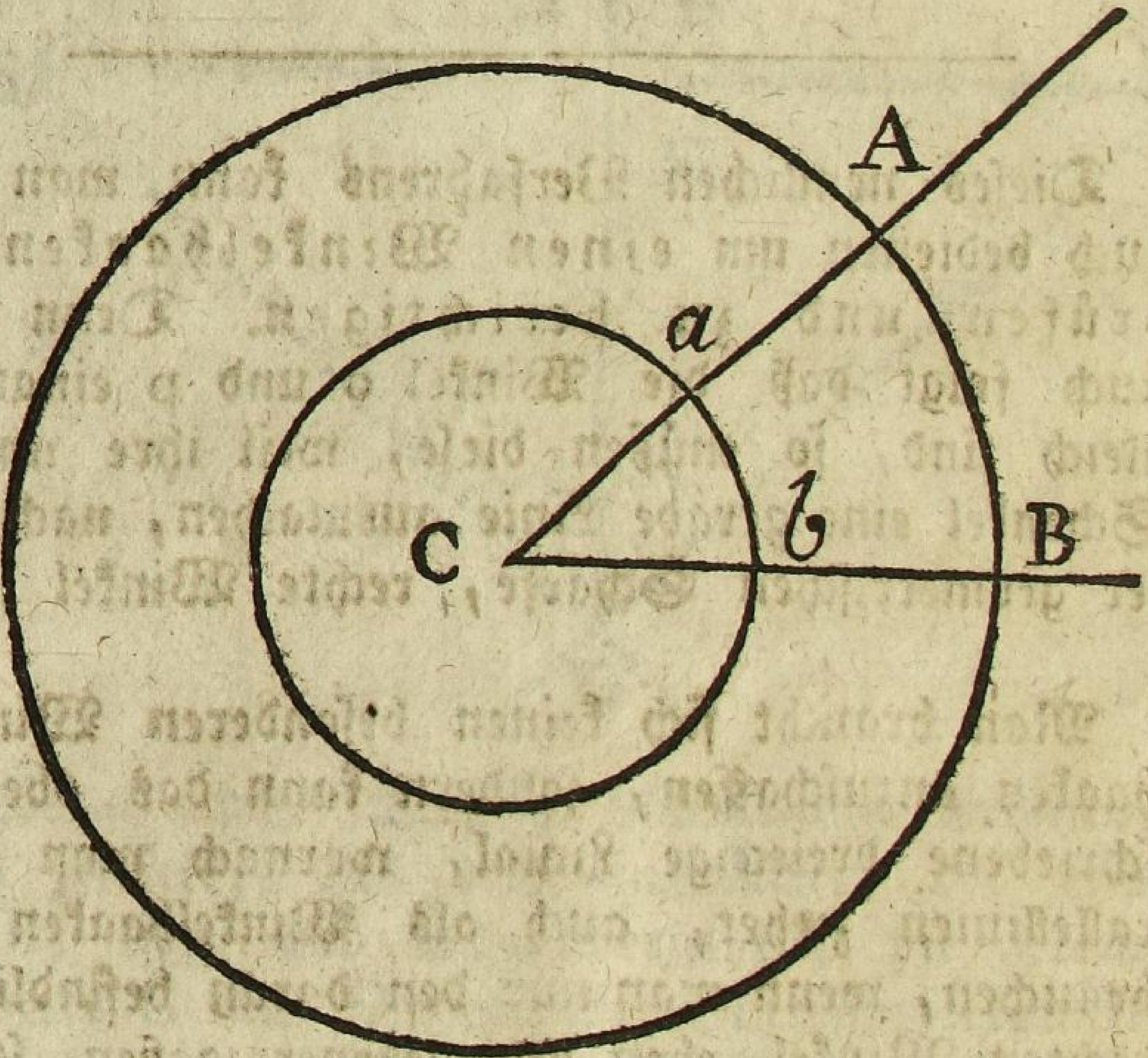
Dieses nemlichen Verfahrens kann man sich auch bedienen um einen Winkelhaaken zu prüfen und zu berichtigen. Denn da auch folgt daß die Winkel o und p einander gleich sind, so müßen diese, weil ihre untere Schenkel eine gerade Linie ausmachen, nach aller geometrischen Schärfe, rechte Winkel seyn.

Man braucht sich keinen besonderen Winkelhaaken anzuschaffen, sondern kann das obenbeschriebene dreieckige Linial, wornach man Parallellinien ziehet, auch als Winkelhaaken gebrauchen, wenn man nur den daran befindlichen rechten Winkel, eben beschriebenermaaßen, scharf geprüft und berichtiget hat.

Die Winkel werden mit einem

Kreisbogen gemeßen, welchen man aus ihrer Spitze zwischen ihren Schenkeln beschreibt. Je nachdem dieser Bogen groß oder klein ist, je nachdem ist der Winkel groß oder klein.

Es kommt aber hierbei nicht auf die wirkliche Größe des Bogens, sondern auf sein Verhältniß zu dem ganzen Kreise an, wovon er ein Theil ist.



Z. E. Der Winkel A C B, kann sowohl durch den Bogen A B, als auch durch den Bogen a b gemeßen werden. Denn jeder ist der gleichvielste Theil von seinem Kreise, (z. E.

der achte Theil) ohngeachtet A B an sich größer ist, als a b.

Wir wollen uns also erstlich mit der Zeichnung und Eintheilung des Kreises beschäftigen und dann wieder zu den Winkeln zurücke kehren.

Auf dem Papiere zeichnet man Kreise mit dem Einsatz-zirkel, und zwar, entweder blind (mit dem bloßen Zirkelfuß, dergestalt daß der Umfang nur eben sichtbar ist,) oder man setzt den Bleistiftshalter, oder die Reißfeder ein, je nachdem man es nöthig findet.

Wenn man in einem Kreise einen Durchmeßer ziehet, und aus den beiden Endpunkten deßelben, über und unter dem Kreise Durchschnitte macht (so wie es vorhin bei der Halbirung einer geraden Linie gelehret worden) und hierauf durch die Durchschnittspunkte eine gerade Linie ziehet, so gehet diese Linie durch das Mittelpunkt und theilet den Umfang des Kreises mit völliger geometrischen Schärfe in vier gleiche Theile.

Die vier Winkel welche sich am Mittelpunkte bilden, sind rechte Winkel.

Das Maaß eines rechten Winkels,

ist also der vierte Theil des ganzen Umfanges des Kreises.

Auch in sechs gleiche Theile kann man den Umfang des Kreises mit geometrischer Schärfe eintheilen, wenn man nemlich den Radius womit man ihn beschrieben hat, sechsmal darin herumschlägt.

Daß dieß allemal genau zu treffen müße, beweißt man so:

Alle Winkel die man sich um ein Punkt gedenken kann, machen zusammen vier rechte Winkel aus. Nun denke man sich um das Mittelpunkt des Kreises Winkel, deren jeder $\frac{2}{3}$ des rechten Winkels ist. Deren können also 6 seyn. Ziehet man also sechs Radien welche diese Winkel einschließen, und zwischen den Radien Sehnen, so entstehen sechs Dreiecke. Diese Dreiecke aber sind gleichseitige. Denn da die Winkel in einem jeden Dreiecke zusummen 2 rechte Winkel ausmachen, so kommt, wenn man $\frac{2}{3}$ von 2 abziehet und den Rest halbiret, für jeden anderen Winkel auch $\frac{2}{3}$. Folglich sind diese Dreiecke gleichwinkelich. Gleichwinkliche Dreiecke, sind aber auch gleichseitige. Mithin ist jede der 6 Sehnen dem Radius gleich, oder welches einerlei ist, man kann den Radius genau sechsmal im Umfange des Kreises umschlagen, und letzteren also dadurch in sechs gleiche Theile theilen.

Man habe nun den Kreis, auf die bisher beschriebene Arten, entweder in vier oder sechs gleiche Theile getheilet, so kann man, (wenn man sich unter den Bogen Sehnen gezogen gedenket,) durchs Halbiren die Theilung so weit fortsetzen, als man es nöthig oder thunlich findet.

(Bisher) Gewöhnlicher Weise, theils man den ganzen Umfang des Kreises (er sey groß oder klein) in 360 gleiche Theile (oder Grade) folglich den vierten Theil in 90, den sechsten Theil in 60 u. s. w.

Durch fortgesetztes Halbiren, kann man aber nicht zu dieser Eintheilung gelangen, sondern man muß zuletzt einen Bogen entweder in 5 oder in 3 Theile theilen, und dieß geschiehet durchs Probiren mit dem Federzirkel.

Hat man dadurch einen Kreis z. E. von 5 zu 5 Graden eingetheilet, so erhält man die einzelnen Grade durch den nemlichen Kunstgriff, durch welchen man, wie oben zum Beispiele gezeigt worden, eine Thermometer Scale in ihre einzelne Grade theilet.

Zeichnet man auf Postpapier einen in seine 360 Grade richtig eingetheilten Kreis mit Tusche, und macht man dieses, durch Bestreichung mit einem klaren Firniß durchsichtig, so hat man, (wenn der Firniß trocken ist, einen sehr bequemen Winkelmeßer auf dem Papiere (Transporteur, Traductor) welchen man außer dem Gebrauche in einem Buche verwahret.

Will man mit demselben einen Winkel meßen, so legt man ihn dergestalt daß das Mittelpunkt genau auf die Spitze des Winkels paßet, und zählet dann wieviel Grade zwischen den Schenkeln des Winkels enthalten sind.

(Um sich dieses zählen zu erleichtern, hat man vorher alle 5 Grade mit Ziffern bezeichnet, und man legt den Transporteur jedesmal so, daß der eine Schenkel des Winkels jedesmal durch das Zero gehet.)

Will man hingegen einen Winkel von so oder so vielen Graden zeichnen, so begreift man leicht, wie man dieß durch Stiche mit einer feinen Nadel bewerkstelligen könne.

(Eine solche Nadel, in einen Stiel oder Heft gefaßt, nennet man eine Punktirnadel oder auch eine Copirnadel.)

Um einen Winkel einzutheilen, darf man nur den zwischen seinen Schenkeln enthaltenen Bogen theilen, und aus der Spitze in der Theilungspunkte gerade Linien ziehen.

Uebrigens eignet man dem Grade 60 Minuten und der Minute 60 Secunden zu, worauf aber nur bei trigonometrischen und astronomischen Meßungen und Rechnungen, Rücksicht genommen werden kann. Auf dem Papier und bei gewöhnlichen Feldmeßungen, begnügt man sich die Grade nur in halbe und viertel einzutheilen.

Um Grade Minuten und Secunden zu unterscheiden, bezeichnet man die Zahlen oben rechter Hand, mit o, ′ und ″ Z. E. $36^{\circ}\ 15'\ 30''$ heißt 36 Grad 15 Minuten und 30 Secunden.

Ein Dreieck zu zeichnen, das durch zwei Seiten mit dem eingeschloßenen Winkel bestimmt ist?

Man zeichne den Winkel und gebe seinen beiden Schenkeln das gehörige Maaß. Durch die Endpunkte ziehe man eine gerade Linie.

Ein Dreieck zu zeichnen, welches durch eine Seite und die beiden darauf liegenden Winkel bestimmt ist?

Man ziehe eine Linie und gebe ihr das Maaß der Seite. Auf ihre Endpunkte setze man die Winkel, so werden sich die Schenkel derselben durchschneiden und das verlangte Dreieck bilden.

Ein Dreieck zu zeichnen, das durch alle drei Seiten bestimmt ist?

Man zeichne erst eine Seite und gebe ihr das gehörige Maaß. Man nehme das Maaß der beiden andern Seiten nach einander zwischen den Zirkel, und mache damit über der ersten einem Durchschnitt. Die Endpunkte und das Durchschnittspunkt verbinde man mit geraden Linien.

Hiernach wird man von selbst leicht begreifen, wie ein gleichseitiges, oder ein gleichschenk=

liches oder ein rechtwinkliches Dreieck nach verschiedenen Bestimmungen richtig gezeichnet werden könne.

Ueber einer bestimmten Linie ein Quadrat zu zeichnen, setze man auf ihre beide Endpunkte rechte Winkel, mache die Schenkel derselben so groß, als die gegebene Seite, und ziehe dann die vierte Linie.

Ein Rectangulum zu zeichnen, das durch zwei Seiten bestimmt ist: setze man dieselben rechtwinklich an einander und mache alsdann mit beiden einen Durchschnitt.

Ein Rhombus wird gezeichnet wie ein Quadrat und ein Rhomboides wie ein Rectangulum, nur mit dem Unterschied, daß man anstatt der rechten, schiefe Winkel aufsetzet.

Ein unregelmäßiges Viereck zu zeichnen, zeichne man die beiden Dreiecke woraus es bestehet, und beobachte dabei die gehörige Zusammensetzung.

Regelmäßige Vielecke, zeichnet man in einen Kreis. Da ist nun entweder der

Kreis bestimmt, worin das Vieleck gezeichnet werden soll, oder es ist bestimmt wie groß eine Seite des zu zeichnenden Vielecks seyn soll.

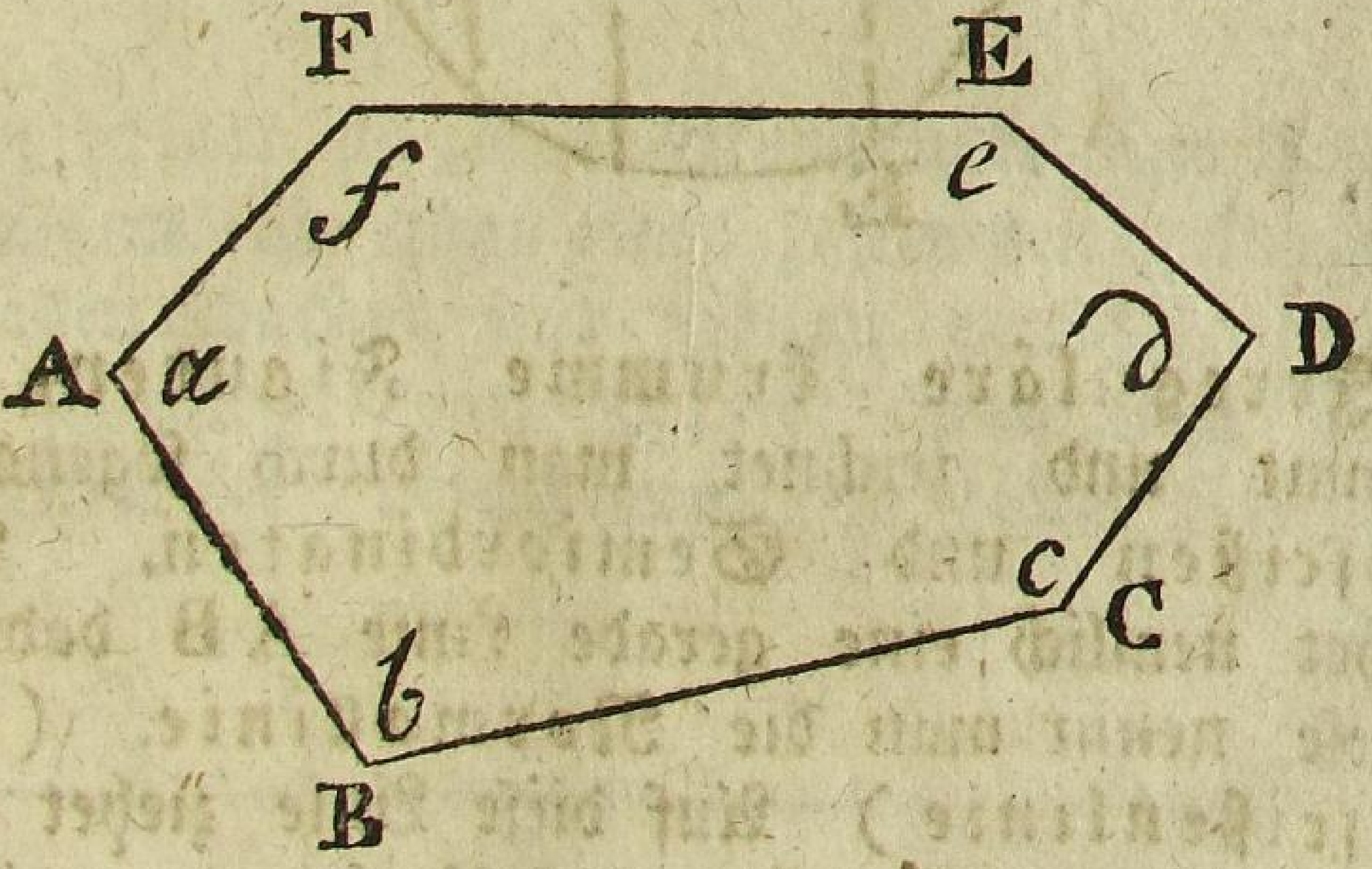
Im ersten Falle dividirt man 360 mit der Anzahl der Seiten, welche das Vieleck haben soll. Der Quotient heißt der Centriwinkel. Diesen zeichnet man hin und beschreibt dann aus seiner Spitze den bestimmten Kreis, so schneiden die Schenkel deßelben im Umfange des Kreises einen Bogen ab. Diesen faßt man zwischen den Zirkel, schlägt ihn so oft es seyn muß um, und ziehet alsdann die Sehnen, so wird sich das verlangte regelmäßige Vieleck bilden.

Im andern Falle, sucht man auch erst den Centriwinkel, ziehet denselben von 180 Grad ab und halbiret den Rest, so erhält man den sogenannten halben Polygonwinkel. Diesen setzt man zweimal auf die gegebene Seite des zu zeichnenden regulären Vielecks, dergestalt daß sich über derselben ein gleichschenkliches Dreieck bildet. Aus der Spitze dieses Dreiecks beschreibt man einen Kreis, worin die gegebene Seite eine Sehne wird, und worin sich dieselbe so vielmal herumtragen läßet, als das Vieleck Seiten bekommen soll.

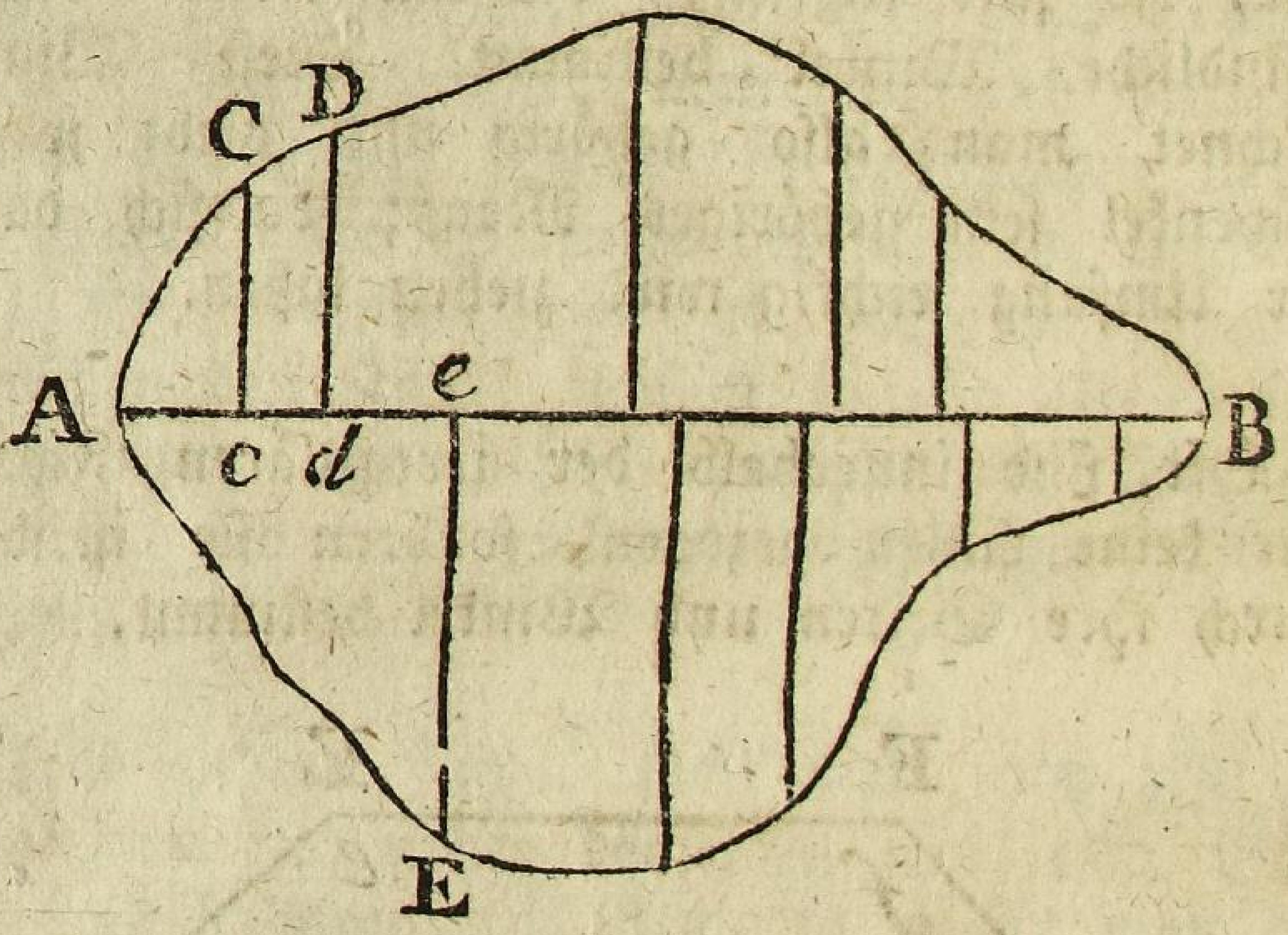
Irreguläre Vielecke, die durch Diagonalen in Dreiecke zertheilt sind, zeichnet man auf die nemliche Art, wie die irreguläre Vierecke.

Sind sie aber durch ein, ohngefähr in der Mitte angenommenes Punkt, in Dreiecke zerlegt, so sind ingemein die um dieses Punkt befindliche Winkel bestimmt. Diese Winkel zeichnet man also gehörig und giebt jedem Schenkel sein gehöriges Maaß; da sich dann der Umfang richtig wird ziehen laßen.

Oft sind innerhalb der irregulären Figur, gar keine Linien gezogen, sondern sie ist blos durch ihre Seiten und Winkel bestimmt.



In diesem Falle fängt man die Zeichnung mit einem Winkel an, z. E. mit a, giebt dem Schenkel A B sein gehöriges Maaß, setzt alsdann den Winkel b auf, ziehet die Linie BC, und giebt ihr ihr Maaß, und so fähret man fort bis sich die Figur schließt. Bekommen dann die beiden letzten Seiten und der letzten Winkel von selbst ihr gehöriges Maaß, so ist dies eine sehr zuverläßige Probe, daß man richtig gezeichnet habe.

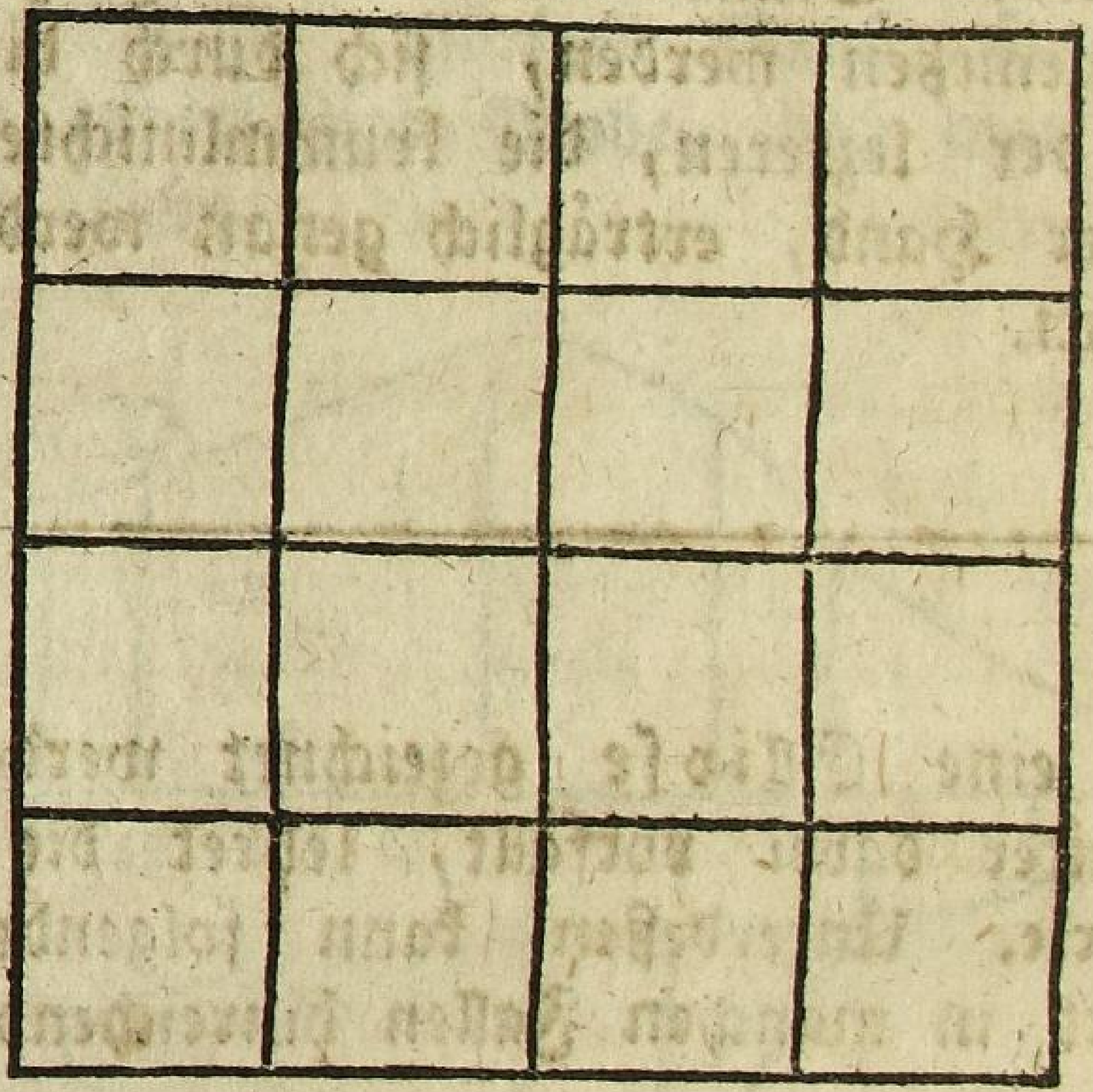


Irreguläre krumme Figuren, bestimmt und zeichnet man durch sogenannte Abscißen und Semiordinaten. Man ziehet nemlich eine gerade Linie AB dadurch. Diese nennt man die Normallinie. (oder Abscißenlinie) Auf diese Linie ziehet man aus denjenigen Punkten des Umfangs, zwischen welche ein Stück fällt das noch ziemlich gerade ist, Lothlinien, wie Cc, Dd, Ee u. s. w. Diese heißen Semiordinaten. Die dadurch auf der Normallinien abgeschnittene Stücke, wie Ac, Ad, Ae, heißen Abscißen. Man begreift nun leicht, daß wenn alle Abscißen und Semiordinaten richtig gezeichnet und abgemeßen werden, sich durch die Endpunkte der lezteren, die krummlinichte Figur aus freier Hand, erträglich genau werde zeichnen laßen.

Wie eine Ellipse gezeichnet werde, und was weiter dabei vorfällt, lehret die höhere Geometrie. Unterdeßen kann folgende Zeichnungsart in manchen Fallen hinreichend seyn.

Man schlage in jeden Brennpunkt eine Nadel. Dann lege man einen zusammen geknüpften Faden darum und spanne denselben mit einem Bleistifte an. Fähret man nun mit dem Bleistifte ringsherum, so bildet sich die Ellipse.

Ebene Figuren ausmeßen, nennt man ihren Flächeninnhalt (ihr Areal) finden, oder auch sie Quadriren, weil das Maaß deßen man sich dazu bedienet ein Quadrat ist.



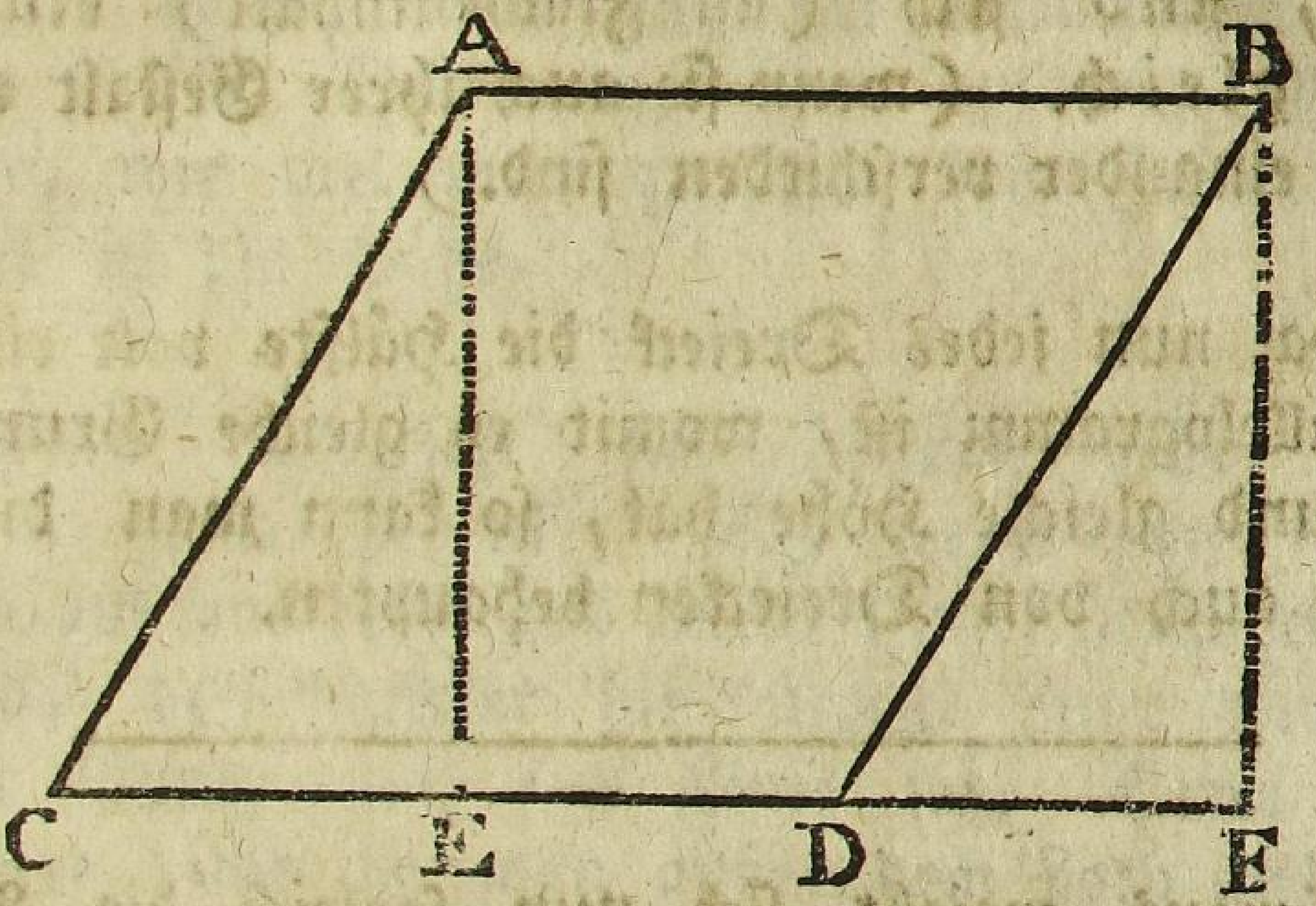
Den Flächen inhalts eines Quadrats findet man, wenn man seine Seite mit sich selbst multiplicirt.

Z. E. Die Seite wäre 4 (Fuß) so ist der Inhalt, wie man siehet, 16 (Quadratfuß.)

Ein Rectangulum wird quadrirt, wenn man seine Länge mit seiner Breite multiplicirt.

Ein Rhombus und Rhomboides werden

quadrirt, wenn man ihre Grundlinie mit ihre Höhe multiplicirt.



Daß dieses Verfahren den richtigen Flächeninhalt gebe, beweiset man so:

Man ziehe die Höhe AE, verlängere die Grundlinie CD, und laße auf diese Verlängerung aus B, das Loth BF herabfallen, so bilden sich die rechtwinklichen Dreiecke ACE und BDF. Diese sind sich aber einander gleich, weil AC = BD und AE = BF ist. Schneidet man man also in Gedanken das Dreieck ACE, von dem Rhombus oder Rhomboides ab, und legt es auf das Dreieck BDF, so bildet sich ein Rectangulum, das mit dem Rhombus oder Rhomboides ganz einerlei Flächeninhalt hat.

Diesen Satz pflegt man auch so auszudrükken: Parallelogrammen die gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben, sind sich (an Flächeninhalt) einander gleich. (wenn sie auch ihrer Gestalt nach von einander verschieden sind.)

Da nun jedes Dreieck die Hälfte von einem Parallelogramm ist, womit es gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat, so kann man diesen Satz auch von Dreiecken behaupten.

Hieraus ergiebt sich nun sogleich die Art, wie ein Dreieck quadrirt oder ausgerechnet wird.

Man stellt sich nemlich vor, man hätte ein Parallelogramm von der nemlichen Grundfläche und Höhe zu quadriren und nimmt von dem gefundenen Flächeninhalte nur die Hälfte.

Den nemlichen Inhalt würde man finden wenn man die halbe Höhe des Dreiecks mit seiner Grundlinie, oder die halbe Grundlinie mit seiner Höhe multiplicirte.

Um die Höhe des Dreiecks zu meßen hat man nicht nötig aus der Spitze deßelben wirklich eine Lothlinie auf seine Grundlinie (oder deren Verlängerung) zu ziehen, sondern man setzt nur den Zirkel in die Spitze und eröfnet ihn so weit daß der andere Fuß, wenn man einen Bogen damit beschreibt, die Grundlinie nur eben streift. Dann mißt man auf dem Maaßstabe, wie viel man zwischen dem Zirkel hat. Dies ist die Höhe.

Man überzeugt sich hiervon sehr leicht wenn man bedenkt, daß wenn eine Lothlinie auf eine Linie aus einem Punkt herabgelaßen wird, diese immer die kürzeste Linie zwischen dem Punkt und der Linie sey. Denn jede andere Linie die man außer dem Loth aus dem Punkt ziehen könnte, würde mit denselben ein rechtwinkliches Dreieck bilden und darin die Hypothenuse seyn. Die Hypothenuse ist aber jederzeit größer als ein Kathete.

Man kann auch ohne die Höhe des Dreiecks zu wißen, seinen Flächeninhalt, auf folgende, (freilich etwas mühsame, aber sehr genaue) Art (deren Grundsätze, sich jedoch nur durch die Algebra entwickeln laßen,) finden:

Man meße außer der Grundlinie auch noch die beiden andern Seiten.

Man addire nun alle drei Seiten des Dreiecks und bemerke die Summe.

Ferner addire man jede zwei Seiten und ziehe von ihrer Summe die dritte Seite ab, so bekommt man drei Reste.

Man mache ein Product, deßen vier Factoren die Summen allen Seiten und die drei Reste sind.

Aus diesem Producte ziehe man die Quadratwurzel und dividire sie mit vier. Dieser Quotient ist der Flächeninhalt des Dreiecks.

Es sey z. E. die Grundlinie eines Dreiecks 45. Die beiden andern Seiten seyen 36 und 40.

So ist die Summe aller drei Seiten 121.

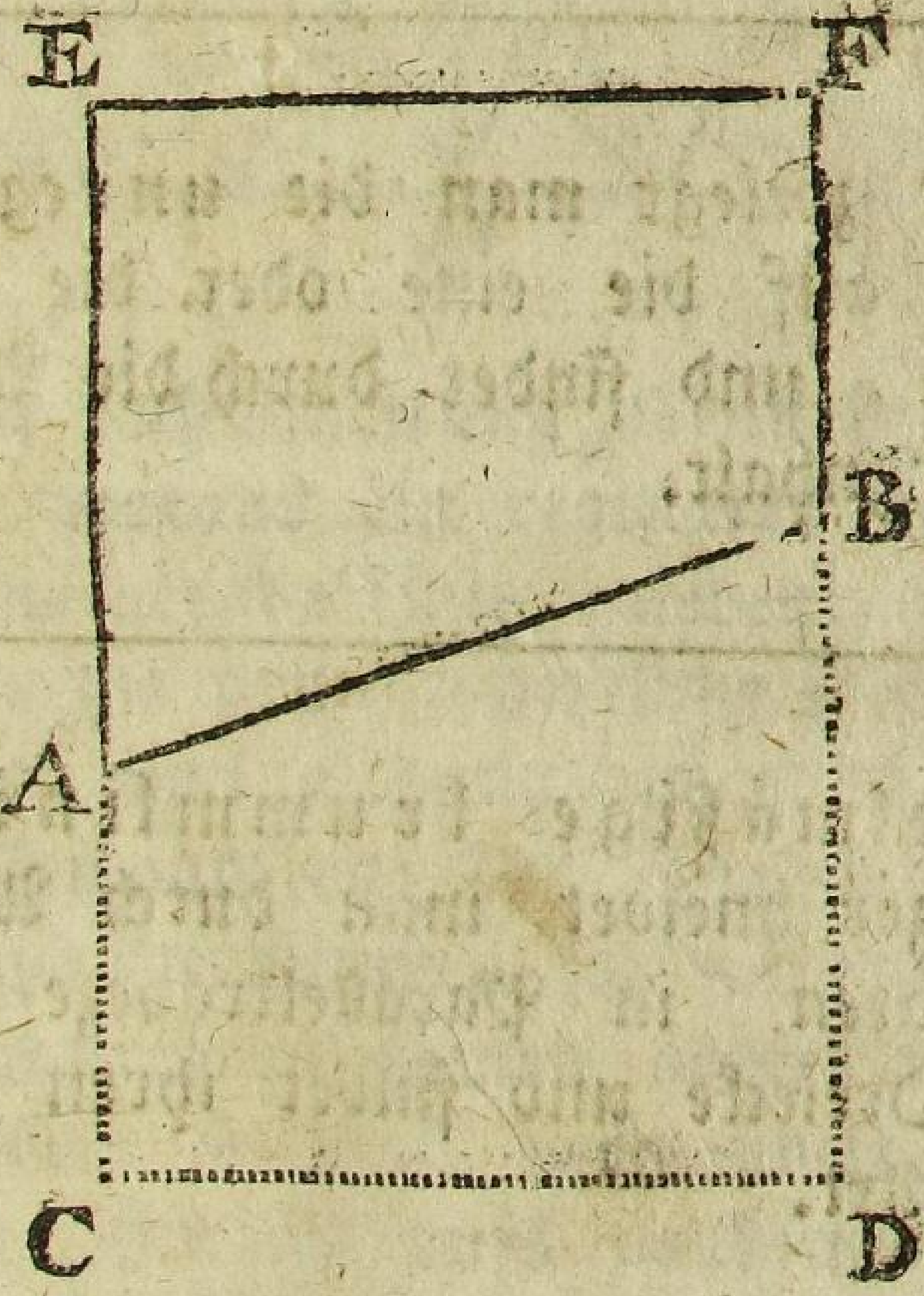
Die drei Reste sind 31, 41 und 49. Das Product dieser vier Factoren ist 7535759.

Die Quadratwurzel aus diesem Product ist 1745, 13 (die hinter dem Comma stehenden 13 sind Decimalbrüche.)

Dies Product mit 4 dividirt, giebt zum Inhalt des Dreiecks 686, 28

(Dergleichen weitläuftige Rechnungen werden nun durch die sogenannten Logarithmen ungemein abgekürzt und erleichtert, deren Natur und Gebrauch man aber erst in der Trigonometrie recht verstehen lernt.)

Ein Paralleltrapez zu quadriren, addiret man die beiden parallelen Seiten und multiplicirt ihre Summe mit derjenigen Seite worauf sie lothrecht stehen. Das Product halbirt man so hat man den Inhalt.



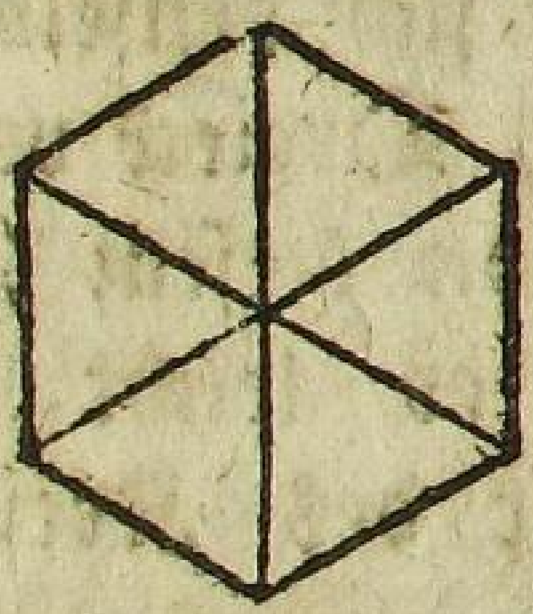
Denn wenn man die Seiten A C und B D des Paralleltrapezes A B D C aufwärts verlängert, und dann A C aus B in F und B D aus A in E trägt und die Linie E F ziehet, so entstehet ein Rectangulum E F C D, welches noch einmal so groß ist als das Parallel=trapez, indem es aus zwei solcher Trapezen zusammen gesetzt ist.

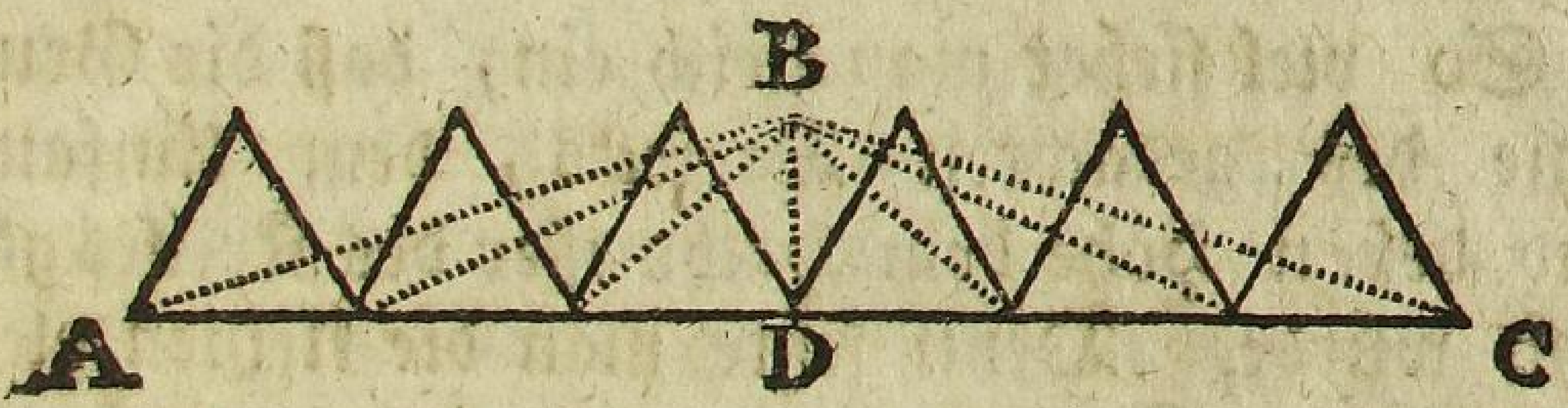
Ein unregelmäßiges Viereck theilt man durch die Diagonale in zwei Dreiecke, rechnet jedes Dreieck aus und addirt beide, so ist die Summe der Inhalt.

Eben so zerlegt man die unregelmäßige Vielecke auf die eine oder die andere Art in Dreiecke, und findet durch die Addition derselben den Inhalt.

Unregelmäßige krummlinichte Figuren, zerschneidet man durch Abscissen und Semiordinaten in Paralleltrapeze und rechtwinkliche Dreiecke und findet ihren Inhalt auf die vorige Art.

Der Inhalt eines regelmäßigen Vielesckes ist sehr leicht auszurechnen. Denn da es aus eben so vielen gleichgroßen Dreiecken bestehet als es Seiten hat, so darf man nur eins von diesen Dreiecken ausrechnen, und den gefundenen Inhalt mit der Zahl der Seiten multiplicirten.





Seze man nach Anleitung obenstehender Figur die Dreiecke woraus ein reguläres Vieleck bestehet, auf eine gerade Linie, neben einander und irgend wohin die gemeinschaftliche Höhe derselben B D; ziehet man alsdann aus dem Punkte B nach den Endpunkten der Grundlinien dieser Dreiecke, gerade Linien, so werden sämmliche Dreiecke dadurch zusammen addirt und in ein einziges großer A B C verwandelt, das dem regelmäßigen Vielecke aufs vollkommenste gleich ist. Denn die schiefen Dreiecke welche dadurch entstehen und sich an einander legen, haben mit den gleichschenklichen einerlei Grundlinien, und gleiche Höhe und sind ihnen folglich an Inhalt gleich.

Diese Betrachtung führet zur Quadratur des Kreises. Denn da derselbe ein reguläres Vieleck von unendlich vielen und kleinen Seiten ist, so kann man sich denselben jederzeit in ein, ihm gleich großes, Dreieck verwandelt vorstellen. Weis man also von diesem Dreieck Grundlinie und Höhe, so ist es leicht zu berechnen und folglich der Inhalt des Kreises dadurch gefunden.

So viel siehet man gleich ein, daß die Grundlinie des gedachten Dreiecks, dem Umfange, und deßen Höhe dem Halbmeßer des Kreises gleich seyn würde. Denn setzte man die kleinen gleichschenklichen Dreiecke, woraus jenes große bestehet, wirklich neben einander, so würde der Umfang in eine gerade Linie verwandelt und da diese Dreiecke unendlich schmal sind, so würde man den Halbmeßer von ihren Schenkeln nicht unterscheiden können.

Die Regel zur Quadratur des Kreises würde also seyn: (wie sie es dann wirklich ist) Der Umfang mit dem Halbmeßer multiplicirt und das Product halbirt, (oder der Umfang mit dem vierten Theile des Durchmeßers multipliciret) giebt den Inhalt des Kreises.

Da man aber die Verwandlung des Umfanges in eine gerade Linie, nur in Gedanken und nicht wirklich in der Natur vornehmen kann, so ist man bemühet gewesen, das Verhältiß des Durchmeßers zum Umfange zu suchen. Denn dieses Verhältniß ist in allen Kreisen einerlei; weil der Umfang um desto größer oder kleiner wird, je größer oder kleiner der Durchmeßer ist. Da nun der Durchmeßer des Kreises, sich jederzeit darstellen und meßen läßet so kann man nach dem gedachten Verhältniß, den dazu gehörigen Umfang durch die gewöhnliche Regel de tri finden. z E man habe den Durchmeßer einer Kreises 100 (Fuße) gefunden, und das allgemeine Verhältniß wäre wie 7 zu 22, so setzt man nach der Regel de tri:

Was geben 100
Wenn 7 — 22 geben

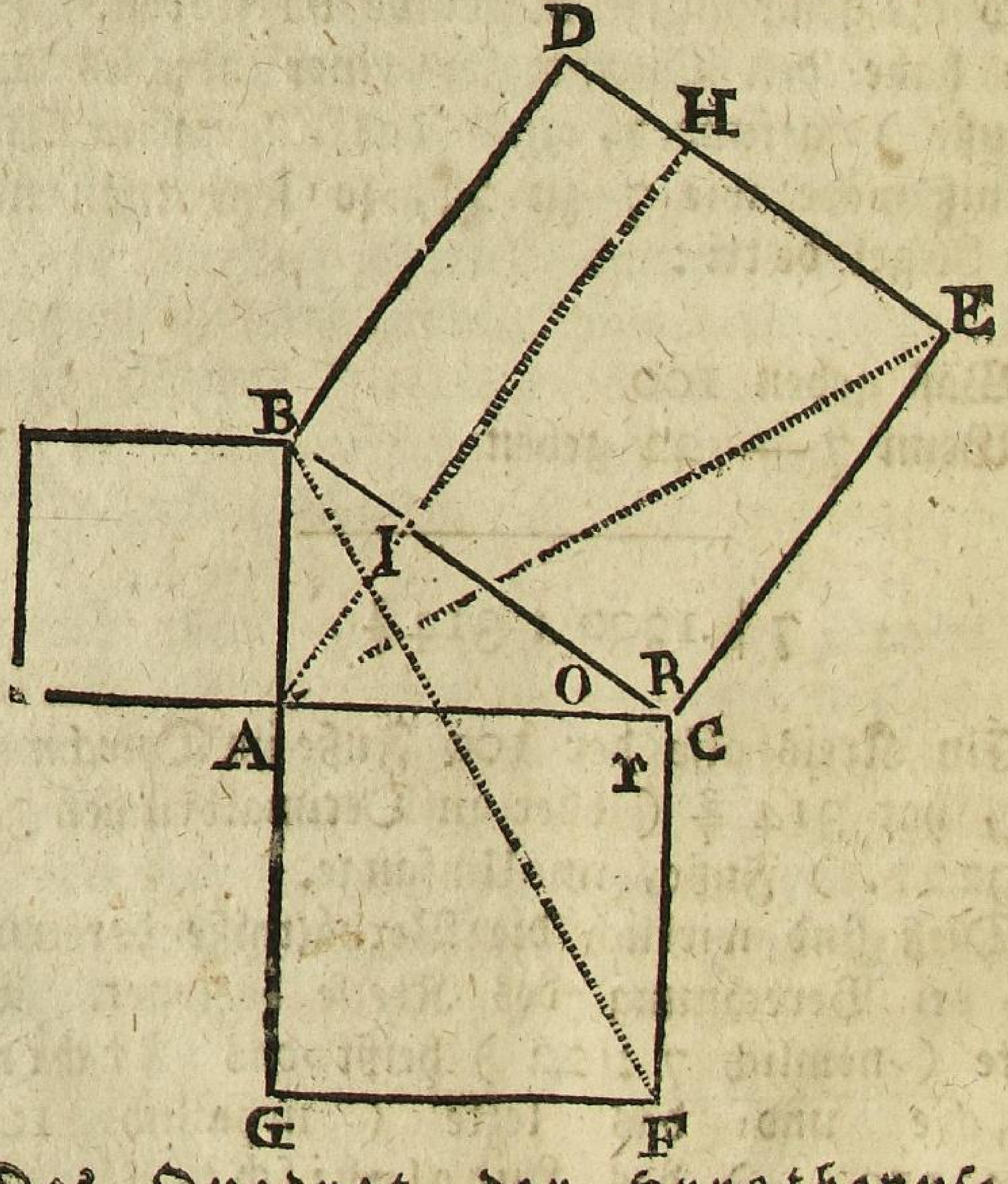
$7 \mid 1200 : 314\frac{2}{7}$

Ein Kreis also der 100 Fuße im Durchmeßer hat, hat $314\frac{2}{7}$ (oder in Decimalbrüchen 314, 1592. . .) Fuße, im Umfange.

Dieß sind wirklich die Verhältniße deren man sich bei Berechnung des Kreise bedienet. Das erste (nemlich 7 : 22) heißt das Archimedische und das lezte (nehmlich 100 : 314, 159. . .) das Ludolphische.

Es ist mit vielem Nutzen verbunden, die Art und Weise, wie diese Verhältniße gefunden worden sind (oder doch gefunden werden konnten) sich bekannt zu machen.

Hierzu dienet folgender merckwürdige und folgenreiche Satz, den ein Weltweiser und Mathematikverständiger des Alterthums, Namens Pythagoras erfand, deswegen er auch der Pythagorische Satz gennenet wird.



Das Quadrat der Hypothenuse ist

gleich den Quadraten der beiden Katheten.

Um den Beweis von diesem Satze zu führen gedencke man sich aus der Spitze des rechten Winckels eine (in obenstehender Figur, punckrirte) Linie A H dergestalt gezogen, daß sie das Quadrat der Hypothenuse in die beiden Rectangula B D H I und I H E C zerschneidet.

Könnte man nun beweisen, daß von diesen beiden Rectanguln, das größere dem Quadrat der größeren, und das kleinere dem Quadrat der kleineren Kathete, gleich sey, so wäre obiger Satz klar.

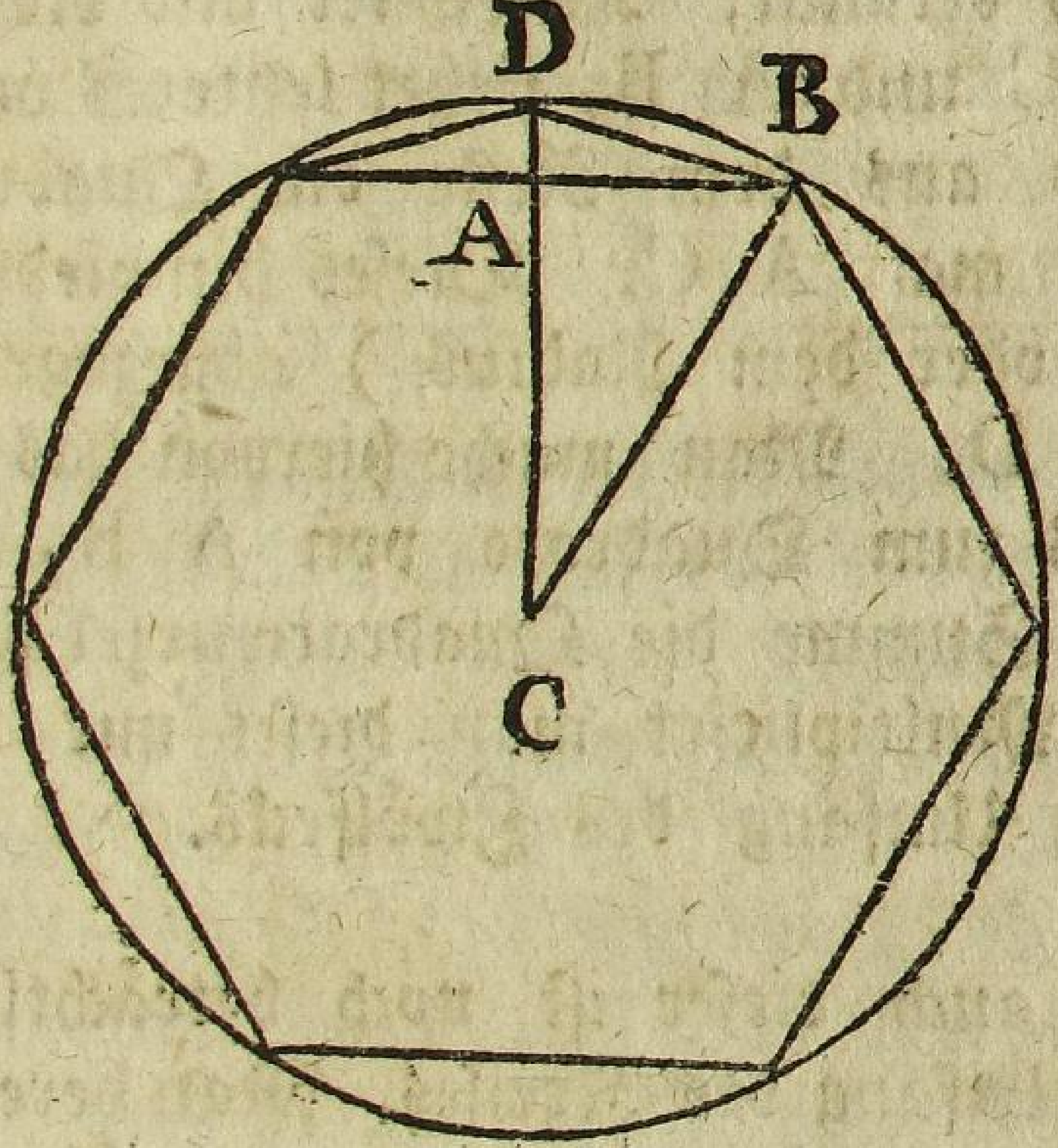
Dies gehet aber völlig an. Denn man ziehe noch die beiden punktirten Linien E A und B F, so bilden sich die beiden (schiefe und in einander verschränckte) Dreiecke A C E und B C F. In diesen Dreicken ist der Winkel A C E gleich den Winkel B C F. (Denn jener bestehet aus den Winkel R + O und dieser aus den Winkel r + o. Es sind aber R und r rechte Winkel folglich ist R + o = r o) Ferner ist die Seite C E = der Seite C B, (weil es Seiten des nemlichen Quadrats sind, aus eben der Ursache ist A C = C F folglich ist (nach der ersten Bestimmungsart) das Dreieck A C E gleich den Dreieck B C F.

Nun aber ist das Dreieck A C E gleich dem halben Rectangel I H C E. (Denn es hat mit ihm einerlei Grundlinie C E und einerlei Höhe (weil es mit ihm zwischen einerlei Parallelen I H und C E stehet) und das Dreieck B C I ist (aus ähnlichen Ursachen) gleich dem halben Quadrat A C G F. Folglich ist auch jenes ganze Rectangel, diesem ganzen Quadrate gleich.

Auf eine ähnliche Art läßt sich erweisen, daß das kleinere Rectangel, dem Quadrate der kleineren Kathete gleich sey.

Was nun die Anwendung des pythagorischen Satzes zur Entdeckung des Verhälteißes des Durchmeßers zum Umfange des Kreises betrifft, so ist oben schon erwiesen worden, daß sich jeder Kreis mit völliger geometrischen Schärfe, in 6 gleiche Theile theilen laße, wenn man den Radius sechsmal darin herumträgt. Thut man dies und ziehet die Sehnen, so entstehet ein reguläres Sechseck.

In Ansehung dieses, ist es nun keinem Zweifel unterworfen, daß sich der Durchmeßer zum Umfange verhalte wie 1 zu 3. Aber man bemerkt auch leicht, daß der Umfang des Kreises größer sey, als der Umfang des darin gezeichneten Sechseckes.



Unstreitig würde man dem Umfange des Kreises näher kommen, wenn man anstatt des Sechsecks ein Zwölfeck in ihn zeichnete. Dieses gehet leicht an, wenn man eine Sechseckseite in zwei Theile theilet und einen Radius dadurch ziehet. Dieser durchschneidet sie rechtwinklich und theilet den darüber befindlichen Bogen in zwei gleiche Theile. Ziehet man also Sehnen, so hat man Zwölfecksseiten.

Vermittelst des pythagorischen Satzes läßt sich nun die Zwölfeckseite aus der Sechseckseite, folgendermaaßen berechnen.

In dem rechtwinklichen Dreieck A B C, ist die Hypothenuse B C (welche der Radius ist) und der Kathete A B (welche der halbe Radius ist) bekannt. Berechnet also die Quadrate von B C und A B, ziehet letzteres von ersterem ab, und aus dem Reste die Quadratwurzel, so erhält man A C. Dieses hinwiederum von C D (oder dem Radius) abgezogen, erfährt man A D. Man mache hiervon das Quadrat, addire es zum Quadrate von A B, und ziehe aus der Summe die Quadratwurzel so hat man D B. Multiplicirt man dieses mit 12 so hat man den Umfang des Zwölfecks.

Aber auch dieser ist noch beträchtlich kleiner als der Umfang des Kreises. Man berechne aber, auf eine der beschriebenen, ganz ähnliche Art, aus dem Zwölfeck den Umfang des Vier- und zwanzigecks; oder überhaupt aus dem vorhergehenden regulären Vielecke, ein folgendes, von noch einmal so vielen Seiten, so kommt man dem Umfange des Kreises immer näher und näher, und findet das Verhältniß des Durchmeßers zu demselben, je schärfer und schärfer.

Durch dergleichen und ähnliche mühsame Näherungen, sind nun die oben gedachte Verhältnißzahlen wirklich gefunden worden. Sie sind freilich noch nicht völlig genau, indem auch bei ihnen die Berechnung noch weiter hätte fortgesetzt werden können (welches einige Mathematikverständige wirklich gethan haben, ohne jedoch ein Ende der Decimalbrüche finden zu können.) Unterdeßen aber sind sie bei gewöhnlichen Kreisberechnungen hinreichend, und man pflegt sich daher bei kleinen Kreisen des Archimedischen, und bei größeren des Ludolphischen zu bedienen.

Nach dem Ludolphischen Verhältniße ist, wenn das Quadrat des Durchmeßers 10000 ist, der Flächeninhalt 7850. Dieses Verhältniß kann man, (durch die Division mit 10 oder Vernichtung der hintersten Null) vereinfachen und sagen: Es verhält sich das Quadrat des Durchmeßers zu dem Inhalt des Kreises, wie 1000 zu 785.

Dies dienet um den Flächeninhalt eines Kreises zu finden, ohne nöthig zu haben erst den Umfang aus dem Durchmeßer zu suchen. Man multiplicirt nemlich den Durchmeßer des Kreises mit sich selbst, dann rechnet man nach der Regel Detri: was giebt dieses Quadrat, da 1000, 785 geben?

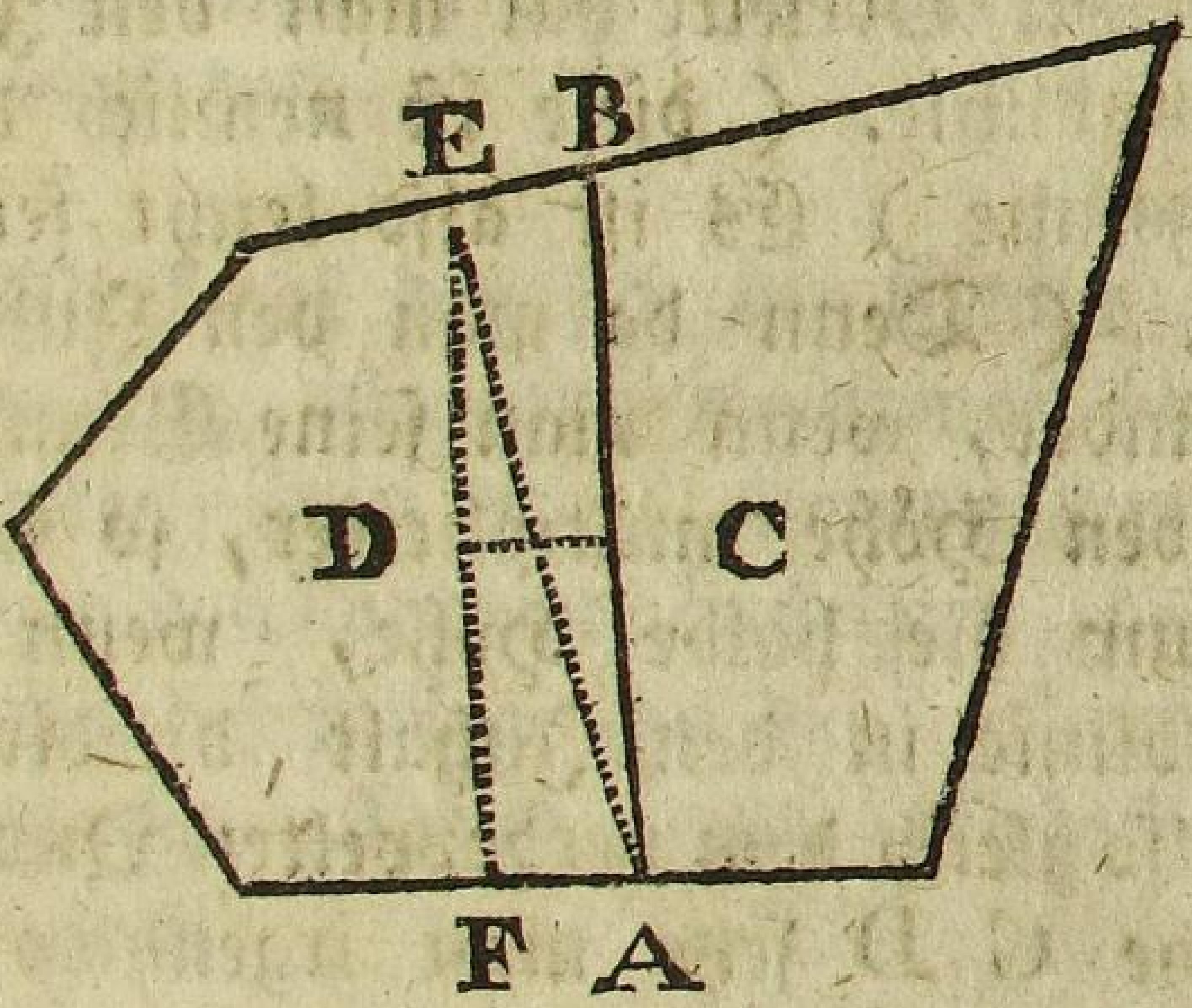
Nach eben diesem Verhältniße, jedoch umgekehrt, kann man den Durchmeßer eines Kreises, deßen Fächeninhalt bestimmt ist, finden, und folglich den Kreis selbst darstellen. Man setzt nemlich, was gehöret zu diesen Fächeninhalt für ein Quadrat, da zu 785, 1000 gehören? Aus dem gefundenen Quadrat ziehet man die Wurzel so hat man den Durchmeßer.

Ueberhaupt hat man den Satz zu bemerken: die Kreise verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate ihrer Durchmeßer oder auch ihrer Halbmeßer. Ist z. E. das Quadrat des Durchmeßers oder Halbmeßers eines Kreises noch einmal so groß, als das Quadrat eines andern, so ist auch der Flächeninhalt des ersten Kreises noch einmal so groß als der Flächeninhalt des zweiten.

Was die Theilung der ebenen Figuren betrist, so begreift man leicht, daß man um ein Dreieck zu theilen nur die Grundlinie theilen und aus den Theilpunkten gerade Linien in die Spitze ziehen dürfe, oder daß wenn man ein Parallelogramm theilen will, man auch die Grundlinie theilen und hernach aus den Theilpunkten Parallelen mit den Seiten des Parallelogramms ziehen müße.

Allein dergleichen Theilungen kommen so häufig nicht vor. Weit öfterer ist es des Fall, daß man eine unregelmäßige Figur in mehrere gleiche oder ungleiche Theile zerlegen soll, und daß sogar die Stellen im Umfange vorgeschrieben werden, von welchen die Scheidungslinien ausgehen sollen.

Dies wird man bewerkstelligen können, wenn man von einer vorgegebenen Figur ein Stück von gegebenem Inhalte abzuschneiden weiß. Hierzu dienet folgendes:



Man ziehe aus der vorgegebenen Stelle A eine Scheidungslinie A B, die dem Augenmaaße nach, den verlangten Inhalt abschneidet.

Schwerlich wird es damit sogleich richtig getroffen seyn. Aber wenn man gefehlt hat, so kann man dies bald erfahren und berichtigen.

Man rechne nemlich das abgeschnittene Stück aus, so findet man deßen Inhalt entweder größer oder kleiner als es seyn sollte. In jenem Falle muß also ein Stück das so groß ist als der Unterschied beträgt, wieder weggeschnitteu, und in diesem zugesetzet werden.

Dies kann nun durch ein Dreieck geschehen, welches man diesseits oder jenseits der falschen Scheidungslinie ansetzt, je nach dem man wegschneiden oder zusetzen will.

Von diesem Dreiecke hat man den Inhalt und seine Grundlinie. (diese ist nemlich die falsche Scheidungslinie) Es ist also leicht seine Höhe zu finden. (Denn da man den Inhalt eines Dreiecks findet, wenn man seine Grundlinie mit seiner halben Höhe multiplicirret, so findet man hinwiederum die halbe Höhe, wenn man mit der Grundlinie in den Inhalt dividiret. Die Höhe ist also gleich dem verdoppelten Quotienten.) Diese Höhe C D setze man irgendwo lothrecht auf die falsche Scheidungslinie und ziehe mit derselben (durch das Endpukt der Höhe) eine Parallele E F. Aus dem Punkte E, in welchem diese Parallele den Umfang durchschneidet, ziehen man eine neue Scheidunsglinie E A. Diese ist die wahre.

Behandlung der Linien und Winkel auf dem Felde, (oder in der Natur.)

Eine ausgespannte Schnur bildet auf dem Felde eine gerade Linie ab, und dienet gleichsam an statt eines Linials.

Längere Linien als man mit einer Schnur bezeichnen kann, steckt man mit Meßstäben (geraden Stangen) ab, die man so viel möglich lothrecht einsetzet.

Das Merkmal daß sich die Stäbe in gerader Linie befinden, ist, daß wenn man hinter einen der äußersten (in einer kleinen Entfernung) tritt, dieser den andern äußersten, dem darnach sehenden Auge (indem man das andere verschließet) verdeckt. Denn alle Sehestralen sind gerade Linien.

Um einen Meßstab in einer beträchtlichen Entfernung sehen zu können, befestiget man ein Blatt weiß Papier daran, oder bindet ein Schnupftuch darum. (Einige laßen gar Fahnen daran machen.)

Kleine Linien die nur einen oder ein Paar Fuße lang sind, (wie sie etwa beim Hausgeräthe, z. E. Tischen, Stühlen, Schränken u. d. gl. vorfallen) werden mit dem Zollstöckgen gemeßen, wovon die in Deutschland gebräuchlichen (gewöhnlich zu Nürnberg verfertigten) zwei Rheinländische Fuße lang sind, und vermittelst meßingner Gewinde dergestalt zusammen gelegt werden, daß sie bequem in der Tasche getragen werden können.

Auf diesem Zollstöckgen ist der Fuß, wie gewöhnlich, in zwölf Zolle getheilt Man theilt ihn aber lieber in 10 Zolle und den Zoll in 10 Linien, die Linie wieder in zehen Theile u. s. w. Dies gewähret den Vortheil daß man bei Berechnungen, Theile vom Fuße als Decimalbrüche behandeln kann.

Man bereitet sich zu dem Ende einen Transversalmaaßstab, der einen Fuß lang und auf die eben beschriebene Art eingetheilet ist. Auf diesem kann man Tausendtheilgen eines Fußes, mit Sicherheit meßen. Ja wenn die Linien recht fein gezogen werden, und man auch zwischen den Parallelen zu meßen verstehet, so kann man die Schärfe beinahe auf Zehentausendtheilgen treiben.

Etwas längere Linien, (wie sie z. E. an Gebäuden vorkommen) mißet man mit dem Handstock, (Handmaaßstab) (dergleichen die Maurer und Zimmerleute gebrauchen) welches ein vierkantiger Stock ist, der gewöhnlich viertehalb Fuße lang und in ganze halbe und viertels Fuße eingetheilet ist.

Sehr lange Linien, mißt man mit der Meßkette, deren Glieder von starkem Eisendraht, einen Fuß lang, und mit meßingnen Ringen verbunden sind.

Gewöhnlich sind solche Meßketten 5 Ruthen oder 60 Rheinländische Fuße lang. Eine Rheinländische Ruthe ist nemlich 12 gewöhnliche Rheinländische Fuße. Diese wird aber auf der Meßkette nur in 10 Fuße getheilet, und einen solchen Fuß nennet man einen Decimalfuß, theilt ihn in 10 Decimalzolle u. s. w.

Wenn man mit der Meßkette meßen will, so muß man zwei Gehülfen, oder sogenannte Kettenzieher haben. Dem vordersten giebt man eine gewiße Anzahl zugespitzter Stäbgen (Zählstäbgen oder Zeichenstäbgen.) Er steckt bei jedem Kettenzuge eines durch den Endring der Kette in die Erde (oder legt es wenn der Boden steinigt ist, quer darunter) welches der hinterste aufnimmt. Aus der Anzahl dieser Stäbgen, bestimmt man dann leicht die Zahl der Züge und Ruthen welche die gemeßne Linie enthält.

Der hintere Kettenzieher muß jederzeit drauf sehen, daß der vördere in der abgesteckten geraden Linie bleibt, und ihn, wenn er von derselben abweicht, zurecht weisen.

Viel genauer als mit der Kette, wird eine Linie auf dem Felde mit Meßlatten gemeßen. Man bereitet nemlich von Tannen oder Fichtenholz, zwei vierkantige Latten, jede genau von 10 Fußen, steckt die zu meßende Linie, vorher mit Stäben ab, und spannet von einem zum andern eine Schnur

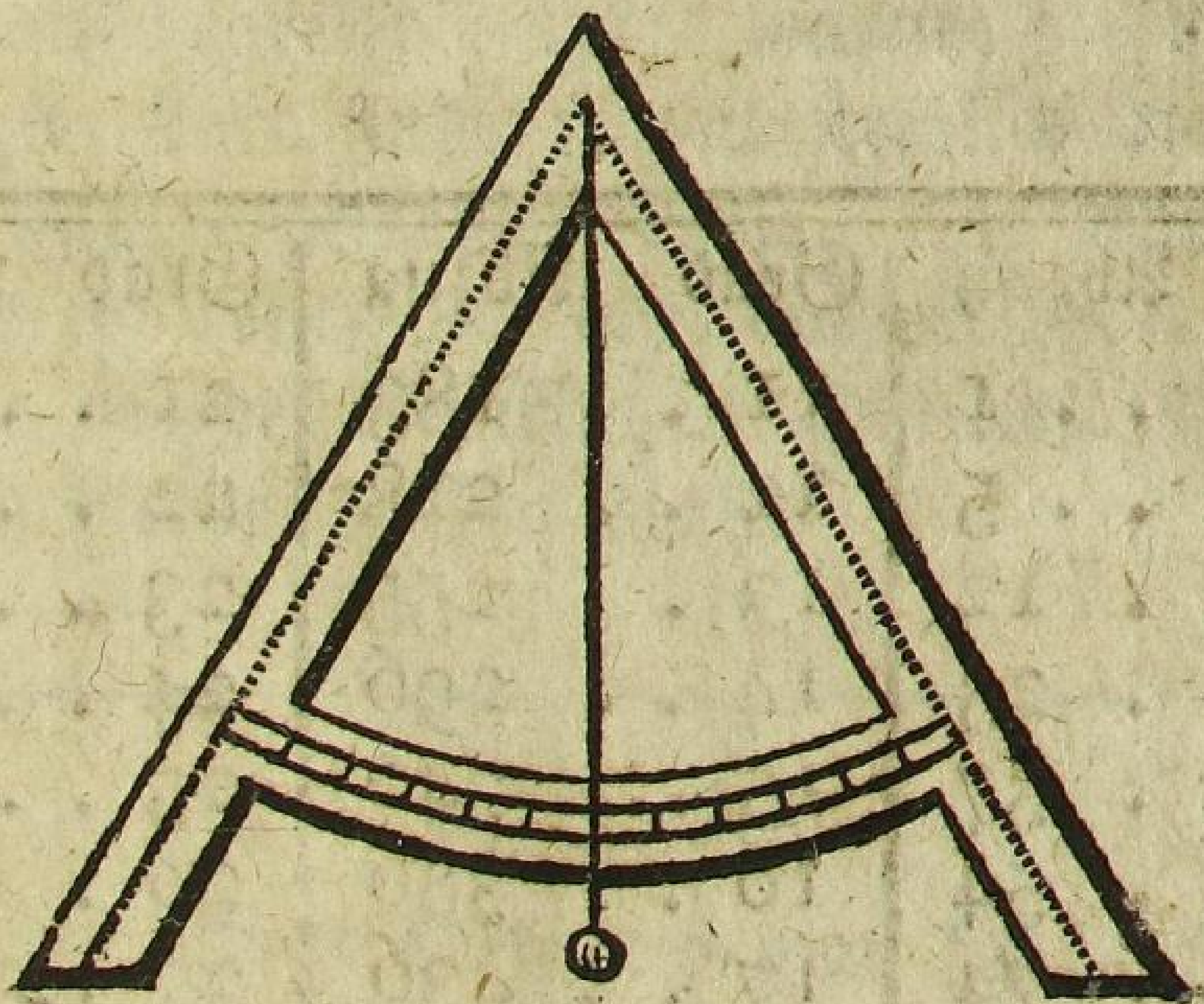
Längst dieser Schnur legt man die Meßlatten dergestalt an einander, daß ihre öberen oder unteren Endkanten immer scharf an einander stoßen. Man macht beim Fortmeßen die hinterste immer wieder zur vordersten, und zählt wievielmal man 10 Fuße gemeßen habe.

Daß man nach dieser Meßungsart auf einem ebenen und waßergleichen Boden, das Maaß der Linie sehr genau erhalte, leidet keinen Zweifel.

Wie aber, wenn der Boden schief oder uneben ist?

Es verstehet sich, daß man dann entweder waßerrecht meßen, oder das was man gemeßen hat, auf die Waßerfläche reduciren müße. Denn es liege zwischen zwei Gegenständen ein Berg, so ist begreiflich, daß wenn man über denselben (ohne das Gesagte zu beobachten) meßen wollte, man eine viel längere Linie finden würde, als die wahre Horizontallinie zwischen den beiden Gegenständen ist, von deren einem zum andern man mißet. Denn die wahre Entfernung derselben bleibt unveränderlich, wenn auch der Berg abgetragen würde.

Wirklich waßerrecht über einen Berg oder eine schiefe Fläche zu meßen, kann ohne mühsame, (hier unnöthig zu erklärende,) Künsteleien, nicht geschehen. Viel bequemer und sicherer ist es die schief gemeßene Linie, auf ihr horizontales Maaß zu reduciren; und dazu bedarf man einer Setzwage und einer Tabelle.



Man zeichne auf ein Brett ein gleichseitiges Dreieck, beschreibe aus seiner Spitze innerhalb der Schenkel einen Kreisbogen, theile denselben in zwei gleiche Theile, und jede Hälfte in 30

Grade, die man vom Halbirungspunkte rechts und links hinauf zählt und mit Ziffern bezeichnet.

Dieses Brettgen laße man, wie die Figur zeigt, (ohngefähr wie ein lateinisches A) ausarbeiten (eigentlich sey es aus drei Stücken in dieser Figur zusammen gesetzt und werde nur durch die Zeichnung berichtiget) und befestige in der Spitze des Dreieckes ein Bleiloth (hänge es an eine in dieses Punkt geschlagene Nadel) so ist das Werkzeug fertig.

Die zu demselben gehörige (aus trigonometrischen Grundsätzen zu erklärende) Tabelle ist folgende.

Grad	Abzug	Grad	Abzug	Grad	Abzug
1	1	11	183	21	663
2	5	12	218	22	727
3	12	13	255	23	794
4	23	14	296	24	864
5	37	15	340	25	936
6	54	16	386	26	1,011
7	74	17	436	27	1,089
8	96	18	488	28	1,170
9	122	19	544	29	1,253
10	151	20	602	30	1,339

Wenn man nun mit den Meßlatten auf einer schiefen Fläche mißet, so setze man auf jede die Setzwage, und bemerke den Grad in welchen sich der Lothfaden einspielet. Diesen Grad suche man in der Tabelle auf, so findet man neben demselben, unter der Benennung Abzug, eine Zahl, welche in Tausendtheilgen eines Fußes angiebt, wieviel man von der schiefgelegenen Meßlatte abziehen müße.

Wenn man nun diese Abzüge zusammen addirt, und von der Anzahl der durch die Meßlatten gefundene Fuße, abziehet, so ist das gefundene Maaß auf die Waßerfläche reducirt.

(Man begreift leicht, warum hierbei immer ein Abzug statt findet; weil nemlich die auf der schiefen Fläche gemeßene Linie, eine Hypothenuse, und die ihr entsprechende waßerrechte Linie ein Kathete des rechtwinklichen Dreiecks ist, welches man sich hierbei denken kann.

Wäre an dem Orte wo man sich befindet, ein anderes Fußmaaß als das Rheinländische gebräuchlich, so ist es sehr leicht, jenes mit diesem zu vergleichen. Man mißet nemlich einen solchen Fuß so genau als möglich auf dem Tausendtheiligen Maaßstabe. (Dies gehet um desto leichter, weil die meisten in Deutschland gebräuchlichen Fuße kleiner sind als der Rheinländische.) Die Zahl welche man alsdann findet, bestimmt das Verhältniß.

Z. B. Der Cöllnische Fuß (welcher in einem großen Theile Westfalens gebräuchlich ist,) beträgt auf dem tausendtheiligen Rheinländischen Maaßstabe 920. folglich ist das Verhältniß des Rheinländischen Fußes zu dem Cöllnischen wie 1000 zu 920, oder wie 100 zu 92, oder am kürzesten, wie 25 zu 23.

Hiernach ist es nun leicht das in Rheinländischen Fußen ausgedruckte Maaß einer Linie, in Cöllnischen Fußen auszudrucken. Jedoch muß man sich hierbei der verkehrten Regel detri bedienen, oder welches einerlei ist, beim Ansatze über das eigentliche Verhältniß, richtig nachdenken. Z. E. Es sey das Maaß einer Linie 100 Rheinländische Fuße und man will wißen wieviel dies in Cöllnischen Fußen beträgt, so muß man statt zu setzen:

? — 100			? — 100
25 — 23		setzen	23 — 25

Denn sonst würde man eine kleinere Anzahl Cöllnischer Fuße bekommen, als man Rheinländische Fuße hat. Und dies kann nicht seyn, weil der Rheinländische Fuß der größere ist und folg=

sich einerlei Linie eine größere Zahl Cöllnische als rheinländische Fuße hat.

In manchen Fällen ist es hinreichend eine Linie blos mit Schritten auszumeßen. Die meisten erwachsenen Menschen, machen auf jede Rheinländische Ruthe fünf Schritte. Man nimmt deßwegen den Schritt zu zwei Decimalfuß oder beinahe zu $2\frac{1}{2}$ gewöhnlichen Rheinländischen Fußen an.

In 5 Minuten Zeit, macht man 600 Schritte. Die Stunde Weges hat also 7200 Schritte oder 17280 Rheinländische Fuße.

Die wahre deutsche (geographische) Meile beträgt 23628 Rheinländische Fuße. Das sind also nach den eben angegebenen Verhältnißen 9845 Schritte. Folglich kann man eine Meile Weges, in einer Stunde und 22 Minuten gehen (und braucht also dazu keine zwei Stunden, wie gewöhnlich angenommen wird.)

Ein Winkel auf dem Felde wird (oder ist) durch drei (mit einander ein Dreieck bildende) Punkte, (oder vielmehr durch sichtbare

Gegenstände Signale, die als Punkte betrachtet werden z. B. Stäbe, Pflöcke, Thurmspitzen und d. gl.) bestimmt. Spannet man also, (wo dies angehet,) aus demjenigen Punkte, welches die Spitze ist, zwei Schnüre, dergestalt daß sie sich genau in der Richtung der Schenkel befinden, so ist der Winkel dargestellet.

Hieraus ergiebt sich nun folgende Art einen Winkel zu meßen.

Man meße aus der Spitze auf jeder Schnur 10 Fuße ab, und bezeichne dieses Maaß mit einem dünnen Pflöckchen. Dann meße man querüber von einem Pflöckchen zum andern, so hat man ein gleichschenkliches Dreieck gemeßen. Dieses Dreieck zeichne man nach dem verjüngten Maaßstabe aufs Papier, so kann man den Winkel mit dem Transporteur bequem meßen und in Graden angeben.

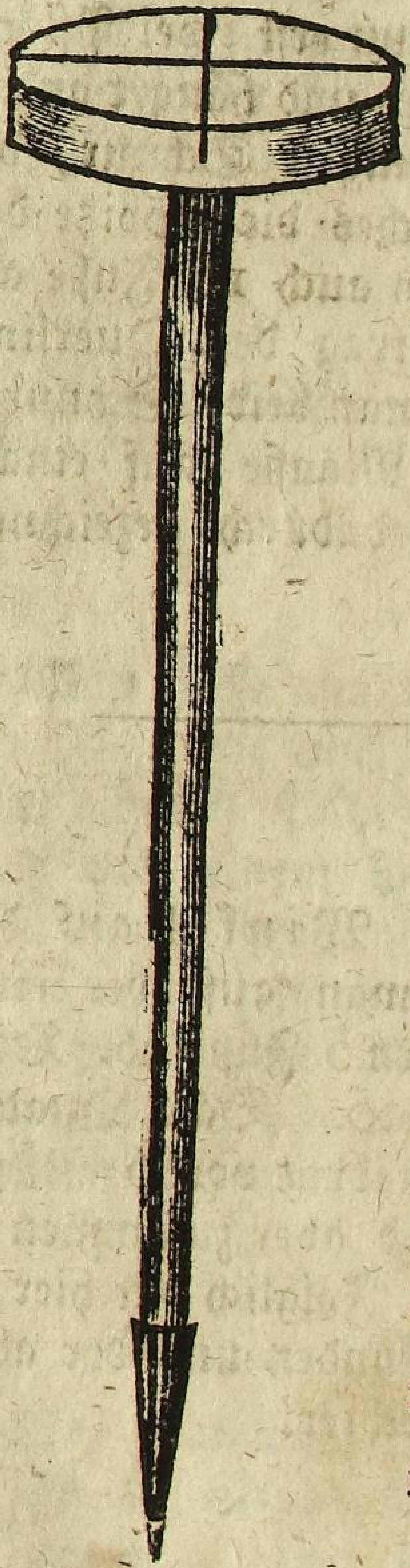
Will man umgekehrt einen Winkel deßen Gröſze in Graden bekannt ist, auf dem Felde abzeichnen (aufs Feld tragen) so zeichne man ihn erst auf dem Papiere, gebe jedem

Schenkel nach dem verjüngten Maaßstabe 10 Fuße und meße die Querlinie (oder Sehne.)

Auf dem Felde steckt man nun erst zwei Pflöckgen 10 Fuße weit aus einander und hänget an jedes eine Schnur. Auf derjenigen Schnur, die an dem Pflöckgen hänget, welches die Spitze des Winkels bezeichnet, mißt man auch 10 Fuße ab, an dem andere aber den Betrag der Querlinie oder Sehne. Nun ziehet man beide Schnuren dergestalt zusammen daß die Maaße auf einander treffen, und setzt in das dadurch bezeichnete Punkt das dritte Pflöckgen.

Will man einen rechten Winkel auf dem Felde darstellen, so mißet man auf der einen Schnur 8 und auf der andern 6 Fuße ab. Denn das Quadrat von 10 ist 100. Das Quadrat von 8 ist 64 und das Quadrat von 6 ist 36. Beide leztere Quadrate, sind aber zusammen genommen dem ersten gleich. Folglich hat hier der Pythagorische Satz statt gefunden und der abgesteckte Winkel ist also ein rechter.

Auf eine ähnliche Art macht man mit 3, 4, und 5 Gliedern der Meßkette einen rechten Winkel.



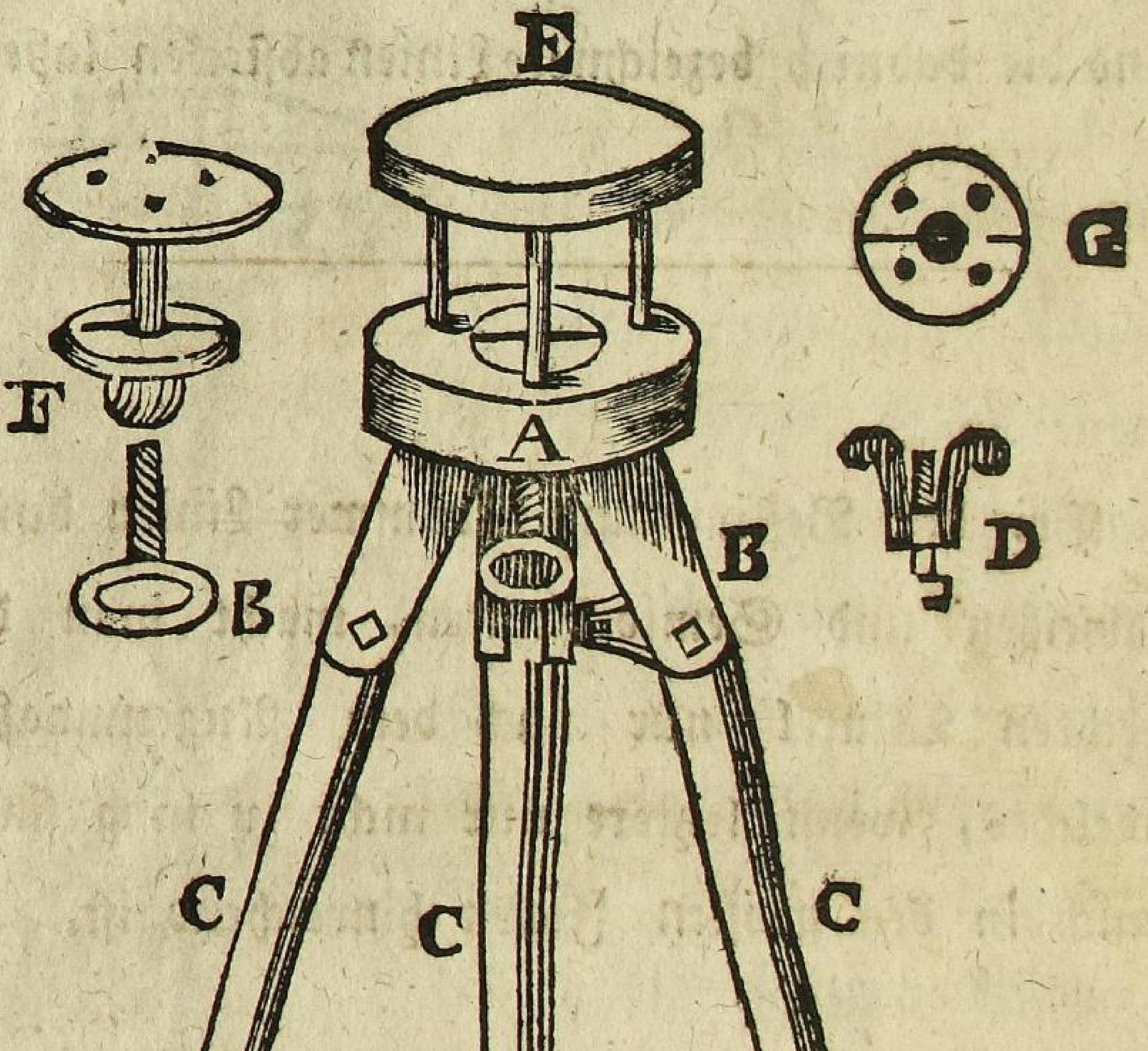
Da es sehr oft vorkommt auf dem Felde rechte Winkel zu ziehen, so bedienet man sich dazu des hierneben abgebildeten sehr einfachen Werkzeugs welches man ein Winkelkreuz nennet. Man säget nemlich in eine hölzerne Scheibe zwei Einschnitte die sich rechtwinklich durchkreuzen, und befestiget diese Scheibe auf einem etwa 4 Fuß hohen Stock, welcher unten mit Eisen beschlagen ist (einen eisernen Schuh hat.)

Setzt man nun diesen Stock in das Punkt

welches die Spitze des rechten Winkels werden soll, so darf man nur durch die Einschnitte zielen, und die dadurch bezeichnete Linien abstecken laßen.

Bei der Bestimmung krummer Linien durch Abscißen und Semiordinaten, macht man die rechten Winkel nur nach dem Augenmaaße, welches, wenn letztere nur nicht zu lang sind, auch in den meisten Fällen hinreichend ist.

Bequemer als auf die bisher beschriebene Art werden die Winkel auf dem Felde mit einem ausdrücklich hierzu eingerichteten Winkelmeßer, gemeßen und dargestellt. Der Gebrauch deßelben erfordert aber ein besonderes Fußgestell (Stativ,) welches man sich vor allen Dingen anschaffen muß. Seine Zusammensetzung ist folgende:



In eine hölzeren Scheibe A, (welche einen halben Fuß im Durchmeßer hat und zwei Zolle dick ist,) werden drei Gewindstücke B, B (jedes einen halben Fuß lang und 2 Zolle stark) eingezapft. In den Gewinden sind die drei Füße C, C, C beweglich, welche $2\frac{1}{2}$ Fuß lang, oben bei den Gewinden 2 Zolle unten aber nur einen Zoll stark und mit eisernen Schuhen versehen sind.

Damit die Bewegung der Füße in ihren Gewinden nicht schlotternd sey, sondere einen festen Gang habe, gehen Schrauben dadurch, deren eine bei D besonders abgebildet ist. Nemlich der Bolzen hat an dem einen Ende einen vierkantigen Ansatz, welcher in das Gewindstück eingelaßen wird, und das andere Ende ist mit Schraubengängen versehen, worauf eine geflügelte Mutter paßet.

Noch sind die Füße mit drei Riemen verbunden welche länger oder kürzer geschnallt werden können, und sich in einem starken Ringe vereinigen.

Man begreift also, daß man die Füße des Stativs einander nähern und von einander entfernen, und in ihrer Stellung gegen einander befestigen könne, je nachdem es die Beschaffenheit des Bodens erfordert. Man richtet es nemlich so ein, daß die Oberfläche der Scheibe A nach dem Augenmaaße horizontal sey.

Weil sich aber dies, so leicht nicht, als man wohl dencken sollte, bewerkstelligen läßt, so bekommt das Stativ noch eine andere Scheibe E (die aber nicht so dick als die vorige zu seyn braucht) welche auf drei Schrauben (Stellschrauben) ruhet, die durch die Scheibe A gehen (worin ihre Mütter eingelaßen und versenkt sind.)

Vermitelst dieser Schrauben und einer kleinen Setzwage, kann man die Oberfläche der Scheibe C auf das genaueste horizontal stellen.

Damit aber diese Scheibe sich nicht auf den Schrauben verschiebe oder gar herunter falle, wird sie mit dem Stativ durch eine bei F besonders abgebildete Vorrichtung, welche man die Nuß nennet, verbunden.

Nemlich eine eiserne oder meßingene (etwa einen Zoll dicke und wohl abgedrehte) Kugel, woran sich ein Stiel von der erforderlichen Länge befindet, wird in die Scheibe A eingelaßen, und damit sie darin bleibe, mit einer aus zwei Hälften bestehenden, bei G besonders abgebildeten Scheibe (welche mit vier Holzschrauben aufgeschraubt wird,) bedeckt.

An dem Stiel der Kugel ist eine eiserne oder meßingene Scheibe aufgenietet worauf die Scheibe E mi Holzschrauben befestiget wird. Jene Scheibe muß so groß seyn, daß die Stellschrauben ihr Spiel unter derselben haben können und sich also nicht in das Holz einfreßen.

Das Lager dee Kugel in der Scheibe A, wird etwas geräumiger gemacht als es erforderlich wäre. Der Zwischenraum wird mit Korkholz ausgestopft damit die Bewegung der Kugel und folglich auch der mit ihr verbundenen Scheibe E, sanft und doch fest sey.

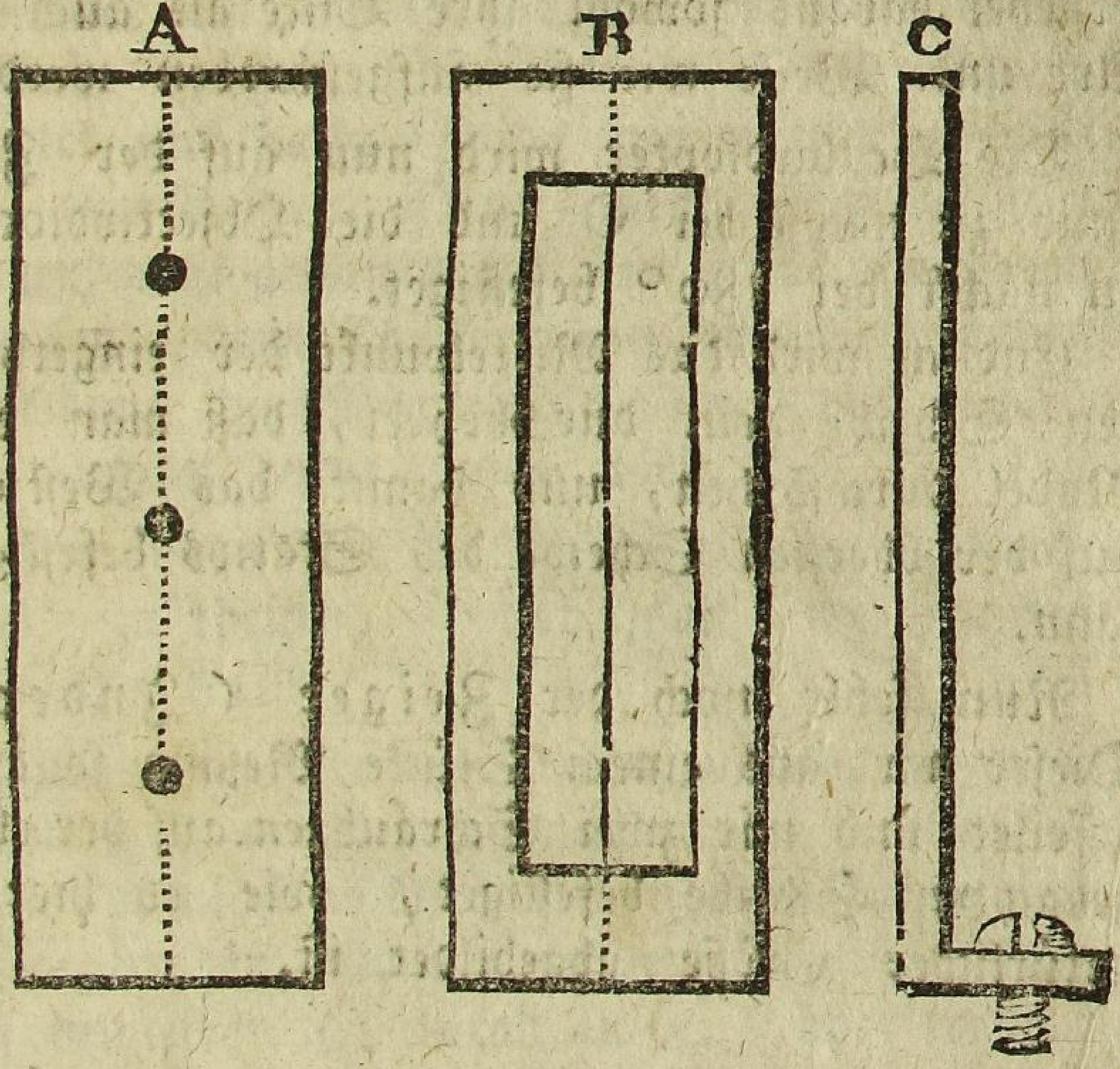
Endlich um alle Bewegung hemmen und die Scheibe C, eben so fest stellen zu können als die Scheibe A, befindet sich in letzterer noch eine Stellschraube, die wie bei F zu sehen ist, gerade unter der Kugel stehet, und wenn sie angezogen wird, die Kugel packt und fest hält.

Was nun den Winkelmeßer betrift, so ist die einfachste (jedoch zu gewöhnlichen geometrischen Operationen hinreichende) Einrichtung deßelben, folgende :

Man laße sich eine meßingne (satt geschlagene und wohl abgeschliffene) Scheibe, von etwa 5 Zollen im Durchmeßer (damit sie nemlich etwas kleiner sey, als die Scheibe C des Stativs) bereiten, und theile dieselbe auf eben die Art in ihre 360 Grade, wie oben bei der Verfertigung des Transporteurs gelehret worden.

(Die Theilstriche ziehet man nach einem eisernen Linial, mit einem sogenannten Reißhacken, (oder in Ermangelung deßelben mit einem Federmeßer, dem man die Spitze abgebrochen hat,) so fein als möglich. Die Rauhigkeit (oder den sogenannten Grat,) welche sich beim Einreißen erzeugt, schleift man mit einem Oehlstein, und Baumöhl und Holzkohlen wieder ab. Die Zahlen müsten eigentlich mit einem Grabstichel eingegraben werden, wenn man aber nicht damit umzugehen weiß, so kann man sie auch durch bloßes Einreißen mit der Radirnadel (oder einer andern stählernen Spitze) sichtbar und dauerhaft genug bezeichnen.

Die Linie von 0 bis 180 nehme man zur Ziellinie (Linea fiduciæ) an und um wirklich mit ihr zielen zu können laße man sich ein Paar Diopteren (Absehen, Pinnacidien) verfertigen und darauf fest schrauben.



Die eine von diesen Dioptern A, (welche hier in ihrer natürlichen Größe abgebildet sind) bekommt in ihrer Mittellinie einige Löcher zum Durchsehen und wird die Oculardiopter genennet. Die andere B ist durchbrochen und in ihrer Mittellinie wird ein Faden ausgespannet, (oder welches beßer ist, ein Glastäfelgen auf sie gekittet, worauf die Mittellinie mit einem

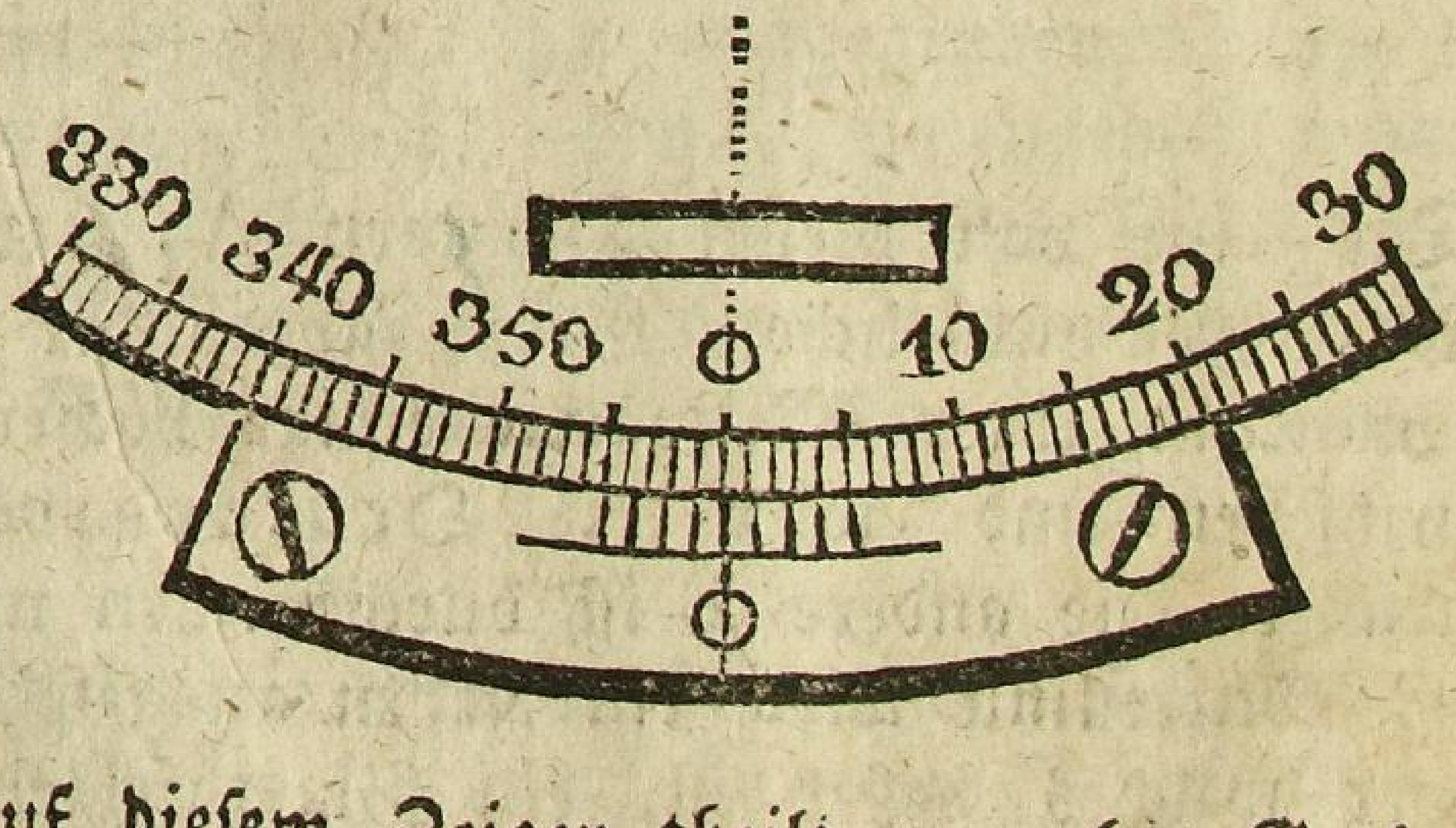
Demant eingerißen wird) diese heißt die Objectivdiopter.

Die Zeichnung C stellt die Dioptern von der Seite gesehen (im Profil) vor, und man ersiehet daraus sowohl ihre Dicke als auch die Art und Weise wie sie aufgeschroben werden.

Die Oculardiopter wird nun auf der Ziellinie zu nächst bei O und die Objectivdiopter zu nächst bei 180° befestiget.

Endlich wird das Mittelpunkt der eingetheilten Scheibe fein durchbohret, daß man eine Nadel durchstechen, und damit das Meßzeug auf der obersten Scheibe des Stativs befestigen kann.

Nun fehlt noch der Zeiger (Index). Dieser wird aus einem Stücke Meßing so ausgefeilet und mit zwei Schräubgen auf der eben gedachten Scheibe befestiget, wie es hier in natürlicher Größe abgebildet ist.



Auf diesem Zeiger theilt man (5 Grade in

4, oder welches einerlei ist) 10 Grade in 8 und ziehet die Theilstriche eben so fein als sie auf der meßingnen Scheibe gezogen sind. Den mittelsten Theilstrich macht man etwas länger und bezeichnet ihn mit O. Dieser ist dann der eigentliche Zeiger. Die andern dienen dazu um Viertel und halbe Grade genau und zuverläßig zu unterscheiden. Denn wenn der eigentliche Zeiger nicht genau paßet, so paßet doch einer von den andern Theilstreichen, und dieser paßende giebt dann die Viertel an, wie man durch einige Uebung leicht lernen wird.

Eine solche Einrichtung, die Grade in kleinere Theile zu theilen, nennet man eine Nonius oder Vernier.

(Winkelmeßer die zu trigonometrischen und astronomischen Meßungen gebraucht werden sollen müßen wenigstens Minuten angeben. Man richtet deßwegen den Nonius an denselben so ein, daß auf demselben 61 Grad in 60 (oder wenn der Kreis in halbe Grade getheilt ist, 31 derselben in 30) gleiche Theile getheilet werden. Solche Werkzeuge haben anstatt der Dioptern Fernröhre, und geben natürlicherweise mehr Schärfe und Bequemlichkeit. Die vollkommensten dieser Art werden in England gemacht und Theodoliten (Feinmeßer) genannt, sind aber sehr theuer.)

In älteren Zeiten, als man sich selbst in der Astronomie noch der Winkelmeßer mit

Diopteru bediente, nannte man sie Astrolabien (Sternfaßer oder Sternmeßer).

Unterdeßen kann man auf den Diopteru des beschriebenen Winkelmeßers leicht ein Fernrohr befestigen, und es mit der Ziellinie parallel stellen.

Es läßt sich dazu ein gemeines Fernrohr das wie gewöhnlich aus 4 Gläsern bestehet, schon recht gut gebrauchen. Mitten zwischen den beiden Gläsern die dem Auge am nächsten sind, macht man ein Kreuz von Kinderhaaren oder feinem Silberfaden. Dies wird sich auf dem Gegenstand nach welchem man zielet, recht deutlich und scharf abbilden.

Nur muß man bemerken, daß wenn der Gegenstand sehr nahe ist, man das Fernrohr etwas weiter auseinander ziehen müße.

Was nun den Gebrauch des beschriebenen Winkelmeßers betrift, so setzt man das Stativ genau über dasjenige Punkt welches die Spitze des zu meßenden Winkels ist, stellt die oberste Scheibe deßelben waßergleich, befestiget den Winkelmeßer vermittelst der Nadel auf derselben, drehet alsdann denselben daß man die Gegenstände, welche den Winkel bilden, in die

Ziellinien bekommt, und schreibt auf was der Index und Nonius jedesmal zeigen.

Wann man (wie zuweilen geschiehet) aus einem Thurmfenster Winkel zu meßen hat, so schraubt man die Füße des Stativs ab, setzt daßelbe mit den blosen Gewindstücken auf ein Brett und schiebt es mit diesem vor das Fenster, so kann man beßer um sich sehen, und größere Winkel meßen, als sonst möglich wäre.

Statt eines solchen Winkelmeßers, gebraucht man in manchen Fällen mit Vortheil eine sogenannte Boußole (einen Compaß) worauf eine Magnetnadel die Stelle des Index vertritt. Die viertel und halbe Grade muß man auf derselben nur nach dem Augenmaaße schätzen, auch darf, wenn man sich dieses Werkzeuges bedienen will, kein Eisen an dem Stativ befindlich seyn, sondern alles Schraubwerk muß von Meßing gemacht werden, weil bekanntlich die Nachbarschaft des Eisens die Magnetnadel aus ihrer Richtung bringt. Noch ist zu merken daß die Richtung der Magnetnadel nicht an allen Orten und zu allen Zeiten einerlei, sondern einer beständigen Veränderung unterworfen sey. Dies schadet unterdeßen nichts, wenn man in einerlei Gegend bleibt und nicht zu lange Zeit über einer

Meßung zu bringt, denn die Magnetnadel thut wie gesagt, blos die Dienste des Index.

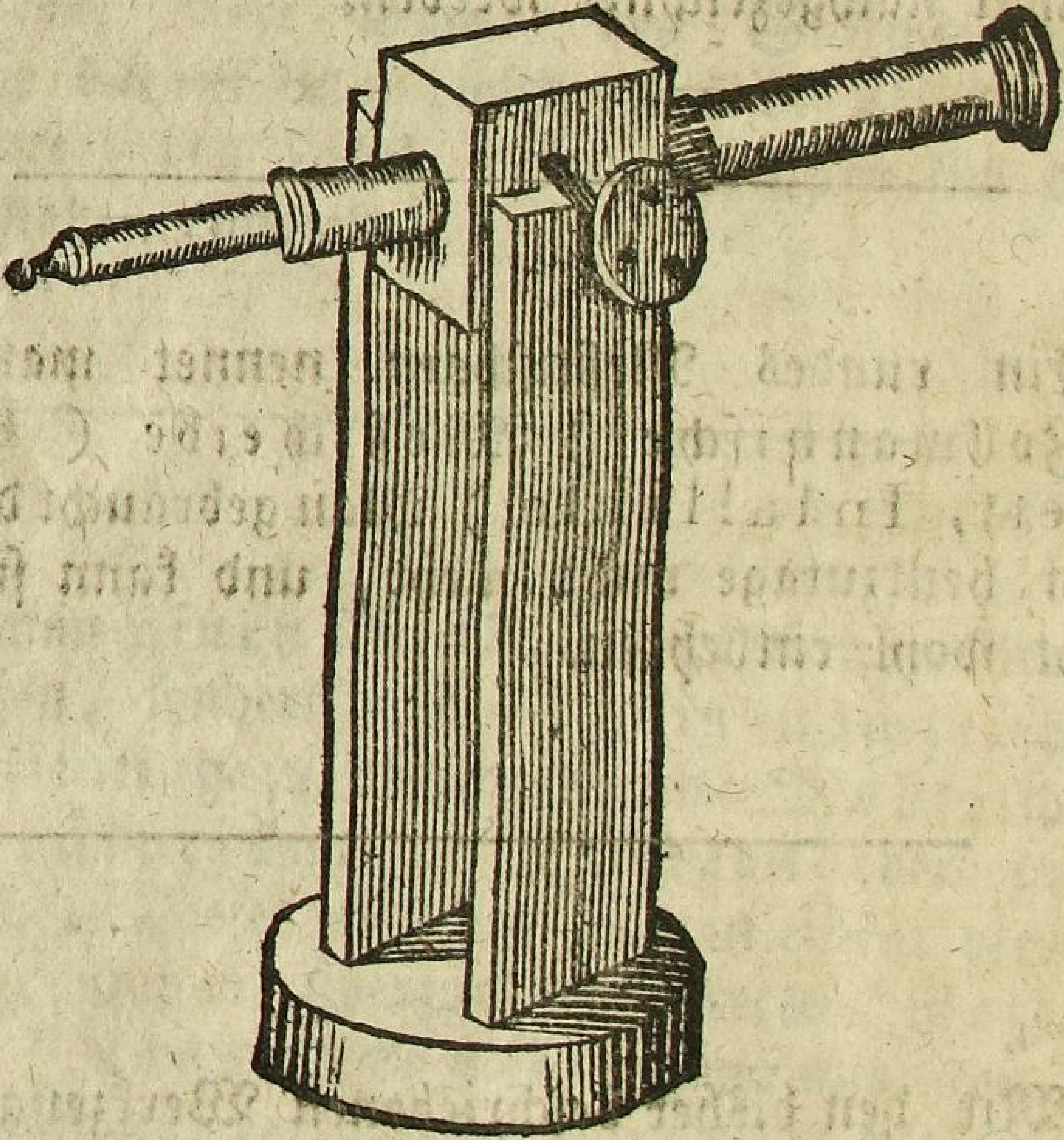
Der Gebrauch der Boußole ist übrigens mit dem Gebrauche des beschriebenen Winkelmeßers völlig einerlei. Man setzt sie auf die horizontal gestellte obere Scheibe des Stativs, und drehet sie darauf um, zielet durch die Dioptern, und schreibt den Grad auf in welchen sich die Magnetnadel einspielt.

Will man einen Winkel nicht eben in Graden meßen, sondern nur richtig nachzeichnen, so dienet dazu das sogenannte Meßtischgen (prätorianische Tischgen oder die Mensel.) Dieses bestehet blos in einem viereckten mit Papier überzogenen Brette (Reißbrett) (etwa anderthalb Fuße lang und breit) welches man auf der oberen Scheibe des Stativs (mit ein Paar Holzschrauben von unten herauf) befestiget.

Zu diesem Werkzeug gehöret eine sogenannte Regel (Diopterlinial oder Alhidade) welche in einem hölzernen Linial bestehet, worauf man ein Paar Diopter dergestalt befestiget, daß die Schärfe des Linials genau in die Ziellinie fällt. Fährt man mit einem Bleistift längst dieser Schärfe her, so wird die Ziellinie sichtbar gemacht, und es bedarf wohl keiner weiteren Erklärung, wie mit diesem Werkzeug, die Winkel nachgezeichnet werden.

Ein rundes Meßtischgen nennet man eine (Zollmannische) Meßscheibe (Planchett, Infallible.) Man gebraucht dergleichen heutzutage nicht mehr, und kann sie auch recht wohl entbehren.

Mit den bisher beschriebenen Werkzeugenkann man keine Höhenwinkel, das heißt keine solche, die sich in einer Lothebene befinden, meßen. Da sich nun zuweilen Fälle ereignen in welchen dieß erfordet wird, man sich auch, mit einem solchen Werkzeug das Höhenwinkel mißet, manches astronomische Vergnügen machen kann, so will ich den Bau eines kleinen Quadranten, der zu diesen Endzwecken eingerichtet und dabei so einfach als möglich ist, beschreiben.

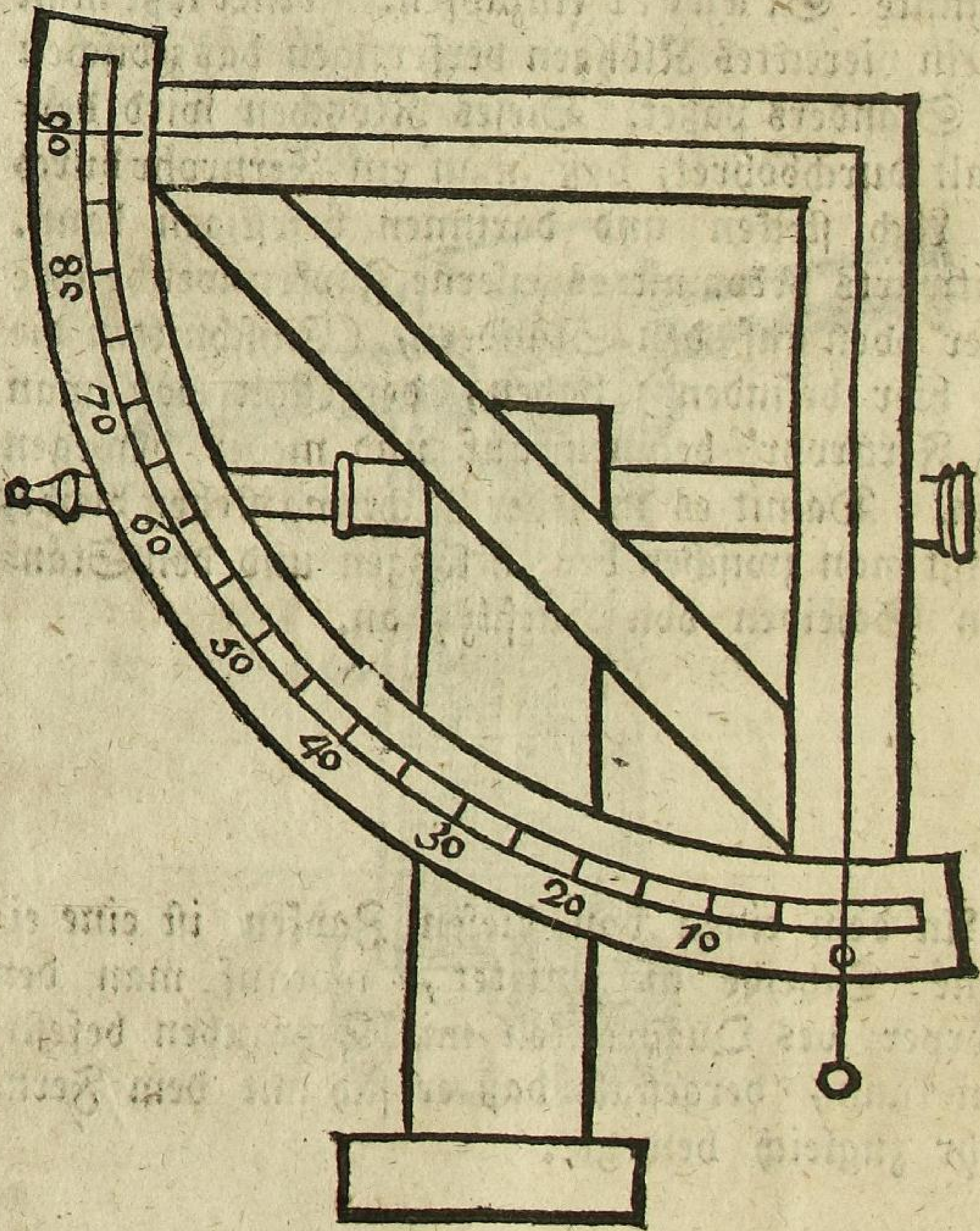


Vorerst laße man sich den hieroben abgebildteten Zusatz zum Stative machen. Nemlich auf eine

Scheibe die der unteren Scheibe des Stativs an Größe und Dicke gleich ist, laße man zwei Brettgen ($1\frac{1}{2}$ Fuß lang und 4 Zoll breit) oder sogenannte Ständer einzapfen. Ferner laße man sich ein vierecktes Klötzgen verfertigen das zwischen die Ständers paßet. Dieses Klötzchen wird dergestalt durchbohret, daß man ein Fernrohr durch das Loch stecken und darinnen befestigen kann. Seitwärts bekommt es eiserne Zapfen welche ihre Lager oben auf den Ständern, (Einschnitten die sich hier befinden) haben, dergestalt daß man das Fernrohr bequem auf und nieder bewegen kann. Damit es in jeder Richtung stehen bleibe, bringt man zwischen dem Klötzgen und den Ständern Scheiben von Hutfilz, an.

An dem einen von diesen Zapfen ist eine eiserne Scheibe aufgenietet, worauf man den Körper des Quadranten mit Schrauben befestigen kann, dergestalt daß er sich mit dem Fernrohr zugleich beweget.

An dem andern Zapfen muß man etwas das eben so schwer ist als der Quadrant anhängen können, damit er sich nicht aus dem Lager hebe.



Den Körper des Quadranten, (die Carcaße) könnte man nun wohl ohne große Kosten aus eisernen oder meßingnen Stücken, nach Anleitung obenstehender Figur zusammen setzen. Um der

Leichtigkeit und Bequemlichkeit willen aber wählet man dazu ein feines festes trocknens Holz, (Z. E. Birnbaum), läßet die Vorderfläche recht eben hobeln, und leimt auf den Bogen worauf die Grade kommen, (den Limbus) feines Schreibpergament.

Man macht hierauf die Zeichnung und Theilung des Quadranten mit äußerster Schärfe und Feinheit und schreibt die Zahlen mit Tusche bei.

Zur Ziehung des einzutheilenden Bogens bedient man sich eines Stangenzirkels. Dieser Stangenzirkel dienet auch um auf dem, mit ihm gezogenen Bogen, genau 60 Grade abzustechen.

Diesen Bogen halbiret man mit einem andern Stangenzirkel, so kann man nicht allein den rechten Winkel oder den eigentlichen Quadranten genau darstellen, sondern auch denselben in Stücke jedes von 30 Graden eintheilen. Aus diesen Stücken suche man dann mit dem Federzirkel die einzelnen Grade auf die oben beschrieben Art.

Die Theilpunkte braucht man nicht in Linien zu verwandeln, auch nicht mit Tusche anzugeben. Man laße sie so fein wie sie geworden sind, und nehme allenfalls beim Beobachten ein Leseglas zu Hülfe. Sie schwärzen sich mit der

Zeit, durch das öftere Handthieren des Werkzeugs von selbst. Ueberhaupt kann man auf Pergament beinahe eben so feine Zeichnungen, durch das blose Einreißen mit einem scharfen Griffel machen, als auf Meßing und Kupfer.

In das Centrum schlägt man eine feine stählerne Nadel, und hängt daran ein Bleiloth von dem feinsten Silberfaden (dergleichen man bei den Knopfmachern und Posamentirern bekommen kann. Die feinste Sorte ist Nro. 11.)

Die Ziellinie dieses Quadranten ist die Linie welche aus dem Centrum in den 90ten Grad gezogen wird. Mit dieser Linie muß die Ziellinie des Fernrohrs auf das genaueste parallel seyn.

Um dies zu erforschen und erforderlichen Falles zu verbeßern, setzt man den Quadranten auf das Stativ, nachdem man vorher die obere Scheibe deßelben horizontal gestellet hat. Man richte das Fernrohr auf einen erhabenen Gegenstand und bemerke den Theilstrich, in welchen sich der Lothfaden einspielet. Hierauf nehme man den Lothfaden ab, auch ziehe man die Nadel aus dem Centrum. Man drehe den Quadranten um, dergestalt daß der Limbus oben stehet, und daß das Fernrohr wieder nach dem nemlichen Gegenstand zielet. Man halte nun den Lothfaden dergestalt auf den Limbus, daß er durch den Theilstrich gehet in welchen er sich vorher eingespielet hatte, und beobachte ob er sich dann auch in das Centrum einspiele. Geschiehet dies nicht, so muß man so lange an der Stellung des Fernrohrs ändern bis man Befriedigung findet.

Da es wohl Schwierigkeiten haben würde, die Stellung des Fernrohrs ohne einen Zusaz von Schraubwerk zu verändern, so nimmt man die beschriebene Operation lieber ehee vor, als man den Quadranten eintheilet. Man macht zu dem Ende auf dem Limbus einen willkührlichen Theilstrich, und wenn sich das Loth bei der Umdrehung des Quadranten nicht ins Centrum einspielet, so laße man es sich einspielen und mache auf dem Limbus genau unter dem Lothfaden einen zweiten Strich. Zwischen beiden Strichen suche man dann mit dem Federzikel die Mitte, und fange aus dieser die Theilung an.

An dem Quadranten läßt sich, um die Grade in kleinere Theile zu theilen, nicht wohl ein Nonius anbringen. Aber man kann sich auf eine andere Art recht schön helfen. Nemlich man setzt das Werkzeug dergestalt auf das Stativ, daß die Ebene worin sich das Fernrohr auf und nieder bewegt, gerade durch eine von den drei Stellschrauben des Stativs gehet. An diese Stellschraube kann man eine in gleiche Theile (z. E. in 100) getheilte Scheibe von Pappe kreifen, so wird man, wenn man das ganze Werkzeug, mit der gedachten Schraube erhebt oder senket, leicht erfahren, wie viel solcher Theile auf einen Grad gehen, die man dann durch die Regel Detri leicht in Minuten und Secunden verwandeln kann.

Ummit diesem Quadranten Sonnenhöhen beobachten zu können, verschließt man die Oefnung des Fernrohrs, worauf man das Auge hält, mit einem über einer Lichtflamme, beräucherten Stückgen Glas.

Die eben gedachte Beobachtung der Sonnenhöhen, dienet hauptsächlich um richtige Mittagslinien ziehen, und die Abweisung der Magnetnadel auf der Bußole erforschen zu können.

Zu dem Ende nimmt man eine gute Uhr zu Hülfe, und bemerkt an einem heiteren Tage des Morgens, ohngefähr zwischen 9 und 10 was die Uhr zeiget, indem man eine gewiße Sonnenhöhe beobachtet. Diese nemliche Höhe beobachtet man auch des Nachmittags zwischen 2 und 3 und bemerket abermals dasjenige was die Uhr im Augenblicke der Beobachtung zeiget. Beide von der Uhr gewiesene Zeiten müßen gleichviel unter oder über 12 betragen, weil die Sonne wenn sie gleiche Höhen hat auch gleich weit von dem Mittage entfernt ist. Beträgt also die eine mehr und die andere weniger, so darf man nur den Unterscheid halbiren um zu erfahren, was die Uhr in dem Augenblick zeigte, in welchem das Mittelpunkt der Sonne in der Mittagsfläche stand (culminirte). Wenn sie nun am folgenden Tage dies zeigt, so richte man den Quadranten auf die Sonne und senke ihn dann dergestalt, daß man einen irrdischen Gegenstand, in dem Durchschnitt der Kreuzfäden erblickt; so ist die Linie vom Stativ in diesen Gegenstand die Mittagslinie.

Man nehme nun den Quadranten vom Stative, und setze dagegen die Boußole auf. Man ziele mit derselben nach dem gedachten Gegenstand, und bemerke den Winkel welchen die Nadel mit der Ziellinie macht. Dieser Winkel ist ihre Abweichung.

Das Aufnehmen und Zeichnen der Plane.

Mit den bisher beschriebenen Werkzeugen, mißt man nun so viel Linien und Winkel auf dem Felde (in der Natur) als erforderlich sind, um von dem gemeßenen Gegenstande, ein geometrisch richtiges Bild (eine Construction) nach dem verjüngten Maaßstabe zu entwerfen. Jenes Geschäfte nenet man das Aufnehmen (Vermeßen) und dieses das Auftragen Zeichnen (construiren zulegen, oder in den Grund legen.) Das Bild selbst heißt der Plan (Riß oder auch die Charte.)

Dadurch erhält man von unzähligen Linien, Winkeln und Flächen, welche man nicht wirklich gemeßen hat, die richtigen Maaße, und kann auf dem Plane sehr bequem Vergleichungen anstellen und Ausrechnungen, Anordnungen und Eintheilungen, zu diesem oder jenem Endzwecke machen.

Das Papier, stellt bei diesem Geschäft eine waßergleiche Fläche vor. Gegenstände also, die sich über die Waßerfläche erheben oder darunter vertiefen, wie z. B. Häuser, Thürme, Berge und Thäler u. s. w. können nicht anders als durch die Figur (Projection) abgebildet werden, die ihre Grundfläche auf der Waßerfläche macht das heißt durch ihren Grundriß. Nur pflegt man bei der Ausarbeitung des Plans durch Licht und Schatten (malerisch) anzugeben, daß dieser Gegenstand erhaben, jener vertieft sey.

Soll aber ein Gegenstand nach seiner Höhe oder Tiefe und andern Maaßen geometrisch abgebildet werden, so muß das durch besondere Riße geschehen, bei welchen das Papier als Verticalfläche betrachtet wird. Dergleichen Riße

(welche eigentlich in die Baukunst gehören,) nennet man Aufriße und wenn der Gegenstand vorgestellet wird, als wenn er durchschnitten wäre, so heißt er ein Durchschnitt (Profil.)

Wird ein Gegenstand so gezeichnet wie er aus einem gewißen Standpunkt wirklich ins Auge fällt, so heißt die Zeichnung ein perspectivischer Riß. Ist dieser Standpunkt hoch in der Luft angenommen so sagt man, der Riß sey nach der Vogelperspectiv oder Cavalierperspectiv gezeichnet. Die Verfertigung solcher Riße, lehrt eine besondere mathematische Wißenschaft welche die Perspectiv genannt wird, deren Gründe und Regeln aber hier nicht vorgetragen werden könnrn.

Was nun das Aufnehmen betrift, so macht man sich erst vorläufig mit dem aufzunehmenden Gegenstande bekannt, und zeichnet von demselben aus freier Hand einen ohngefähren Entwurf (Brouillon Skizze) und überlegt, wie man die Meßung der Linien und Winkel anordnen wolle.

Dann verfügt man sich mit den Meßwerkzeugen und Gehülfen an Ort und Stelle nimmt die Arbeit vor, und schreibt, (am besten gleich mit Dinte) die gefundenen Maaße, in ein hierzu bestimtes Taschenbüchlein (Meßregister, Memorial oder Annotationsbüchlein.)

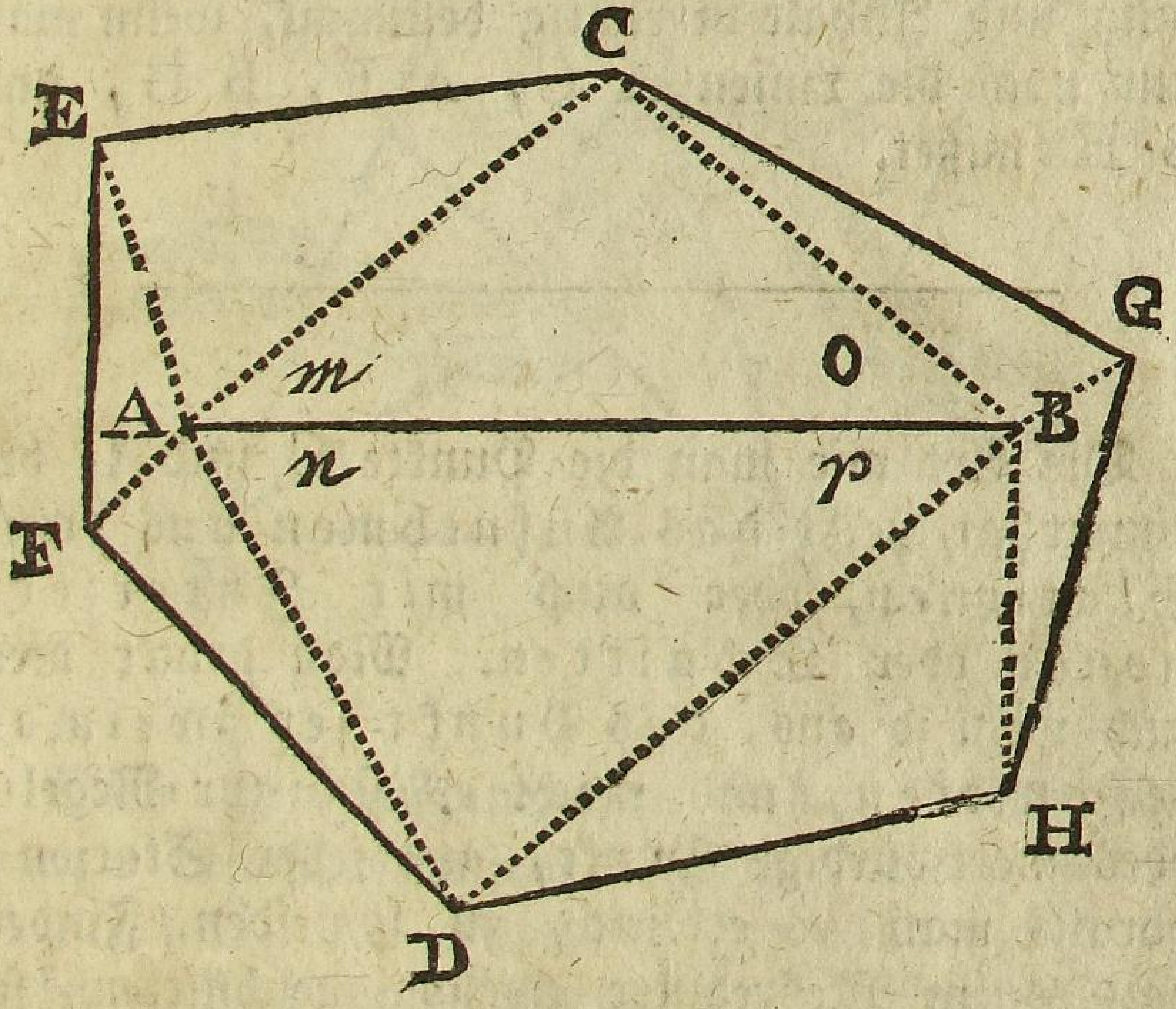
Kann man nun innerhalb dem aufzunehmenden Felde frei herumgehen, so bezeichnet man die Wendungspunkte seines Umfanges mit Stäben und Papieren, zerlegt es durch Diagonalen in Dreiecke, und mißt von jedem alle drei Seiten.

Oder man ziehet eine gerade Linie dadurch, setzet das oben beschriebene Winkelkreuz in derselben dahin, wo von einem Wendungspunkte eine Lothlinie auf dieselbe statt findet, zerlegt also die Figur durch Abscißen und Semiordinaten in Paralleltrapeze und Dreiecke und mißet die Bestimmungslinien derselben.

Oder wenn man aus einem darin angenommenen Standpunkte, (einer Station) den ganzen Umfang übersehen kann, so setzt man einen Winkelmeßer in denselben, zielet nach allen im Umfange vorkommenden Wendungspunkten, schreibt die Grade auf und mißet jede Ziellinie.

Kann man zwei solcher Standpunkte,

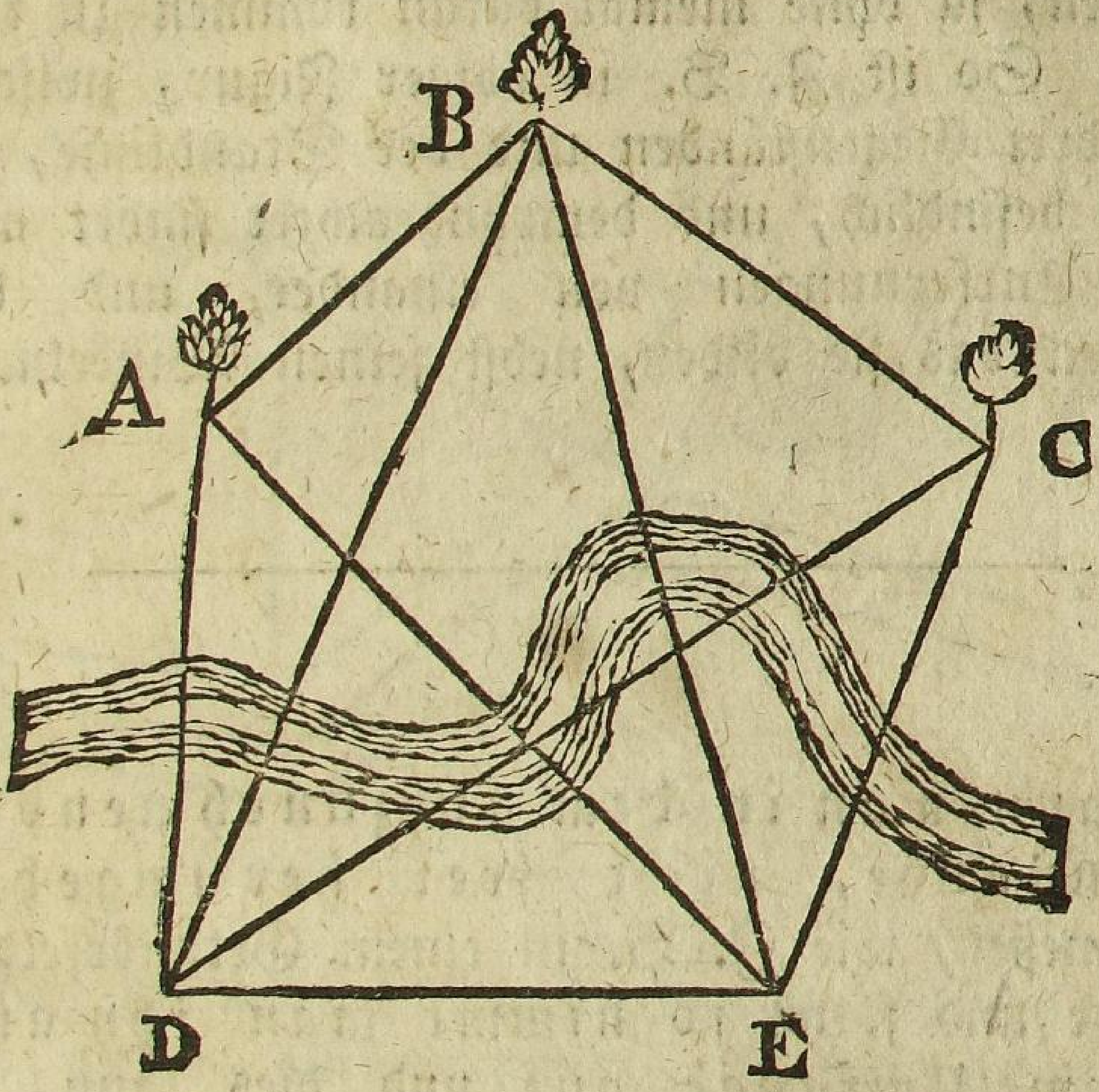
(jedoch nicht zu nahe bei einander,) annehmen, so kann man sich das Meßen mancher Ziellinien ersparen. Nur muß man die Entfernung der beiden Standpunkte (die Standlinie) sehr genau meßen.



Es sey A B eine solche Standlinie. In den Stande A erhielte man außer den andern Winkeln, auch die Winkel m und n, und in dem Stande B die Winkel o und p. Zeichnet man also die Standlinie nach dem verjüngten Maaßstabe und setzt gedachte Winkel gehörig daran, so durchschneiden sich die Schenkel derselben in den Punkten C und D (und bestimmen folglich Dreiecke nach der zweiten Art) folglich braucht man die Ziellinien A C, B C, A D, B D gar nicht zu meßen, sondern Umfang und Inhalt ist richtig bestimmt, wenn man nur noch die Linien A C, A F, B G, und B H mißet.

Die Art wie man die Punkte C und D bestimmt hat, heißt das Aufnehmen aus zwei Stationen, oder auch mit Intersectionen oder Schnitten. Man druckt dies auch wohl so aus, das Punkt sey zweimal geschnitten, und macht es sich zur Regel, jedes merkwürdige Punkt, aus jeder Station, woraus man es erblickt, zu schneiden. Findet man es im Meßregister zweimal geschnitten, so hält man es für bestimmt, woferne nur die Stationen aus welchen man es geschnitten hat, auch bestimmt sind.

Mehrere Schnitte dienen zur Prüfung und Berichtigung. Diejenige geben die zuverläßigste Bestimmung, die sich am wenigsten mit einander schleifen, sondern einen recht deutlichen Durchschnitt gewähren.

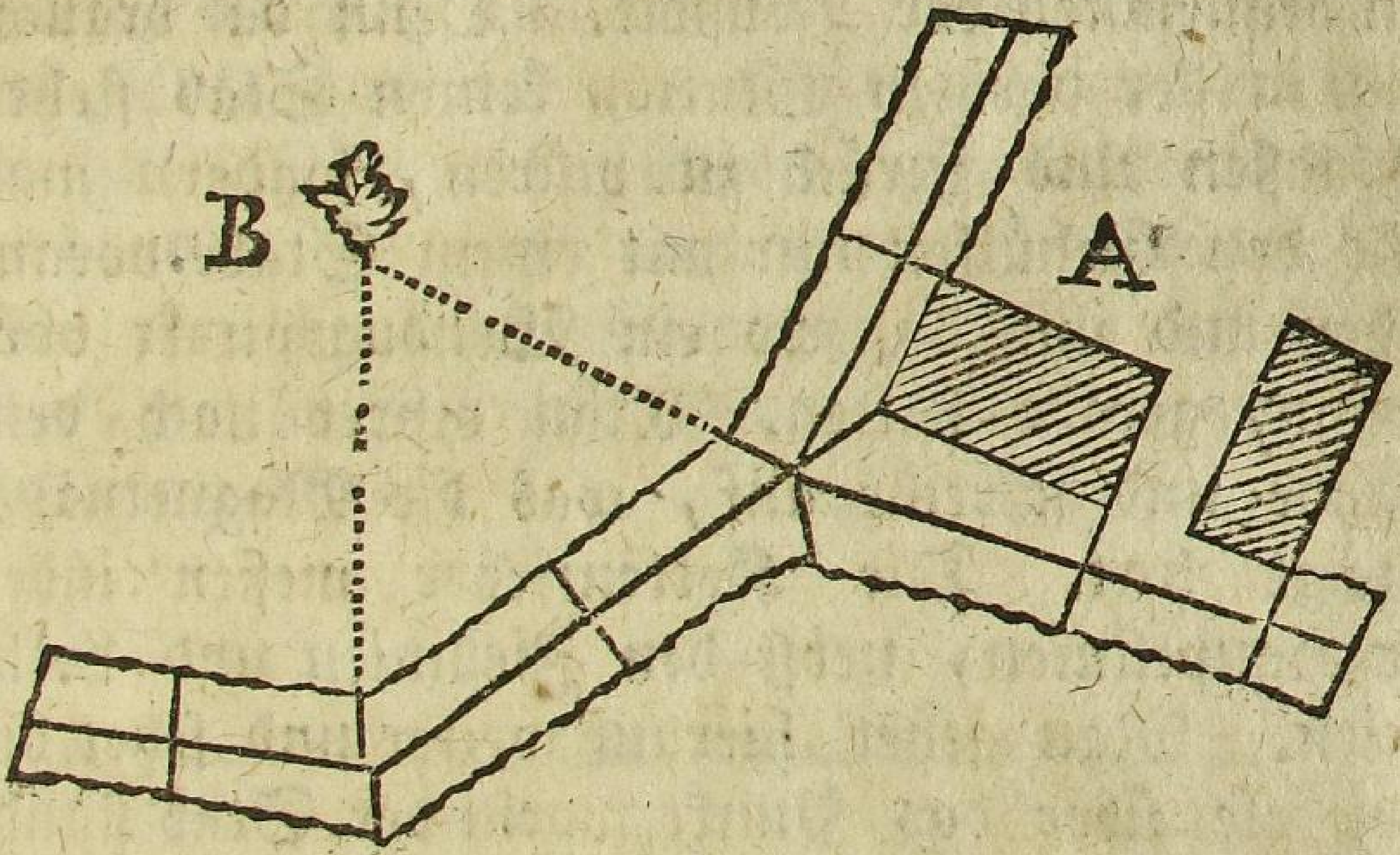


Diese Art aufzunehmen ist bei Entwerfung ganzer Landschaften sehr dienlich. Denn es seyn A, B, C, drei entfernte Gegenstände, z. B. Bäume, Thürme Häuser und d. gl. die man aus den Standpunkten D und E erblicket; so darf man nur die Standlinie D E und die Winkel an derselben meßen um die drei Gegenstände, in der Charte richtig zu legen.

Dies erkläret zugleich wie man Linien, Winkel, Dreiecke, ja ganze Figuren aufnehmen und meßen könne, ohne sie mit einem Fuße zu berühren, ja ohne niemal daran kommen zu können. So ist Z. B. in obiger Figur, zwischen den drei Gegenständen und der Standlinie, ein Fluß befindlich, und demohngeachtet findet man ihre Entfernungen von einander, und das Dreieck das sie bilden, nebst seinen Winkeln.

Kann man in dem aufzunehmenden Gegenstande, nicht frei herumgehen und meßen, wie Z. B. in einem Getreidefelde, Walde und s. w. so nimmt man ihn aus seinem Umfange auf und dies kann, je nachdem die Umstände sind, entweder innerhalb, oder außerhalb geschehen.

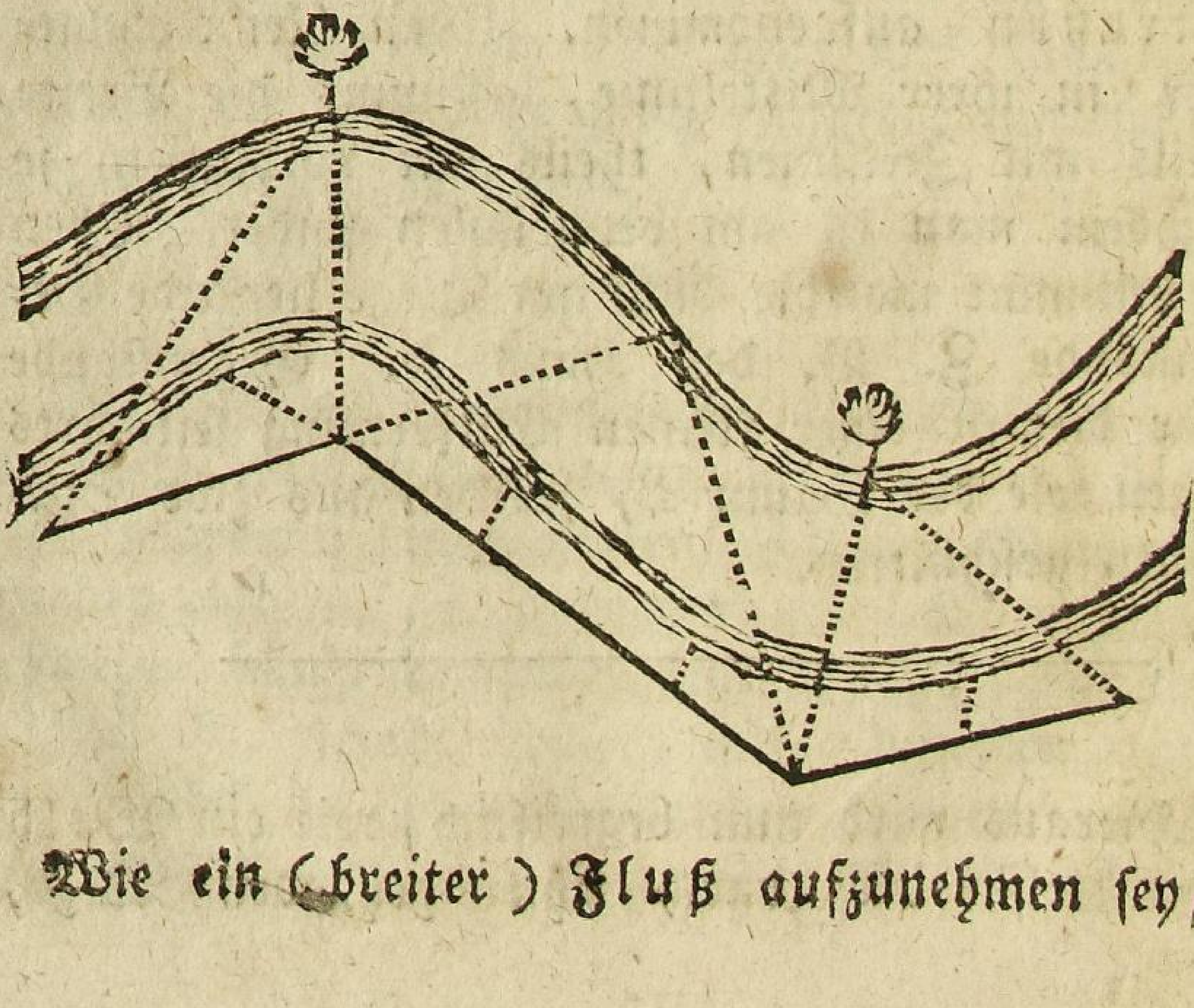
Den wahren Umfang selbst, kann man in den wenigsten Fällen unmitelbar meßen, weil derselbe insgemein durch Hecken, Zäune, Mauern, Graben und d. gl. angegeben ist. Man ziehet deßwegen längst demselben und so nahe daran als möglich ist, gerade Linien, mißet dieselben und die Winkel die sie mit einander machen. Auf diese Linien setzt man so viel Loth- und Ziellinien, als erforderlich sind, die Hauptwendungs-punkte des Umfangs zu bestimmen.



Auf die nemliche Art werden auch Wege und Straßen aufgenommen. Man bleibt ohngefähr in ihrer Mittellinie, bestimmt die Breite theils mit Ziellinien, theils mit Lothlinien, je nachdem man es am bequemsten findet. Eben so bestimmt man die dicht am Wege liegende Gegenstände z. B. das Haus A. Gegenstände aber die in einer kleinen Entfernung seitwärts liegen wie der Baum B, werden aus zwo Stationen geschnitten.

Hieraus wird nun begreiflich, wie ein Wald vermittelst der durch ihn gehenden Wege, desgleichen wie eine Stadt, ein Dorf und d. gl. aufzunehmen sey.

Zu dieser Art aufzunehmen bedienet man sich am bequemsten der Boußole. Denn da braucht man in der vorigen Station keinen Stab stehen zu laßen und zurück zu visiren, sondern man läßt den Gehülfen nur mit einem Stabe voran=gehen und ihn da, wo ein Wendugspunkt vor=kommt, gerade halten. Man visiret nach dem Stabe und schreibt auf, was die Magnetnadel gezeigt hat. Die Kettenzieher meßen indeß die Hauptlinien, nebst den Ziellinien und Loth=linien. Man gehet hierauf weiter und setzet die Boußole über das Punkt worin der Stab stand. Der Stabhalter gehet indeß wieder voran. Und so setzt man die Arbeit fort.



Wie ein (breiter) Fluß aufzunehmen sey,

kann man deutlich genug aus obenstehender Zeichnung ersehen. Nemlich durch längst dem einen Ufer gezogene Hauptlinien darauf gesetzte Lothlinien, durch Ziellinien und Schnitte auf diejenigen Gegenstände, des jenseitigen Ufers welche die Uferlinie bezeichnen. Sind keine solche vorhanden, so schickt man einen Stabträger herüber, der bei jedem Wendungspunkte der Uferlinie, so lange stehen bleibet, bis man ihm ein Zeichen giebt.

Eine ganze Feldflur, mit einer solchen Genauigkeit aufzunehmen, daß man jedes Grundstück, nach seinen wahren Maaßen darin zeichnen und berechnen kann, dienet folgendes Verfahren:

Man stecke durch die ganze Feldflur zweigerade Linien ab, die sich im ohngefähren Mittelpunkte derselben rechtwinklich durchschneiden.

Oder man stecke ein großes Dreieck darinnen ab, (welches dem Vortheil gewähret daß man es durch die Meßung seiner Winkel sehr scharf prüfen kann (weil diese sowohl in der Natur, als auf dem Papiere zusammen 180 Grad ausmachen müßen.) Ist ein Dreieck nicht hinreichend, so hänge man mehrere daran, die mit jenem eine Seite gemein haben. So entstehet ein sogenanntes Triangel-Netz.

Man habe nun entweder Kreuzlinien oder Dreiecke abgesteckt, so meße man die abgesteckten Linien mit aller Sorgfalt und Genauigkeit und schlage alle 100 Fuße einen Pfal ein, worauf man die Nummer, mit schwarzer Oehlfarbe, (vermittelst eines Pinsels) schreibet.

Wenn man nun die durch die Feldflur gehende Wege, Flüße und s. w. dergestalt aufnimmt, daß man jedesmal an einem von diesen Pfälen anfängt und endiget, so wird das ganze Vermeßungsgeschäfte einen sicheren und festen Gang haben. Man kann es nöthigen Falls unter mehrere vertheilen, welche ihre Arbeiten an einerlei Pfäle anbinden und hernach zusammen stoßen.

Wird nun diese Vermeßung geometrisch construirt, und hat alles gehörig gepaßet und geschloßen, so nimmt man die einzelnen Grundstücke (das Detail) mit der Mensel auf, welche hierzu das bequemste Werkzeug ist, weil sich auf derselben alles gleich auf dem Felde construiren läßet und man wenig oder gar keine Annotationen zu machen braucht.

Zu dem Ende theilt man den Hauptriß in so große Quadrate als auf der Mensel Raum haben, trägt die innerhalb jedes Quadrates, befindliche Zeichnung, auf das Menselblatt, verfügt sich damit an Ort und Stelle und füllet alles gehörig aus.

Die einzelnen Menselblätter werden hernach wieder zusammen gestoßen, und der Riß ins Reine gebracht.

Hierbei müßen wir es mit dem Aufnehmen bewenden laßen. Denn um größere Reviere und Landesdistricte oder wohl gar, ganze Provinzen aufzunehmen, werden mannigfaltige trigonometrische, optische physikalische, ja sogar astronomische Kenntniße erfordert, die sich in der gemeinen Geometrie nicht vortragen laßen.

Zum Zeichnen der Plane, bedienet man sich des sogenannten Regalpapieres, (wovon die gröste Sorte Imperialpapier genennet wird.) Kann man englisches oder schweizerisches Velinpapier haben, so ist dies noch beßer. Man feuchtet daßelbe auf der Rückseite vermittelst eines Schwammes mit reinem Waßer, und klebt es mit seinen Rändern entweder auf einen Tisch, aber welches noch beßer ist auf eine Tafel von Lindenholze. Soll der Plan sehr dauerhaft werden, so unterzieht man das Papier mit feiner Leinewand oder Neßeltuch, welches man aufgespannt aufnägelt und das Papier darauf klebet. (Man thut wohl wenn man bei solchen Arbeiten einen Buchbinder zu Hülfe nimmt.)

Das Zeichnen selbst, bestehet nun theils in dem Auftragen nemlich in der geometrischen Construction, oder Entwerfung der gemeßenen Linien und Winkel mit Bleistift, dergestalt daß sich die aufgenommenen Figuren richtig bilden und schließen, theils in der reinlichen Ausführung mit Tusche und Farben.

Was das erste nemlich das Auftragen betrift, so ist nach demjenigen was bereits oben gelehret worden, keine weitere Anleitung nöthig. Nur ist in Ansehung der mit der Boußole geschehenen Aufnahmen noch zu bemerken, daß die Winkel mit derselben selbst aufgetragen werden, welches das Zulegen genennet wird. Sie hat zu dem Ende einen vierekten Boden, woran zwei Kanten mit der Ziellinie parallel sind. Wenn man sie nun so setzt und drehet, daß sich die Nadel auf die im Memorial bemerkte Grade einspielet, und dann längst einer mit der

Ziellinie parallelen Kante Linien ziehet, so stellen diese Linien die gemeßenen Winkel dar. Giebt man dann den Linien ihr gehöriges Maaß, so gehet die Construction oder Zulegung, den nemlichen Gang, wie das Aufnehmen. Nur muß man den Tisch worauf dies geschiehet, recht fest und waßergleich stellen, und während der Arbeit alles Eisen, bis auf 3 oder 4 Fuß entfernen, damit die Magnetnadel nicht von demselben angezogen und irre gemacht werde.

Das Wichtigste beim Auftragen ist die schickliche Auswahl des verjüngten Maaßstabes, damit der Plan die seinem Zweck gemäße Größe und Deutlichkeit erhalte, ohne zu unbequem zu werden. Hierzu dienet nun Folgendes:

Ein Hunderttheilgen des Rheinländischen Zolles ist wohl das kleineste, was man mit bloßen Augen unterscheiden und im Zeichnen angeben kann. Man muß es folglich so einrichten, daß die kleineste Größe welche in einem Plane dargestellt werden soll, ein solches Hunderttheilgen betrage.

Bei Gebäuden und d. gl. kommt es auf einzelne Zolle an. Also ist der schicklichste Maaßstab für solche Gegenstände, 10 Fuße auf den

Zoll zu nehmen. Dergleichen Plane nenet man Bauplane.

Bei der Berechnung und Eintheilung der Felder und Grundstücke, kommt es auf einzelne Fuße an. Mithin muß man bei solchen 100 Fuße auf den Zoll nehmen. Solche Plane heißen Oekonomische oder Cameralplane.

Plane worauf man nicht bis auf einzelne Fuße meßen kann, sondere sich höchstens mit einzelnen Ruthen begnügt, dienen hauptsächlich um sich von der Lage und Figur der Oerter, von dem Laufe der Flüße und Wege, von den Zuge der Gebürge und Thäler u. s. w. einen richtigen und anschaulichen Begriff zu machen.

Man zeichnet sie nach einem Maaßstabe von 1000 Fußen auf den Zoll und nenet sie Situationsplane oder topographische Charten, oder auch (wenn sie blos zu kriegerischem Gebrauch, meistentheils nur mit Schritten aufgenommen worden, und nur wenig darin wirklich vermeßen, sondern nur nach dem Augenmaaße (oculár) gezeichnet ist,) miltárische Charten.

Charten bei welchen mehr als 1000 Fuße auf den Zoll genommen werden müßen, gehören schon zu den geographischen.

Ist der Plan nun richtig entworfen (in Bleistift gelegt) so übergehet man ihn mit Tusche. Gerade Linien ziehet man mit der Reißfeder nach dem Linial. Alles übrige was nicht nach dem Linial gezeichnet werden kann, arbeitet man mit einer zartgeschnittenen Feder (Rabenfeder) aus. Die Berge legt man mit Tusche vermittelst eines Pinsels an und verwascht ihre Abhänge. Man schraffiret sie mit der Feder um alles deutlicher und bestimmter anzugeben. Man fängt an den niedrigsten Bergen an und zeichnet diese schwächer, die höhern stärker, und den der alle übrige beherrscht (dominirt) am allerstärcksten. Wälder bezeichnet man mit Bäumen und Gebüschen. Felder läßt man gewöhnlich ohne Bezeichnung. Wiesen giebt man mit Grasspitzen, Sand mit Punkten an u. s. w.

Alle diese Bezeichnungsarten, kann man sich aus guten gezeichneten oder in Kupfer gestochenen Planen, bekannt machen und sie nachahmen.

Ist der Plan in Tusche gelegt, so reibt man das Bleistift, mit Semmelgrumen (die nicht ganz frisch mehr sind) oder mit elastischem Gummi, (welches in den meisten Apotheken zu haben und beim Zeichnen sehr bequem ist,) weg.

Nun folgt das Schattiren. Hierbei nimmt man an, daß das Licht, parallel mit derjenigen Diagonale des Plans, welche von der linken gegen die rechte Hand gehet, komme, und unterscheidet hiernach die Licht und Schattenseite jeden Gegenstandes, der über die Ebene des Plans erhöhet, oder darunter vertieft ist.

Das Schattiren selbst geschiehet mit zwei Pinseln, die sich an einem Stiele befinden, und von welchen der eine der Anlegpinsel (oder Tuschpinsel) der andere aber der Lavirpinsel (Verwaschpinsel) genennet wird. Der Schatten welcher dadurch angegeben wird, ist eigentlich derjenige welchen der Gegenstand auf den Boden wirft, und wird von den Malern der Schlagschatten genennet.

(Vom Schattiren ist die vorhin beschriebene Bezeichnung der Berge sehr zu unterscheiden. Wollte man hier die Schattenseite stärker an-legen, so würde das bedeuten, daß der Berg auf dieser Seite steiler sey als auf der andern.)

Die letzte Arbeit ist das Illuminiren. Auch hierbei muß man sich nach guten Mustern richten, und darauf sehen, daß die Farben durchaus gleichförmig und zugleich nur sehr schwach, aufgetragen werden.

Man braucht außer der Tusche, nur folgende vier Farben.

Carmin wird mit Citronensaft gerieben und mit Waßer verdünnet.

Gumi Guttá wird blos im Waßer gerieben.

Grüne Dinte. Grünspanblumen werden trocken zerrieben, etwas Weinsteinrahm, (Cremor tartari) zugesetzt, in ein Glas gethan, Waßer darauf gegoßen, und eine Zeitlang in den Sonnenschein, oder über einen warmen Ofen gesetzt.

Berliner Blau, wird mit mehr oder weniger Bleiweiß, je nachdem man die Farbe heller oder dunkeler haben will, und Gummiwaßer, gerieben. (Statt dieser Farbe kann man auch die blaue Waschtinctur gebrauchen.)

Aus diesen Farben, kann man durch die Zusammensetzung, eine Menge anderer hervorbringen. Auch kann man Tusche damit vermischen. Dies nennet man die Tusche in der Farbe brechen.

Hat man aus Versehen eine Farbe zu stark aufgetragen, oder einen Flecken gemacht, so muß man einrn reinen Pinsel bei der Hand haben, denselben ins Waßer tauchen und wieder ausdrücken. Ein solcher Pinsel saugt oder lecket gleichsam die Farbe oder den Flecken wieder weg. Zu stark aufgetragener Carmin gehet, auch wenn er trocken ist, durch das bloße Reiben mit elastischem Gummi weg.

Die Schrift auf dem Plane schreibt man mit Tusche, jedoch nicht ehe bis er illuminirt und völlig trocken geworden ist, weil sie sonst von den Farben leicht wieder aufgelöset wird. Man bedienet sich hierzu der lateinischen Cursivschrift, und richtet sich nach englischen Mustern.

Zu jedem Plane gehören noch folgende Zusätze. Die Einfaßung, der Titel, der

Maaßstab die Orientirung und (wenn es erforderlich ist) die Beschreibung.

Die Einfaßung bestehet aus einer breiten und schmalen mit Tusche gezogenen Parallellinie, welche den Plan ringsherum in Gestalt eines Rectangels umgiebt. Der leere Raum außerhalb dieses Rectangels, heißet der Respect, oder Rand.

Den Titel setzt man innerhalb der Einfaßung in eine leere Ecke, und umgiebt ihn, wenn man Geschicklichkeit genug in der freien Handzeichnung hat, mit geschmackvollen Zierrathen und Emblemen (sinnbildlichen Gegenständen.) Dies nennet man die Cartusche. Dergleichen sind aber nicht viel mehr Mode.

Den Maaßstab zeichnet man an eine leere Stelle, unterwärts, mit der Einfaßung des Plans gleichlaufend.

Die Orientirung bestehet in zwei Linien die sich irgendwo, an einer leeren Stelle des

Plans, dergestalt rechtwinklich durchschneiden, daß die eine (die Mittagslinie) von Süden nach Norden, und die andere (die Aequinoctiallinie) von Osten nach Westen gehet. Hat man also die Mittagslinie, und die Abweichung der Magnetnadel beobachtet, so kann man leicht beim Aufnehmen ein Paar Punkte bestimmen, und beim Auftragen mit verzeichnen, durch welche die Mittagslinie gehet. Mit dieser ziehet man dann an der gedachten leeren Stelle eine Parallele, und durchschneidet sie rechtwinklich. Bezeichnet man nun das nördliche Ende dieser Mittagslinie mit einer Pfeilspitze oder einem andern Merkmale, so bestimmen sich die übrigen Weltgegenden von selbst.

Manche zeichnen einen Compaß mit der Magnetnadel, statt der Orientirung und nennen dieses (sternförmige Gemälde) eine Windrose. Ist aber die Abweichung der Magnetnadel nicht zugleich mit angegeben, so ist dies eine unnöthige Mühe.

Kann die Beschreibung so kurz gefaßet werden, daß sie, in einem noch übrigen leeren Raume des Plans, Platz hat, so ist das gut, um alles auf einem Blatte beisammen zu haben. Sonst aber, faßet man sie lieber besonders ab, Man umgiebt sie gewöhnlich mit einer Einfaßung.

Ueberhaupt aber muß man sich hüten, den Plan mit zuviel Schrift anzufüllen.

Um von einem Plane wieder etwas aufs Feld zu tragen: Z. E. die gerade Linie nach welcher eine Chaussée angelegt werden soll, die Scheidungslinie eines getheilten Grundstückes u. s. w. bemerkt man die Punkte durch welche die abzutragende Linie auf dem Plane gehet, oder den Winkel welchen sie mit andern Linien macht. Diese Merkmale sucht man in der Natur auf oder stellt sie dar, so wird das Abtragen gar keine Schwierigkeit haben.

Sollen von einem Plane, eine oder mehrere Copien (Nachzeichnungen) gemacht werden, so legt man das zum abcopiren bestimme Papier unter denselben und sticht die vornehmsten Punkte mit einer feinen Nadel (Copirnadel) durch. Die dadurch entstandenen Löcher ziehen sich wieder zu, wenn man sie auf der Rückseite mit einem naßen Pinsel überstreicht.

Kleine Plane, kann man wohl am Fenster nachzeichnen, und zu größeren hat man große Glastafeln (Copirscheiben) die pultförmig aufgestellt und von unten durch Spiegel erleuchtet werden.

Noch bequemer kann man diesen Endzweck durch Copirblätter erreichen. Man macht nemlich Postpapier mit Oel oder Firniß durchsichtig und legt daßelbe, wenn es trocken, oder mit Waizen Kleyen abgerieben worden, auf den zu copirenden Plan, und zeichnet alles mit Bleistift nach.

Um aber diese Zeichnung auf ein weißes Papier zu bringen, streuet man auf eine andern Bogen Bleistiftschabsel, (oder Ofenschwärze *Plumbago*, Pottloth) und reibt daßelbe mit einen leinenen Läppgen dergestalt darauf herum, daß das Papier überall schwarz und glänzend werde. Diese Seite legt man auf das zur Copie bestimmte weiße Papier, und auf die öbere das Oehlblatt. Man befestiget diese drei Papiere dergestalt an ihren Rändern auf einander, daß sie sich währeud der Arbeit nicht verrücken. Dann fahre man alles was auf dem Oehlblatte stehet, mit der Copirnadel oder einem Zirkelfuße nach, so erhält man auf dem unteren Papiere die ganze Zeichnung, schon in Bleistift gelegt, und man braucht sie also nur noch mit Tusche auszuführen.

Soll ein Plan vergrößert oder verkleinert werden, so überziehet man ihn mit Quadraten. Auf das zur Copie bestimmte Papier zeichnet man gleichviel Quadrate die um soviel größer oder kleiner sind als jene, um soviel der ganze Plan größer oder kleiner werden soll.

Dann zeichnet man aus freier Hand, das was sich in einem Quadrate des Originals (Urbildes) befindet, in demjenigen Quadrate der Copie, welches jenem entspricht, nach. Hat man die Zeichnung vollendet und in Tusche gelegt so reibt man die (mit Bleistift gezogen gewesene) Quadrate, so wohl auf dem Original, als auf der Copie, wieder weg. Diese Art zu copiren, nennet man das Zeichnen durchs Netz oder Gitter.

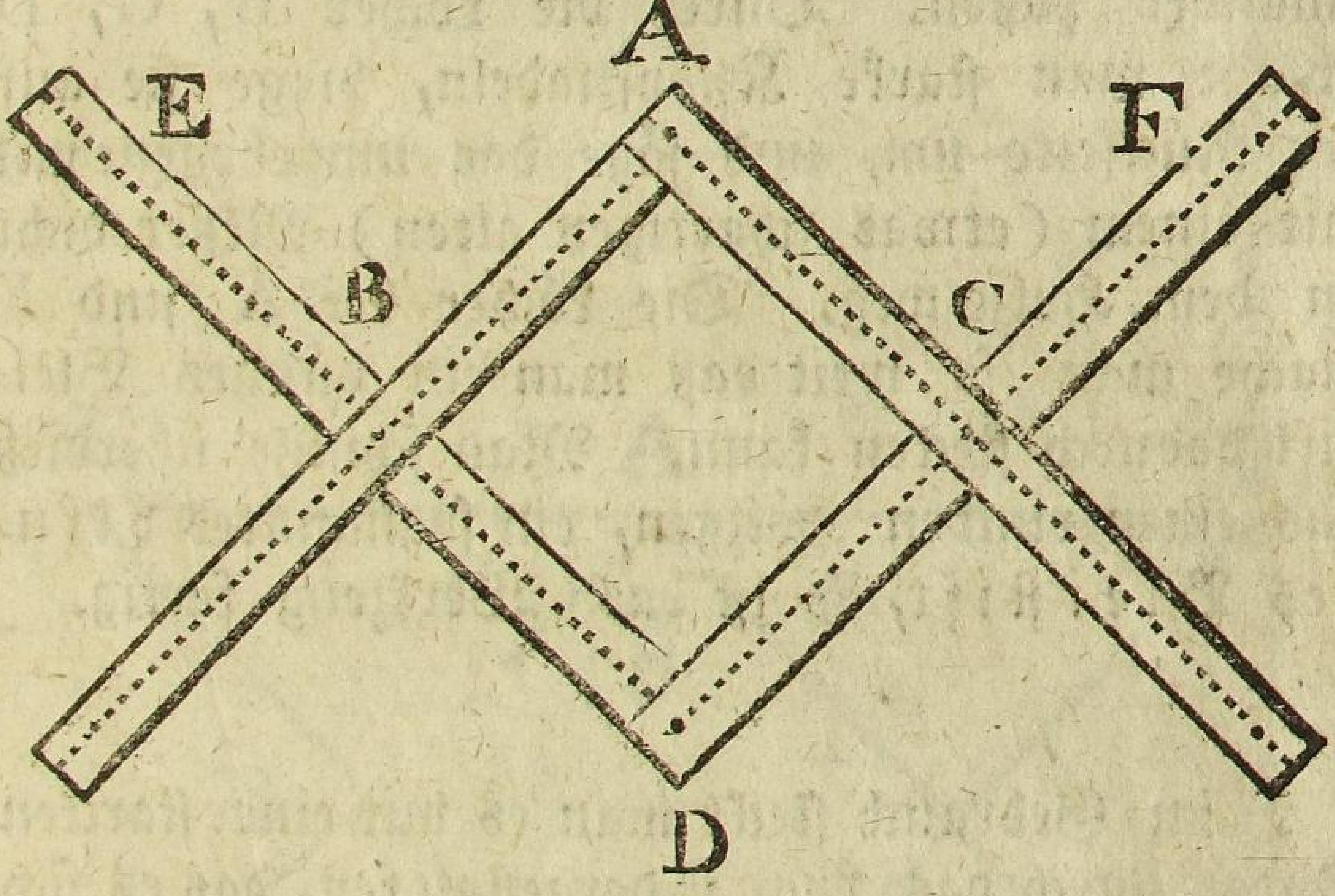
(Wenn man eine Glastafel mit Gummi waßer bestreicht, so kann man nachdem daßelbe trocken geworden, mit Tusche und der Reißfeder darauf zeichnen. Zeichnet man also auf eine solche Glastafel Quadrate, so kann man das Original damit verschonen. Denn man braucht nur diese Glastafel darauf zu legen, und wenn dasjenige Stück welches von ihr bedeckt wird, abgezeichnet ist, sie weiter zu schieben.

Hieraus ist auch begreiflich, wie man mehrere Plane, die nach verschiedenen Maaßstäben gezeichnet sind, auf einerlei Maaßstab reduciren könne. Man macht nemlich die Quadrate womit man sie überzeichnet, in eben dem Verhältniße größer oder kleiner, in welchem ihr Maaßstab größer oder kleiner ist, indeß die Quadrate auf der Copie die nemlichen bleiben.

Auf einerlei Maaßstab reducirte Plane kann man an einander setzen, wenn sie eine oder mehrere (nicht allzu kurze) Linien mit einander gemeinschaftlich haben. Man legt sie nemlich dergestalt an und über einander, daß die gemeinschaftliche Punkte und Linien auf einander paßen und sticht sie dann mit der Copirnadel, auf ein untergelegtes Papier, durch.

Hat man soviel Geschicklichkeit in der freien Handzeichnung nicht, als das Zeichnen durchs Netz erfordert, oder soll der, nach einem größeren oder kleineren Maaßstabe, zu zeichnende Plan, die äußerste Genauigkeit und Zuverläßigkeit haben, so muß man ihn entweder aus dem Brouillon und Memorial der Vermeßung, nach dem vorgeschriebenen Maaßstabe, von neuem geometrisch construiren, oder man muß sich eines Storchschnabels (Pantographen oder Affen) zu diesem Geschäfte bedienen.

Die Zusammensetzung dieses Werkzeugs ist folgende.



Man laße sich vier Liniale von Birnbaumholz, jedes etwa einen Fuß lang und $\frac{1}{2}$ Zoll breit, verfertigen und Mittellinien darauf ziehen.

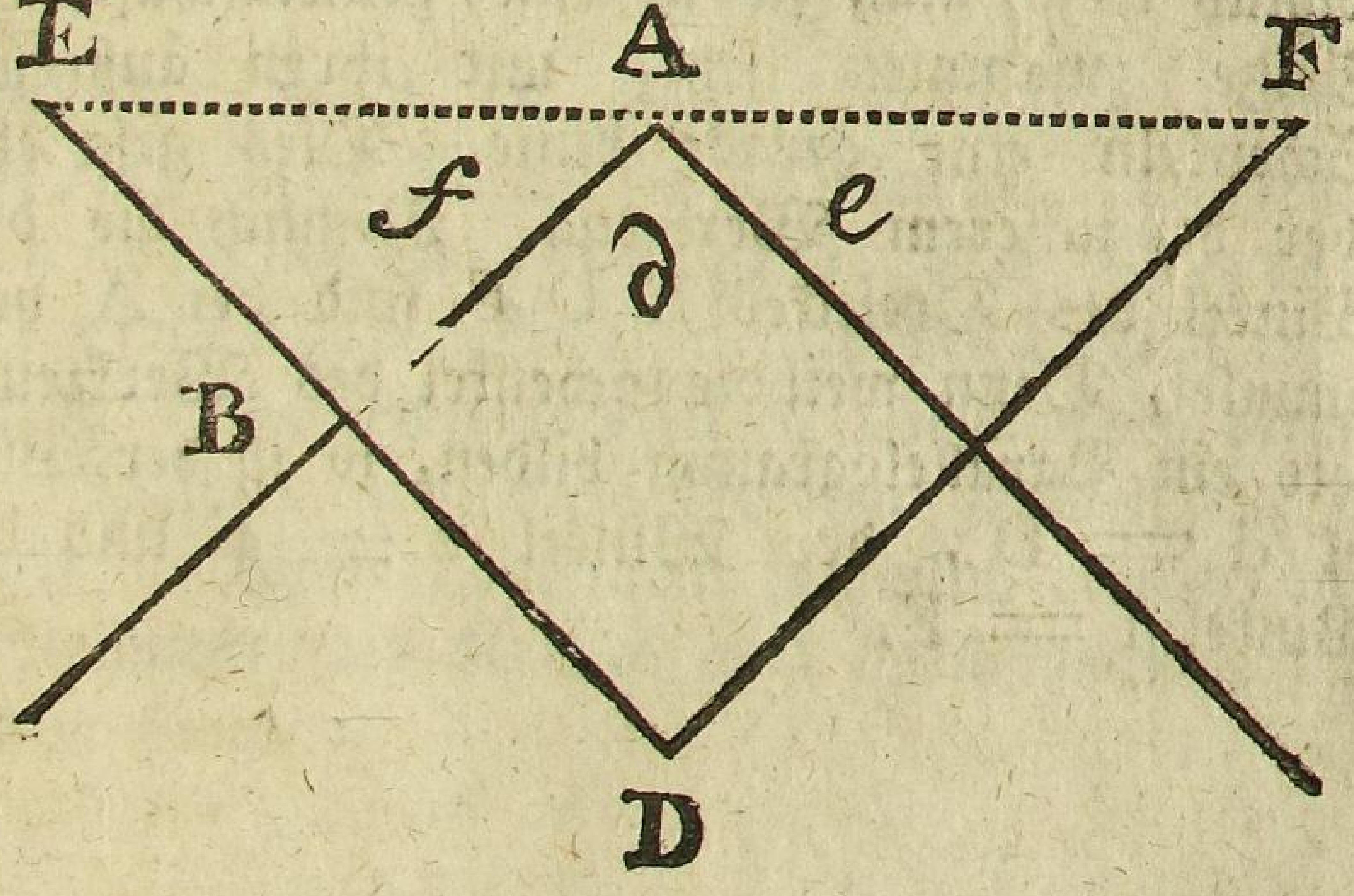
In diesen Mittellinien steche man das Verhältniß der Maaßstäbe gegen einander ab. Man nimmt nemlich den größeren willkührlich so lang an, als es auf den Linialen angehet, mißet ihn auf dem Tausendttheiligen Maaßstabe berechnet den kleineren durch die Regel Detri, und sticht ihn innerhalb dem großen ab.

Sämmliche abgestochnene Punkte durchbohre man mit feinen Löchern, lege alsdann die Liniale nach Anleitung obiger Figur, dergestalt auf einander, daß die Löcher bei A, B, C, und D auf einander paßen. Durch die Löcher B, C, D schlage man starke Knopfnadeln, biege sie auf der Rückseite um, und säge das umgebogene mit mit einem (etwas schartigen alten) Meßer dicht an dem Holze weg. Die Löcher bei A und F mache man so weit daß man ein dünnes Bleistift dadurch stecken kann. Man schnitze überdieß aus einem runden Hölzgen, ein sognanntes blindes Bleistift, so ist das Werkzeug fertig.

Beim Gebrauch steckt man es mit einer starcken Nadel durch das Loch E dergestalt fest, das es sich darum herum drehen laße. Soll nun der nachzuzeichnende Plan kleiner werden als der vorgegebene, so steckt man das wahre Bleistift in A, und das blinde in F:

Im umgekehrten Falle verwechselt man beide. Faßet man nun das blinde Bleistift und fähret damit alle Züge des Originals nach, so wird das wahre alle diese Züge nachahmen, und auf einem darunter mit Heftwachs ($\frac{3}{4}$ Wachs $\frac{1}{4}$ Terpenthin) befestigten Papiere, darstellen.

Ist der Plan so groß, daß man ihn mit dem Storchschnabel nicht abreichen kann, so copirt man ihn theilweise, und setzt die einzelne Theile hernach nur gehörig an einander.



Was den Beweis der geometrischen Richtigkeit dieses Werkzeuges betrift, so bleiben die drei

Punkte E, A, F stets in gerader Linie, (die vier Liniale mögen sich auch verschieben, wie sie wollen, und bestimmen, wenn auch die Linie E F länger oder kürzer wird, immer das nemliche Verhältniß, welches man auf den Mittellinien der Liniale abgestochen hat.

Ersteres erhellet so: drei Winkel eines Dreieckes machen zwei rechte Winkel aus und bilden folglich wenn man sie in einer gemeinschaftlichen Spitze zusammen setzt, mit ihren äußersten Schenkeln eine gerade Linie. Dies geschiehet aber bei unserem Werkzeug. Nemlich die drei Winkel des Dreieckes E D F sind bei A versammlet, Denn weil die Schenkel des Werkzeugs stets ein Parallelogramm bilden, so ist der Winkel d = D, der Winkel e = E und der Winkel f = F.

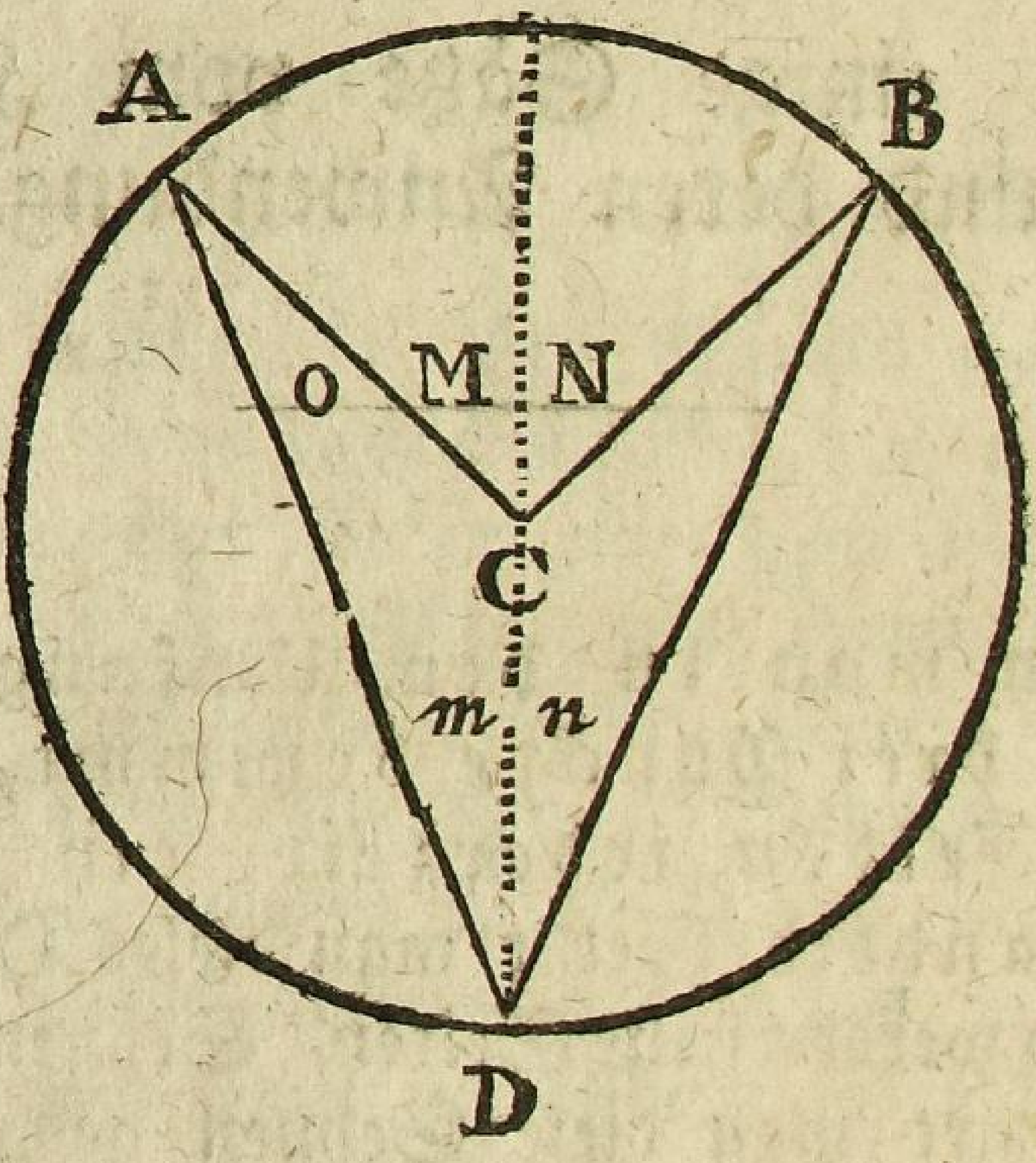
Lezteres ist daraus zu begreifen: weil die Dreiecke E B A und E D F, bei allen Veränderungen gleichschenklich und untereinander ähnlich bleiben, so verhält sich stets E A zu E F, wie E B zu E D.

Noch einige Sätze vom Kreise und deren Anwendung.

Wenn man in dem Umfange eines Kreises drei Punckte bestimmt, so machen dieselben jederzeit ein Dreieck mit einander. Setllt man dieses Dreieck wirklich dar so werden seine Seiten, Sehnen des Kreises. Halbirt man diese Sehnen geometrisch, so gehen die Halbirungslinien sämmlich durch das Mittelpunkt des Kreises und durchschneiden sich in demselben.

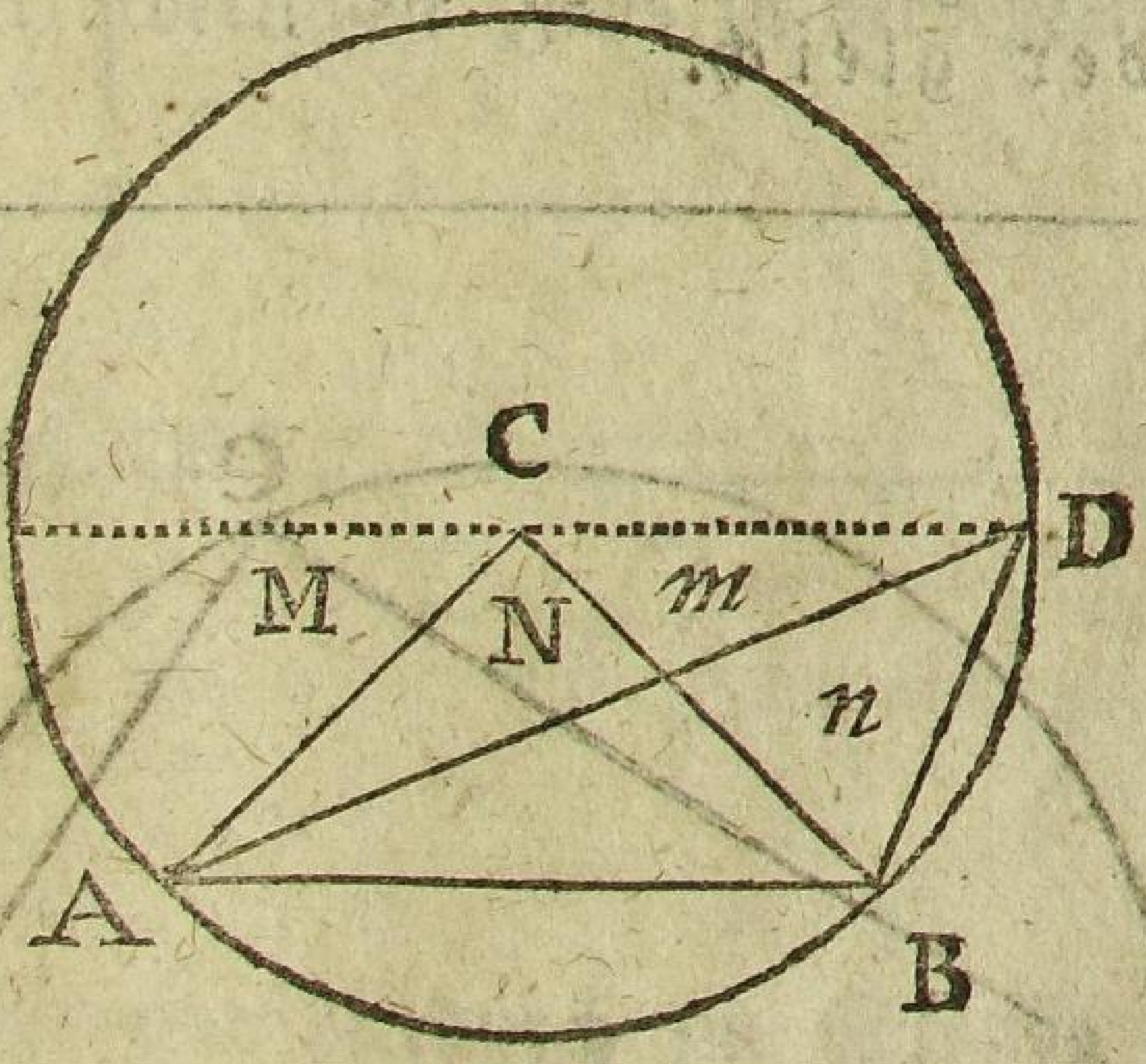
Wenn folglich in der Natur drei Punkte die ein Dreieck mit einander bilden, vorkommen, so kann man jederzeit ein viertes Punkt finden, von welchem sie sämmtlich gleichweit entfernt sind, und aus welchem man also einen Kreis beschreiben kann, deßen Umfang durch sie gehet.

Durch jedes Dreieck ist also, ein, ihm zugehöriger Kreis, bestimmt.



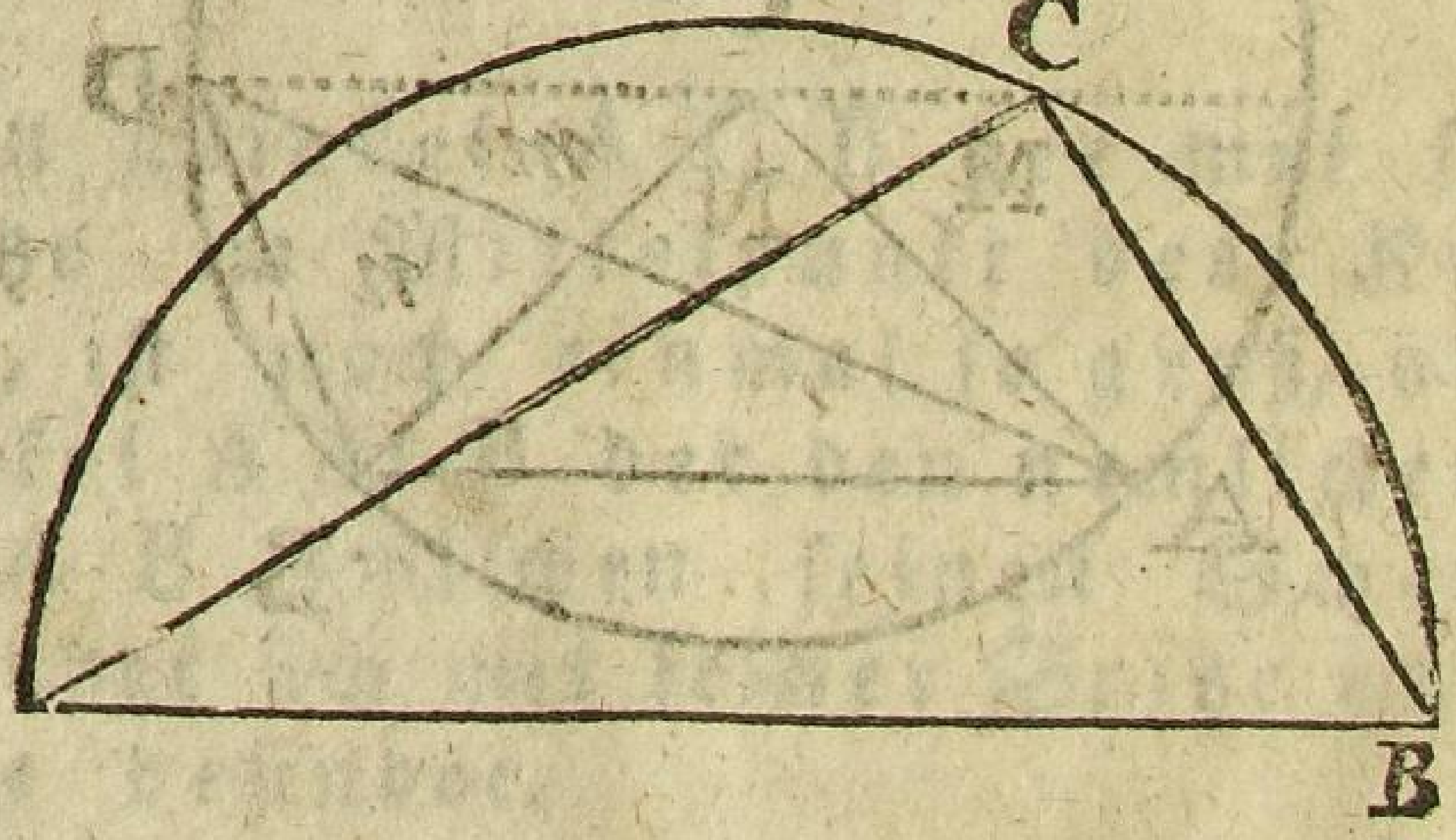
Ein Winkel A C B der mit seiner Spitze im Mittelpunkt des Kreises liegt, ist noch einmal so groß, als ein Winkel A D B der den nemlichen Bogen A B zwischen seinen Schenkeln hat, aber sich mit seiner Spitze im Umfange befindet.

Denn man ziehe durch C und D eine (punktirte) Linie, so wird der Winkel am Mittelpunkte in die zwei Winkel M und N und der Winkel im Umfange, in die Winkel m und n zerlegt. Nun ist aber der Winkel M (weil er durch Verlängerung einer Seite des Dreieckes A D C entstanden) so groß wie die beiden inneren o und m (die ihm gegen über stehen) zusammen genommen. Weil nun das gedachte Dreieck gleichschenklich und folglich o = m ist, so kann man auch sagen M sey so groß wie 2 M. Auf eben die Art kann man beweisen daß N = 2 n, Folglich ist M + N = 2 m + 2 n. Das ist aber eben soviel gesagt, als: A C B ist noch einmal so groß als A D B.



Es kommt hierbei nicht darauf an wenn auch die gedachten Winkel eine ganz andere Lage hätten, wie z. E in obiger Figur. Denn man ziehe nur wieder durch C und D eine (punktirte) Linie, so läßt sich wie vorhin beweisen daß M = 2 m und daß M und N zusammen, zweimal so groß, wie m und n zusammen ist. Von diesen gleichen Summen ziehe man M = 2 m ab, so bleibt N = 2 n, oder welches einerlei ist A C B = 2 A D B übrig.

Ein Winkel in dem Umfange, hat also zu seinem Maaße nur den halben Bogen worauf er stehet, und wenn zwei oder mehrere solcher Winkel, auf einerlei Bogen stehen, so sind sie sich einander gleich.

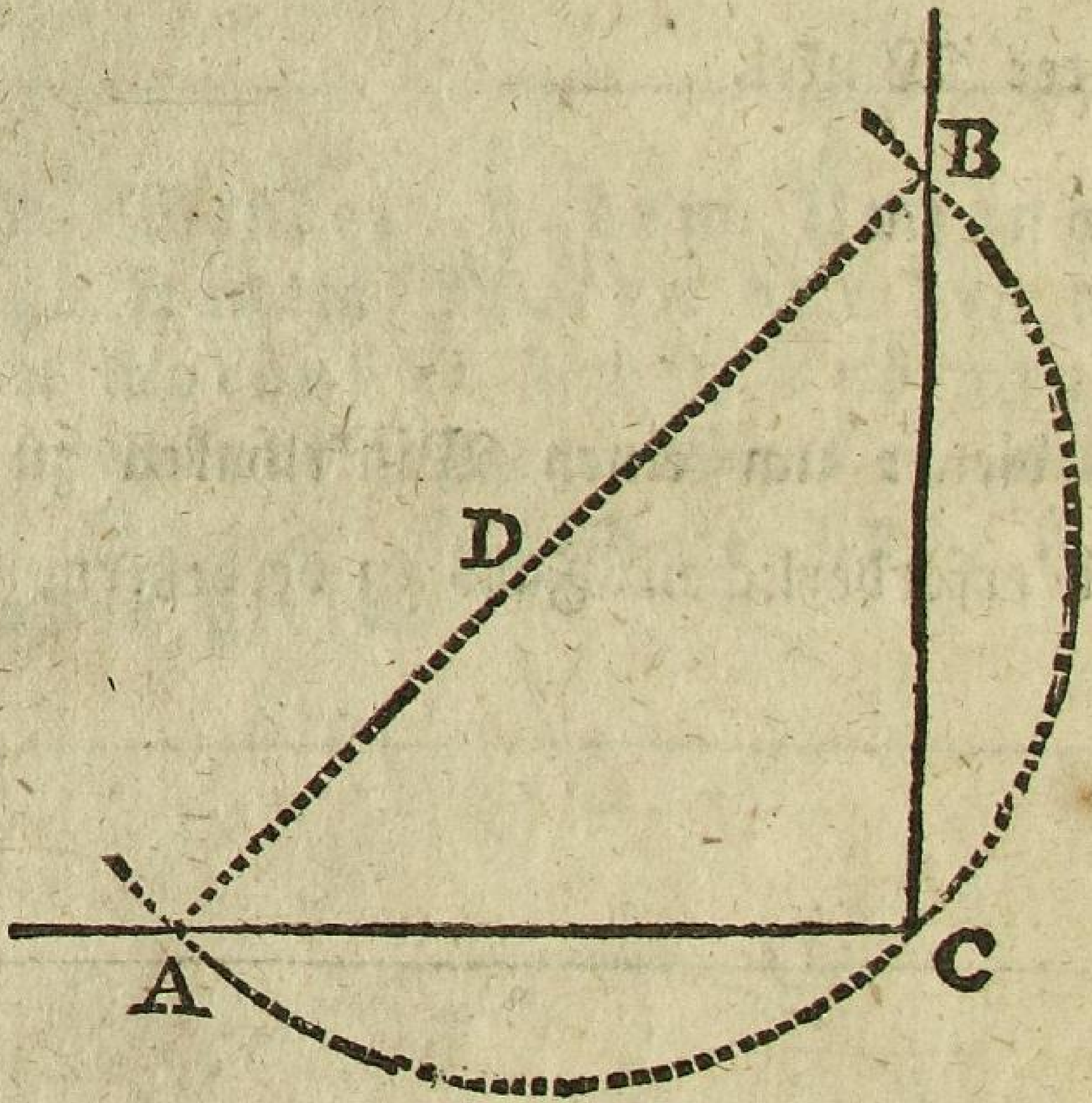


Wenn man in einem halben Kreise

zwei Sehnen AC und CB ziehet, so bilden diese jederzeit in C, einen rechten Winkel. Denn vollendete man den Kreis so würde dieser Winkel auf einem Bogen von 180 Graden stehen. Da nun die Hälfte von 180 nemlich 90 Grad sein Maaß ist, so ist er ein rechter Winkel.

Dies dienet um einen Winkelhaken zu prüfen und erforderlichen Falls zu verbeßern.

Auch ist man hierdurch im Stande an das Ende einer Linie einen rechten Winkel mit geometrischer Schärfe zu zeichnen. (Welches bei den winkelrechten Einfaßungen großer Plane oft gut zu statten kommt.)

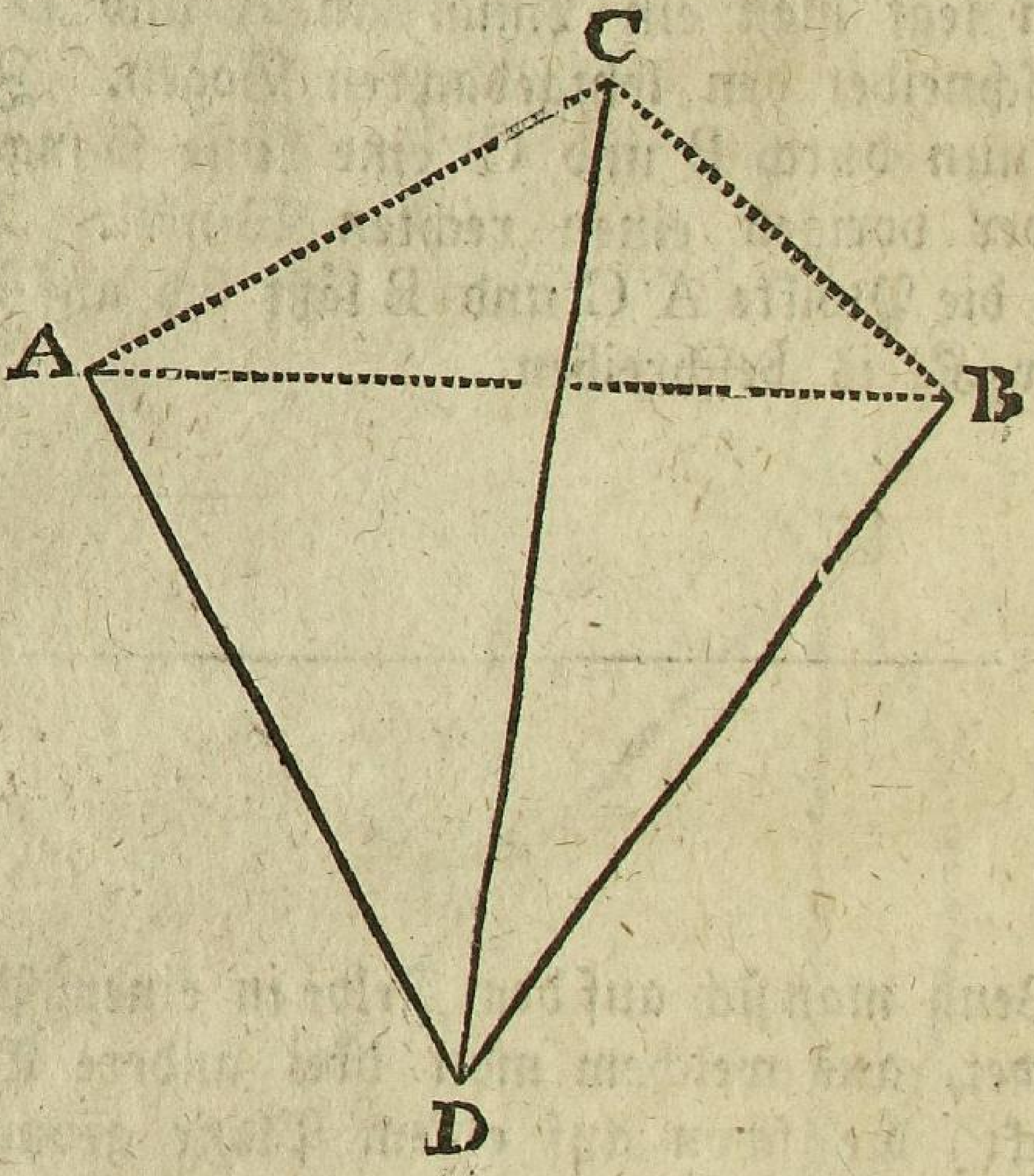


Man setzet nemlich den Zirkel in ein willkührlich gewähltes Punkt D über der geraden

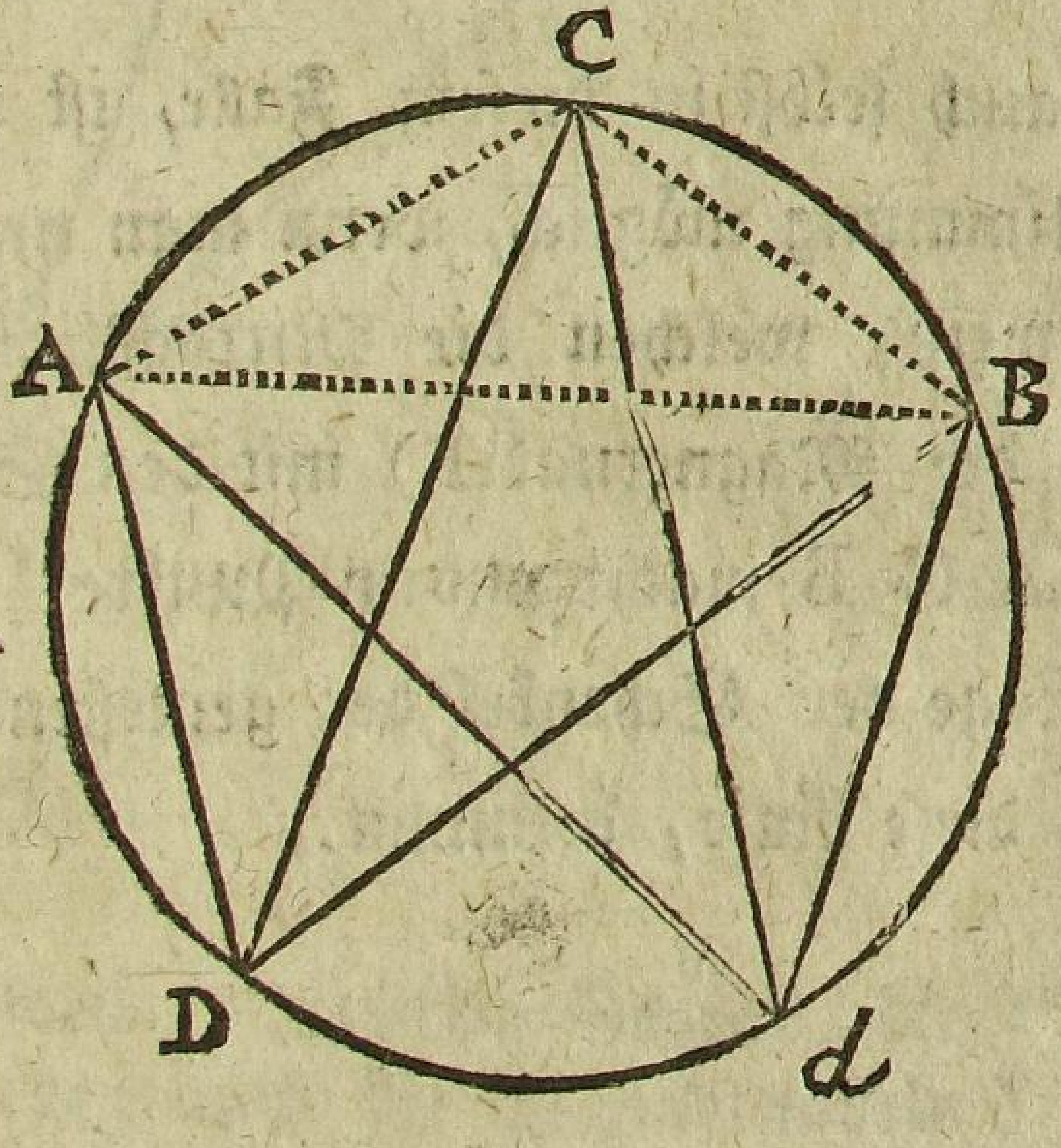
Linie nnd eröfnet ihn bis an das Endpunkt C. Mit dieser Eröfnung durchschneidet man die Linie in A und macht einen kleinen Bogen bei B. Dann legt man ein Linial an A und D und durchschneidet den letztgedachten Bogen. Ziehet man nun durch B und C eine Linie so macht sie mit der vorigen einen rechten Winkel. Denn durch die Punkte A C und B läßt sich auf D ein halber Kreis beschreiben.

Wenn man sich auf dem Felde in einem Punkte befindet, aus welchem man drei andere Punkte erblickt, die schon auf einem Plane geometrisch construiret sind, so kann man, (voraus gesetzt daß jene drei Punkte nicht mit diesem in dem Umfange eines Kreises liegen) daßelbe in den Plan, nach folgendem Verfahren eintragen.

(Diesen sehr nützlichen Satz, nennet man das Pothenotsche Problem. Man sollte ihn aber eigentlich nach dem Holländischen Mathematiket Snell benennen, weil dieser weit früher darauf gekommen ist als der Franzose Pothenot.)



Man setze über das gedachte Punkt einen Winkelmeßer und ziele nach den drei Punkten A B C, so erhält man die beiden Winkel A D B und B D C. Diese Winkel zeichne man auf durchsichtiges Papier und verschiebe daßelbe auf dem Plane so lange, bis die Schenkel dieser Winkel durch die gleichnamigen Punkte gehen. Dann steche man das Punkt D mit der Copirnadel durch, so ist es bestimmet, und zwar um desto genauer je weniger sich das durchsichtige Papier verrücken läßet, ohne daß die Schenkel ihre Punkte verlaßen. Geschiehet aber dies, so taugt diese Bestimmungsart nichts, denn alsdann liegt das Punckt D, mit den andern entweder genau in dem Umfange eines Kreises, oder doch nicht weit davon.

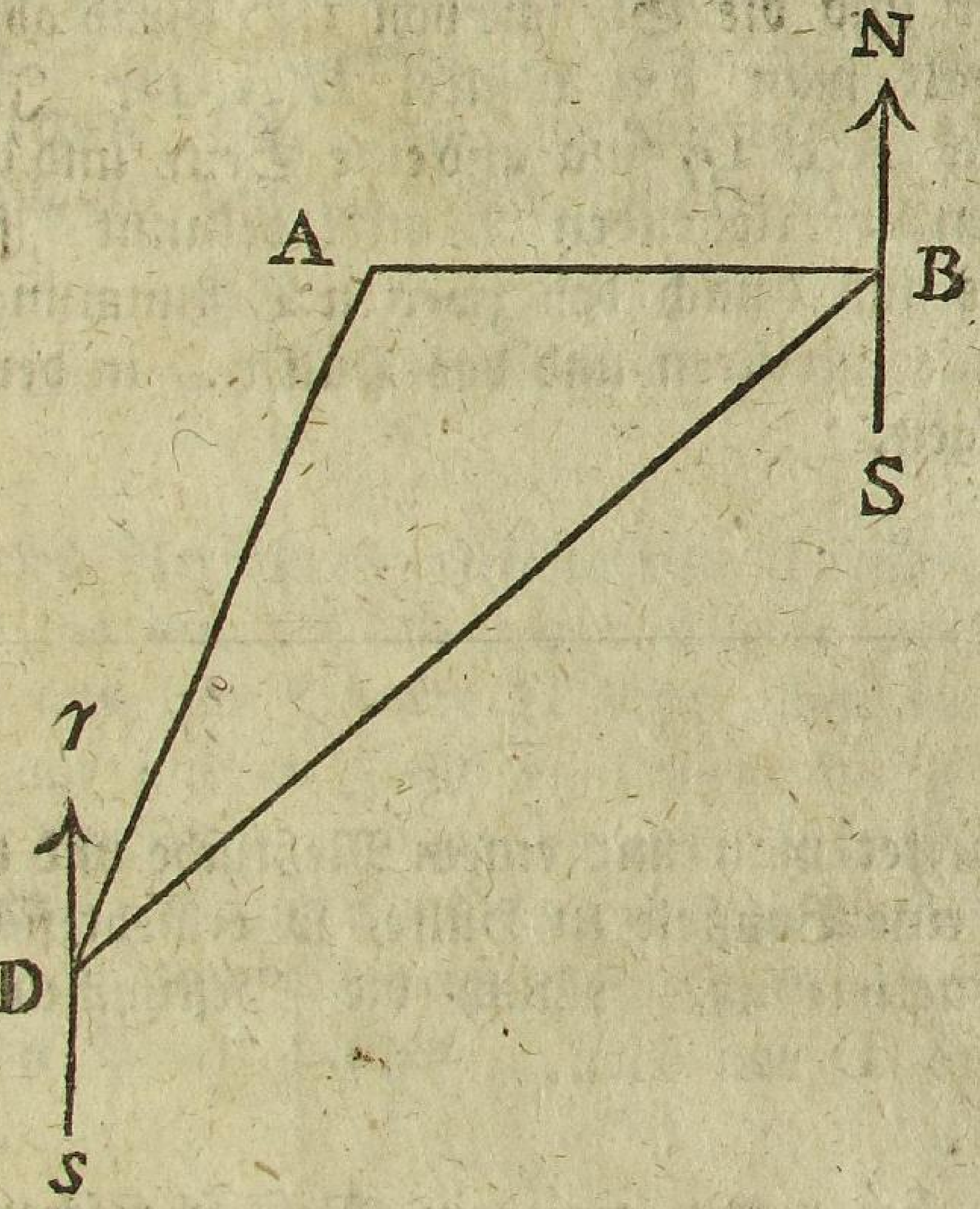


Hiervon kann man sich, aus obenstehender

Figur, überzeugen. Denn das Punkt könnte sowohl in D als in d liegen. Die Winkel würden in beiden Fällen, die nemlichen bleiben, denn sie stehen auf den Bogen A C und B C und liegen mit ihren Spitzen im Umfange des Kreises, welcher für das Dreieck A C B gehöret.

Aber auch selbst in diesem Falle, ist noch eine feste Bestimmung möglich, wenn man nemlich den Winkel weiß, welchen die Mittagslinie (oder auch nur die Magnetnadel) mit den Seiten des Dreiecks A C B macht und im Punkte D, gleichfalls die Lage der Schenkel der gemeßenen Winkel, gegen diese Linie, bestimmt.

Ja man braucht unter dieser Voraussetzung nicht einmal alle drei Punkte sondern nur zwei z. E. A und B, deren Entfernung und Lage gegen die Mittagslinie oder Magnetnadel aber, sehr genau bekannt seyn muß.



Denn weil in einerlei Gegend, die Mittagslinien (oder auch die Magnetnadeln) als Parallellinien angenommen werden können, so mögen die Parallelen N S und n s in obiger Figur solche vorstellen. In D hat man nun den Winkel n D B gemeßen. Dieser ist der Wechselswinkel von D B S. Man weiß aus dem Plane den Winkel A B N. Addirt man nun diesen zum vorigen und ziehet die Summe von 180 Grade ab, so hat man den Winkel A B D. Da man nun in D auch den Winkel A D B gemeßen hat, so darf man nur denselben zu A B D addiren und die Summe von 180 Grad abziehen, so erhält man den Winkel B A D. In dem Dreieck A B D, sind also eine Seite und die beiden darauf liegenden Winkel bekannt folglich läßt es sich (nach der zweiten Bestimmungsart) richtig construiren und das Punkt D in den Plan eintragen.

Arbeitet man mit einem Meßtische und nimmt dabei eine Boußole zu Hülfe, so ergiebt sich diese Construction und folglich die Bestimmung des Punktes D von selbst.

Nemlich wenn auf dem Meßtische schon eine Linie befindlich ist, von welcher man weiß unter welchem Grade sie von der Magnetnadel durchschnitten wird, und nun den Meßtisch über ein Punkt setzet deßen Lage man noch nicht weiß, aus welchem man aber die Endpunkte jener Linie in der Natur, erblickt, so setzt man die Kante der Boußole an die gedachte Linie und drehet das Menselblatt so lange bis sich die Magnetnadel in den gehörigen Grad einspielet. Dann ist das Meßtischgen orientirt. Nun legt man die Diopternregel erst an den einen, dann an den anderen Endpunkt, und diehet es jedesmal dergestalt, daß man das Zustimmende in der Natur erblickt. Ziehet man nun jedesmal die Ziellinien, so werden sich diese durchschneiden, und ihr Durchschnitt bestimmt das Punkt D.

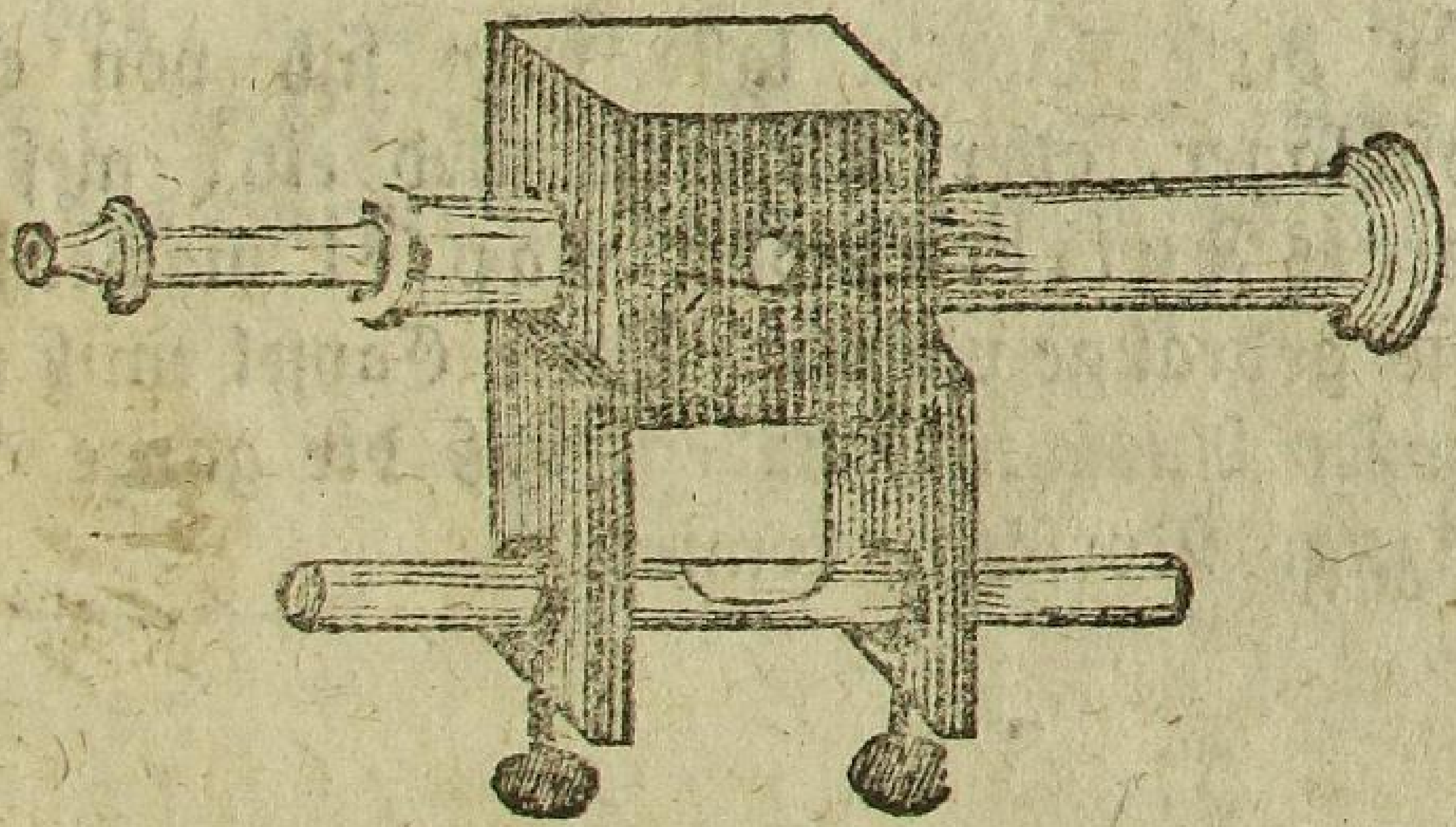
Dieses Verfahren erleichtert und berichtiget die Aufnahme des Details einer Charte ungemein. Denn aus dem Punkte D kann man nun hinwiederum andere Ziellinien ziehen, die Meßung weiter fortsetzen und sie an schon bekannte Gegenstände anknüpfen. Ein falsch gelegtes Punkt, kann man dadurch corrigiren, und in jeder Station die Arbeit prüfen.

Bei geometrischen Arbeiten die ins Große und Feine gehen z. E. bei der Anfertigung geographischer Charten von gebürgigen Ländern, ist die Anwendung des Pothenotschen Problems von dem unaussprechlichsten Nutzen. Es muß aber alsdann trigonometrisch behandelt werden, wie ich in meiner Beschreibung der trigonometrischen Vermeßung der Grafschaft Mark, welche in den Gedenk-Schriften der Akademie der Wißenschaften zu Berlin (Jahrgang 1789) enthalten ist, gezeigt und mit Beispielen erläutert habe.

Das Nivelliren und Höhenmeßen.

Bei Anlegung von Waßerleitungen, Mühlen und Hammerwerken, deßgleichen beim Weg und Chaussée Bau u. s. w. kommt es oft sehr darauf an ganz genau zu wißen, wie viel ein Punkt der Erd- oder Waßeroberfläche höher oder niedriger sey als das andere. Das Geschäfte dies abzumeßen, nennet man das Nivelliren oder Waßerwägen, und das Werkzeug womit dieses geschiehet, ein Niveau oder eine Waßerwage.

Ist man nun mit dem oben beschriebenen Zusatz zum Stative, woran sich ein Fernrohr befindet, das man in einer Verticalfläche auf und nieder bewegen kann versehen, so kann man sich auf folgende, wenig kostbare Art, eine sehr gute und zuverläßige Waßerwage verschaffen.



An das Klötzgen worin das Fernrohr steckt, laße man nach Anleitung obenstehender Zeichnung, unterwärts noch zwei hölzerne Täfelgen, deren jedes mit einem Loche und einer Schraube versehen ist, ansetzen.

Ferner kaufe man von einem Barometermacher, eine Libelle, nemlich eine (etwa $\frac{3}{4}$ Fuß lange und $\frac{1}{2}$ Zoll weite) Glasröhre, die bis auf eine etwa 2 Zoll lange Luftblase, mit rectificirtem Weingeist (Alkohol) gefüllet, und an beiden Enden zugeschmolzen ist.

Für diese Libelle laße man sich von einem Blechschläger, oder Kupferschmied ein (meßing-) blechernes Futteral oder Capsel machen, worin sie gedrange paßet. Diese Capsel muß einen so großen Ausschnitt haben, daß die ganze Luftblase zum Vorschein kommt.

Mit dieser Capsel legt man nun die Libelle in die gedachten Löcher der beiden Holztäfelgen ; diese Löcher müßen etwas weiter seyn als erforderlich ist. Der Zwischenraum wird mit Korkholz ausgefüllet. Dadurch, und durch die von unten in diese Löcher gehende Schrauben, ist man im Stande, die Lage der Libelle etwas zu verändern und sie unverrückbar zu befestigen.

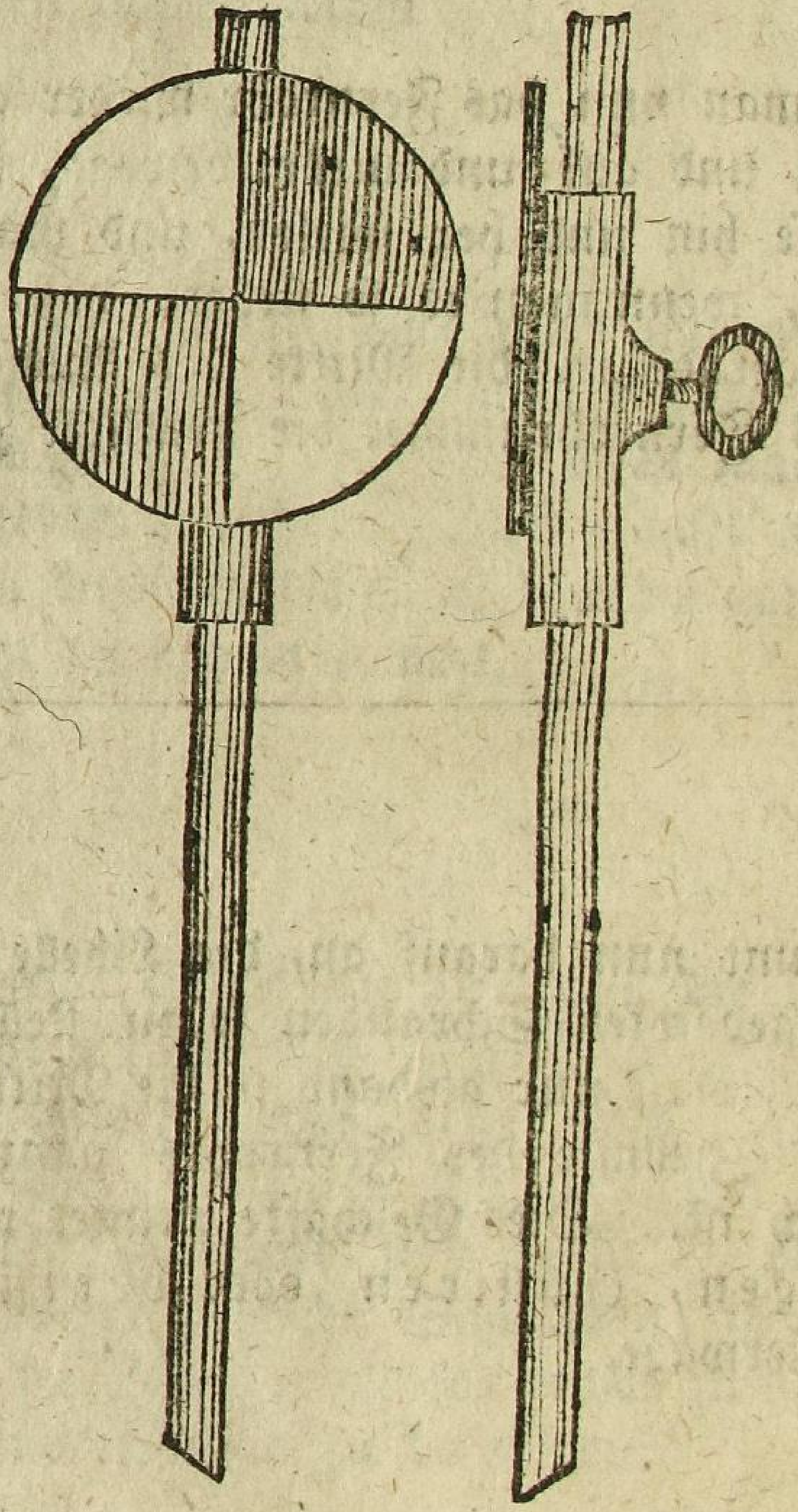
An den beiden Ständern werden in derjenigen Gegend, wohin die Libelle zwischen sie kommt

Löcher oder sogenannte Fenster ausgeschnitten, wodurch man den Ausschnitt der Capsel und die in ihm befindliche Luftblase beobachten kann.

Wenn man nun das Fernrohr wieder auf sein Lager legt, und auf und nieder bewegt, so wird die Lufblase hin und her spielen, und man wird finden daß, wenn man es so stellet, daß sich die Luftblase gerade in die Mitte des Ausschnittes ziehet, das Fernrohr immer die nemliche Ziellinie habe.

Es kommt nun darauf an, die Libelle vermittelst der gedachten Schrauben so zu stellen, daß sich ihre Luftblase nur alsdann in die Mitte ziehe, wenn die Ziellinie des Fernrohrs ganz genau waßergleich ist. Dies Geschäfte nennet man das berichtigen, (justiren oder verificiren) der Waßerwaze.

Man bedarf zu demselben zweier mit Scheiben versehener Stäbe, wovon der eine der Zielstab genennet, und stets beim Nivelliren gebraucht wird. Den andern der nur zur Berichtigung der Waßerwage gebraucht wird, will ich den Verifications-stab nennen.



Was den Zielstab betrift, so wird er aus gerißenem (gespaltenen) Holze verfertiget, etwa

8 Fuß lang und $1\frac{1}{2}$ Zoll dick gemacht, recht schön rund und gerade abgehobelt, und an seinem unteren Ende mit einem eisernen Schuh versehen, um ihn erforderlichen Falls in die Erde stoßen zu können. Er wird mit weißer Oehlfarbe überstrichen, damit man mit einem Bleistifte darauf schreiben könne.

An diesen Zielstabe läßt sich vermittelst einer Hülse eine blecherne Scheibe auf und abschieben, und vermittelst einer Preßschraube fest stellen. Diese Scheibe welche die Zielscheibe genennet wird, wird so groß gemacht als man sie aus einer gewöhnlichen Blechtafel haben kann, und in vier Quadranten getheilet, welche man wechselsweise mit schwarzer und weiser Ohlfarbe anstreicht, damit ihr Mittelpunkt in der Entfernung desto beßer zu unterscheiden sey.

Der Verificationsstab ist etwa nur 4 Fuß lang. Man macht in sein óberes Ende einen Einschnitt mit einer Säge, und steckt darinnen eine Scheibe von Pappe die eben so wie die Zielscheibe in vier Quadranten getheilt, und angestrichen ist.

Ihr Mittelpunkt wird durchbohret.

Wenn man nun die Waßerwage justiren

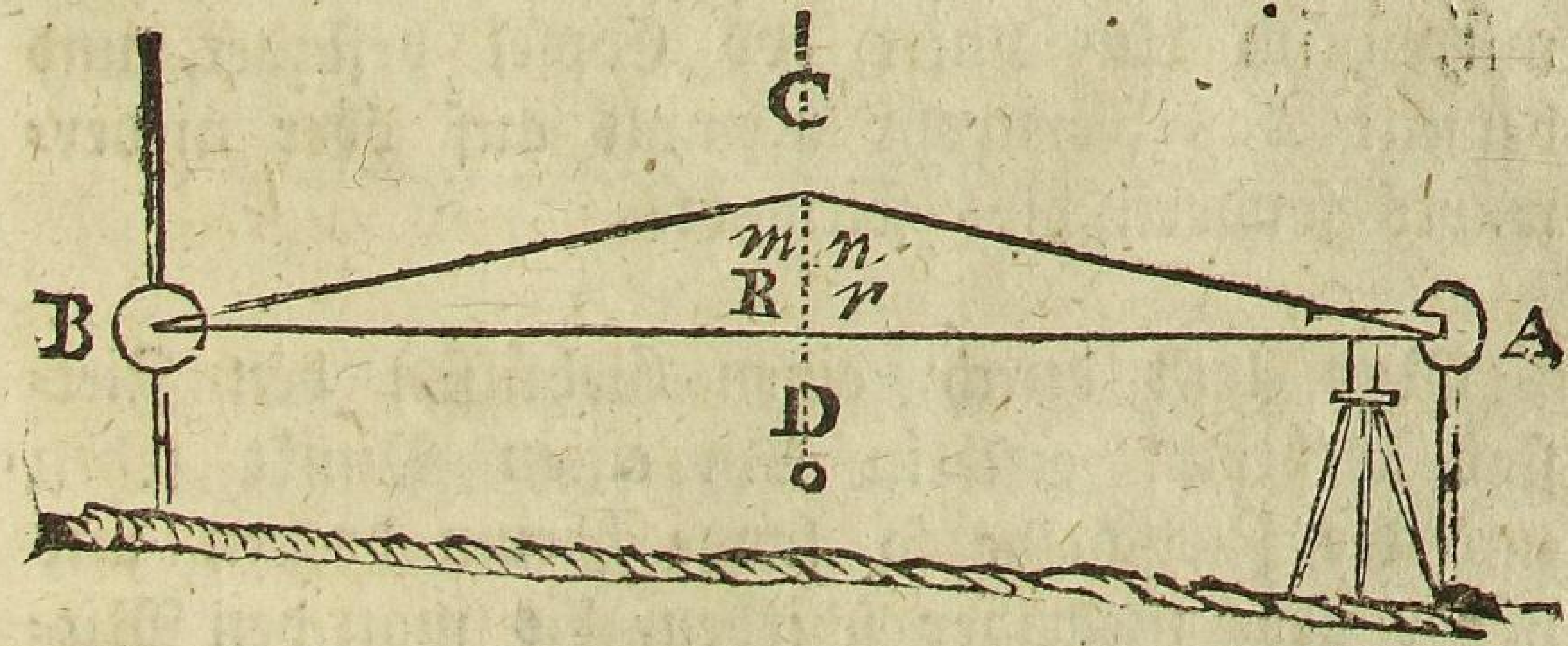
will, so sucht man sich einen ebenen Boden aus, worauf man eine Linie von 3 bis 400 Fußen abmeßen kann und wirklich abmißet, und sowohl ihre beide Enden als auch ihre Mitte oder Hälfte, mit Pfälchen bezeichnet. (Ob übrigens diese Linie waßergleich ist, oder nicht, daran ist nichts gelegen.)

Dann setzet man den Verificationsstab in das eine Endpunkt, und vor denselben die auf dem Stative gehörig aufgestellte Waßerwage, dergestalt daß die Mündung des Fernrohrs woran man das Auge hält, dicht an das Mittelpunkt der Verificationsscheibe stößt, und man also wenn man hinter dieselbe tritt, durchs Fernrohr sehen kann. (Was man jetzt dadurch erblikt, ist gleichgültig.)

Man befestige die Verificationsscheibe in dieser Stellung, und verfüge sich nun mit der Waßerwage in die Mitte der abgesteckten Linie. Man richte das Fernrohr genau auf das Mittelpunkt der gedachten Scheibe, und stelle zugleich die Waßerwage so, daß sich die Luftblase in die Mitte des Ausschnittes ihrer Capsel einspiele.

Hierauf läßt man durch einen Gehülfen den Zielstab in dem andern Endpunkt der Linie aufstellen. Man drehet die Waßerwage um, dergestalt daß man diesen Stab im Fernrohr erblicke. Man siehet zugleich zu ob die Luftblase noch recht stehe, und wenn sie sich versetzt haben sollte, so muß man dies, mit einer der Stellschrauben des Stativs, zu ändern suchen. Ist dies richtig so gibt man dem Gehülfen Zeichen, wie hoch oder niedrig er die Zielscheibe stellen und befestigen müße.

Jetzt verfügt man sich mit der Waßerwage wieder nach der Verificationsscheibe. Man gebe ihr die nemliche Stellung wieder, die sie gleich im Anfange der Operation hatte, und richte das Fernrohr auf die Zielscheibe. Stehet nun die Luftblase nicht in der Mitte des Ausschnitts der Capsel, so bringe man sie vermittelst der unter ihr befindlichen Schrauben in dieselbe, so ist das Werkzeug justirt.



Denn als man sich mit dem Werkzeuge in der Mitte der abgemeßenen Linie befand, machte man die Winkel m und n, welche die Ziellinien mit dem Lothe C D bildeten einander gleich. Da nun auch die Ziellinien einander gleich sind, so sind (nach der ersten Bestimmungsart) die beiden Dreiecke C B D und C A D einander gleich. Folglich ist auch der Winkel R gleich dem Winkel r und beide Winkel sind rechte Winkel. Wenn aber eine Lothlinie eine andere Linie rechtwinklich durchschneidet, so ist diese eine waßergleiche Linie, und folglich hat die Linie A B diese Eigenschaft.

Was nun das Nivelliren selbst betrift, so setzt man die Waßerwage ohngefähr in die Mitte zwischen den zwei Punkten, deren Höhenunterschied oder Gefälle man sucht. Man stellt sie jederzeit so, daß sich die Luftblase recht mitten im Ausschnitt der Capsel befindet, und bewegt das Fernrohr niemals auf oder niederwärts sondern blos seitwärts.

Man läßt durch einen Gehülfen den Zielstab lothrecht erst in den einen Punkt setzen und die Zielscheibe so lange herum drehen und höher oder niedriger schieben, bis man den Mittelpunkt derselben, genau in der Ziellinie hat. Dann giebt man dem Gehülfen ein Zeichen die Zielscheibe fest zu schrauben. Ist dieses geschehen so nimmt er den Zielstab auf und ziehet dicht an der unteren Kante der Hülse, eine Linie mit Bleistift rings um den Stab.

Hierauf läßt man sich den Gehülfen mit dem Zielstabe nach dem andern Punkte begeben, die Preßschraube lösen und die Zielscheibe wieder in Bewegung setzen. Indeß drehet man die Waßerwage herum und wiederholt das eben beschriebene Verfahren.

Jezt ist nichts mehr übrig als den Abstand der um den Stab gezogenen Linien (mit einen Zollstöckgen, oder noch beßer, mit dem Zirkel und Tausendtheiligen Maaßstabe zu meßen. Dieser Abstand ist das gesuchte Gefälle. (Nur muß der Gehülfe den Zielstab nicht das einemal tiefer in den Boden oder in das Waßer gesetzt haben, als das andern mal.)

Wären die beiden Punkte, zwischen welchen niwelliret werden soll, zu weit von einander entfernet, als daß man die Zielscheibe recht deutlich sehen und ihren Mittelpunkt unterscheiden könnte, oder könnte man die Zielscheibe in dem einen oder andern Punkte nicht hoch oder tief genug stellen, so macht man mehrere Stationen. Bei jeder folgenden Station bleibt der Zielstab so lange stehen, und blos die Zielscheibe wird umgedrehet, bis man die Waßerwage zu recht gesetzt hat.

In diesem Falle werden die um den Zielstab gezogenen Bleistiftlinien mit Nummern bezeichnet, und man begreift leicht, daß in dem ersten und letzten Punkt nur eine, in allen Zwischenpunkten aber zwei Nummern auf den Stab kommen. So findet man also das Gefälle stückweise. Nemlich zwischen Nummer 1 und 2 hat man das Gefälle der ersten Station, zwischen 3 und 4 des Gefälle der zweiten u. s. w.

Dieses stückweise gefundene Gefälle, muß nun zusammen gerechnet werden und dieß geschiehet so.

Stehen die zu einem Stück Gefälle gehörige Nummern, dergestalt über einander, daß die niedrige oben und die höhere unten stehet, so ist das Gefälle fallend, nemlich das erste Punkt der Station war höher als das zweite. Stehet aber die höhere Nummer oben und die Niedrigere unten so ist das Gefälle steigend, oder das zweite Punkt liegt höher als das erste.

Man addire nun die fallenden und steigenden Gefälle, jede Gattung besonders und ziehe die kleinere Summe von der größeren ab, so hat man das ganze Gefälle und siehet zugleich ob es steigend oder fallend sey.

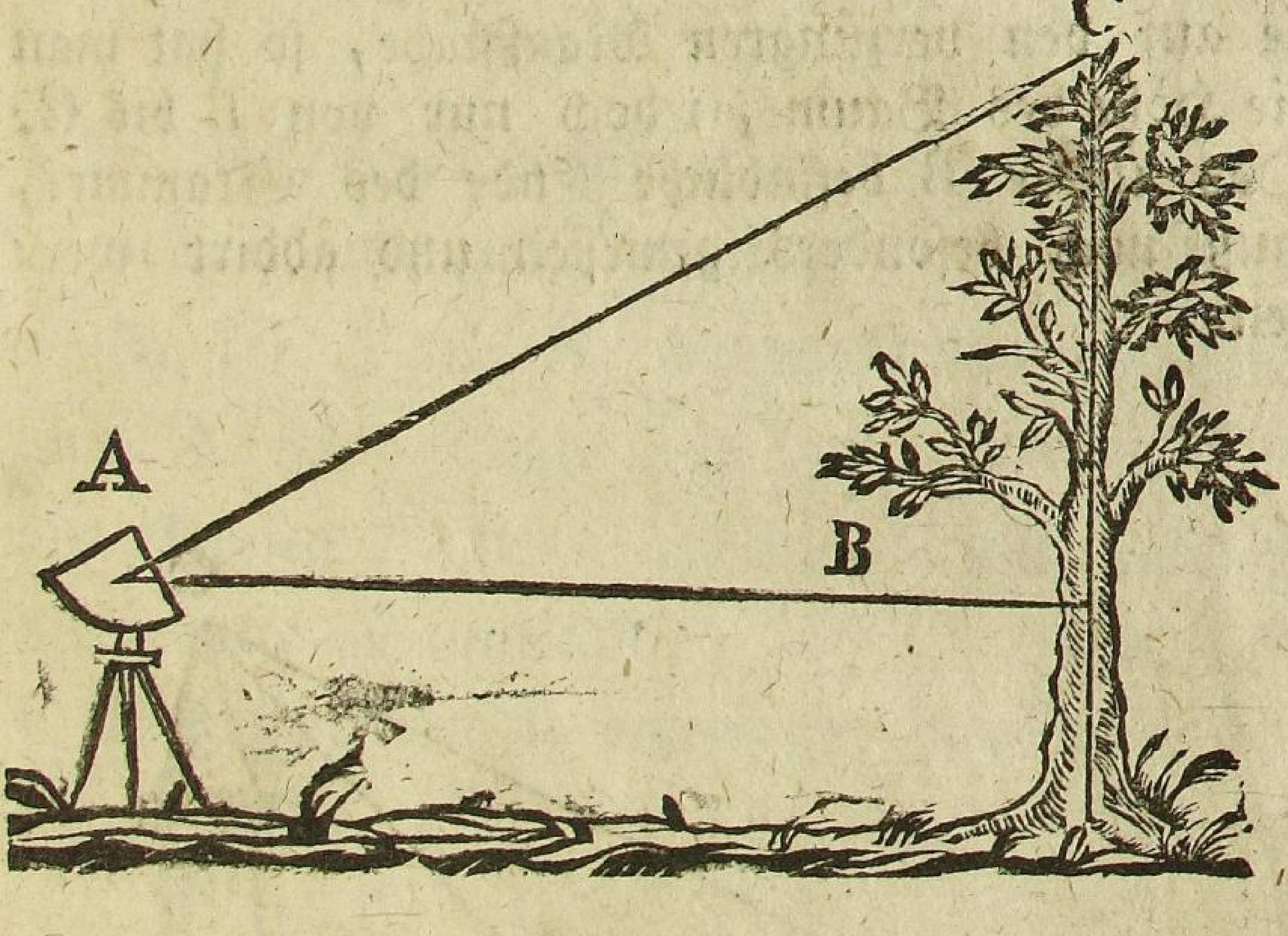
Liegen die beiden Punkte zwischen welchen nivelliret werden soll, halbe oder ganze Stunden Weges, oder wohl gar eine oder mehrere Meilen aus einander, so mischen sich mehrere mathematische und physikalische Umstände in dieses Geschäfte, als hier erörtert werden können.

Ist das Gefälle auf eine kurze Entfernung sehr schnell steigend oder fallend, wie z. B. der Abhang eines Berges oder Hügels, so kann man daßelbe finden, ja sogar das Profil des Berges oder Hügels darstellen, wenn man nach der oben gelehrten Art, mit 10 füßigen Meßlatten über denselden mißet, und die Grade bewerkt welche die Setzwage bei jeder Latte angezeigt hat. Hieraus findet man aus untenstehender. Tabelle, auf die nemliche Art das Gefälle, (oder um bergmännisch zu reden die Seigerteufe) für jede Meßlatte, so wie man aus der dort mitgetheilten Tabelle, (durch einen Abzug) die Sohle fand. Man addire also die aus dieser Tabelle (in Tausendtheilen eines Fußes) gefundene Seigerteufen, so hat man das Gefälle, und diese Summe drücket zugleich, wenn man bis auf den Gipfel des Berges oder Hügels gemeßen hat, seine Höhe aus.

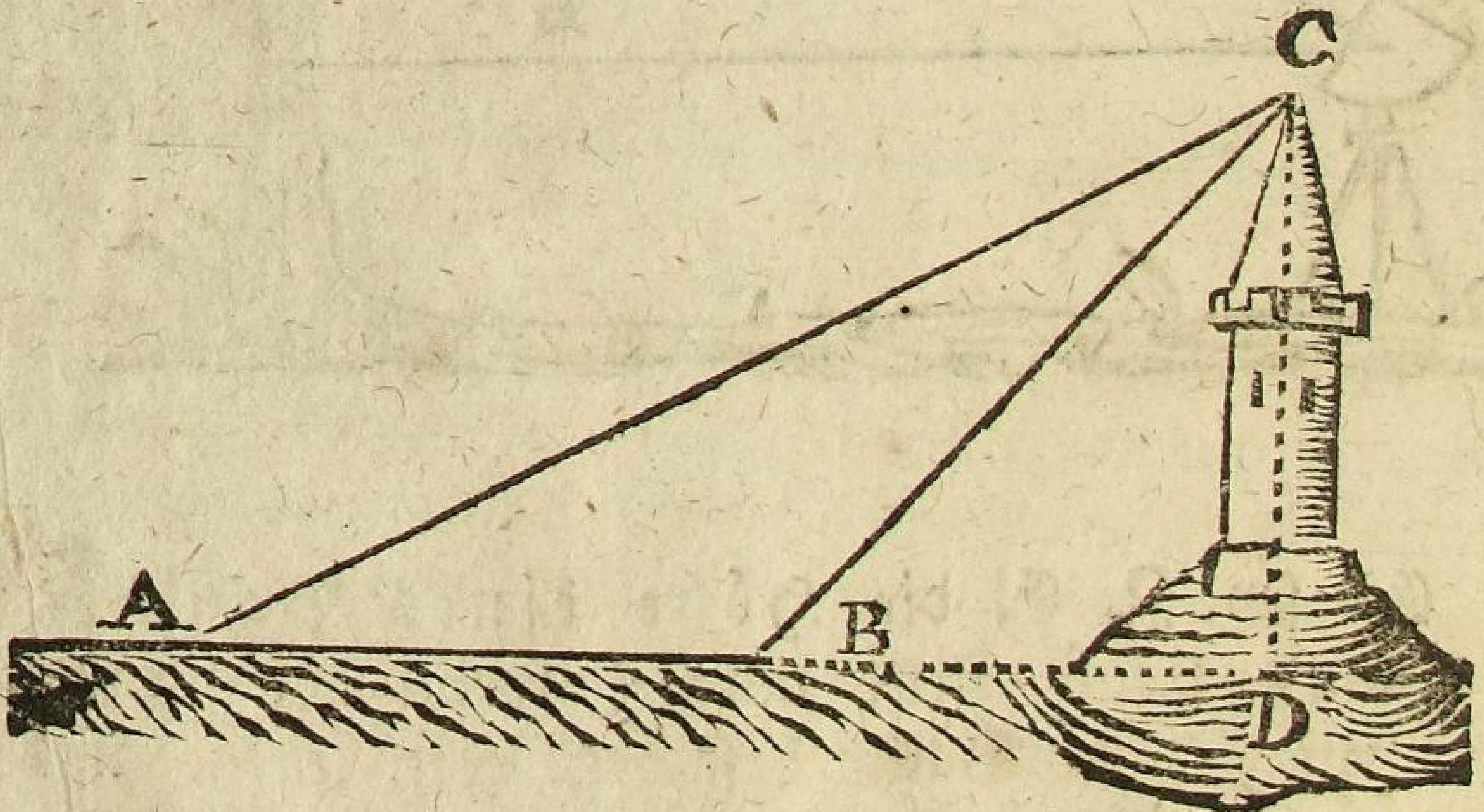
Grad	Seigerteufe	Grad	Seigerteufe	Grad	Seigerteufe
1	. . . 174	11	. 1,908	21	. 3,548
2	. . . 348	12	. 2,079	22	. 3,746
3	. . . 523	13	. 2,249	23	. 3,907
4	. . . 697	14	. 2,419	24	. 4,067
5	. . . 872	15	. 2,588	25	. 4,226
6	. . 1,045	16	. 2,756	26	. 4,384
7	. . 1,219	17	. 2,923	27	. 4,540
8	. . 1,392	18	. 3,090	28	. 4,695
9	. . 1,564	19	. 3,256	29	. 4,848
10	. 1,736	20	. 3,420	30	. 5,000

Um das Profil eines Berges oder Hügels zu zeichnen, betrachtet man die Sohlen als Abscißen und die Seigerteufen als Semiordinaten, und beobachtet dabei eben das Verfahren, welches oben bei der Zeichnung krummer Linien gelehrt worden.

Mit dem Quadranten wird die Höhe eines Berges, oder andern sehr erhöhten Gegenstandes, z. E. eines Baumes, Hauses, Thurms u. d. gl. auf einmal gefunden, wen man die Verticalwinkelmeßungen die man mit ihm oben beschriebener maaßen anstellen kann, mit Linienmeßungen verbindet, und dieselben nach dem verjüngten Maaßstabe geometrisch construiret.



Es sey z. E. die Höhe eines Baumes zu meßen; so stellt man, (wenn der Boden worauf sich der Baum befindet, eben und waßergleich ist und man ungehindert zum Stamme kommen kann, den Quadranten in einiger Entfernung von dem Baume auf, mißet den Winkel C A B und (auf dem Boden) die Linie A B (nemlich die Linie zwischen dem Punkte über welchem sich der Quadrant befindet und dem Mittelpunkt des Baumstammes.) Wenn man hierauf eine Linie zeichnet, die nach dem verjüngten Maaßstabe so groß ist als A B, in A den gemeßenen Winkel aufträgt und in B ein Lothlinie aufrichtet, so wird der Schenkel jenes Winkels dieselbe in C durschneiden. Nimmt man nun die Linie B C zwischen den Zirkel und mißt sie auf den verjüngten Maaßstabe, so hat man die Höhe des Baums, jedoch nur von B bis C. Das unter B befindliche Ende des Stammes, muß noch besonders gemeßen und addirt werden.



Man kann aber nicht immer zu den Gegenstand, deßen Höhe man meßen will herankommen, oder der Boden ist nicht eben und waßergleich, oder man kann nicht bis an das Punkt meßen, das sich lothrecht unter seiner höchsten Spitze befindet. Z. B. in obenstehender Zeichnung stehet der Thurm deßen Höhe man gerne wißen wollte, nicht allein auf einem Hügel, sondern es gehet auch ein Waßergraben um denselben her.

In solchen Fällen nimmt man zwei Stationen A und B, und mißet nicht allein die Verticalwinkel bei A und B, sondern auch die Standlinie A B. Wenn man nun hiernach das das Dreieck A B C construiret und auf die verlängerte Grundlinie, aus C, ein Loth C D fallenläßet, so ergiebt sich hieraus die verlangte Höhe.

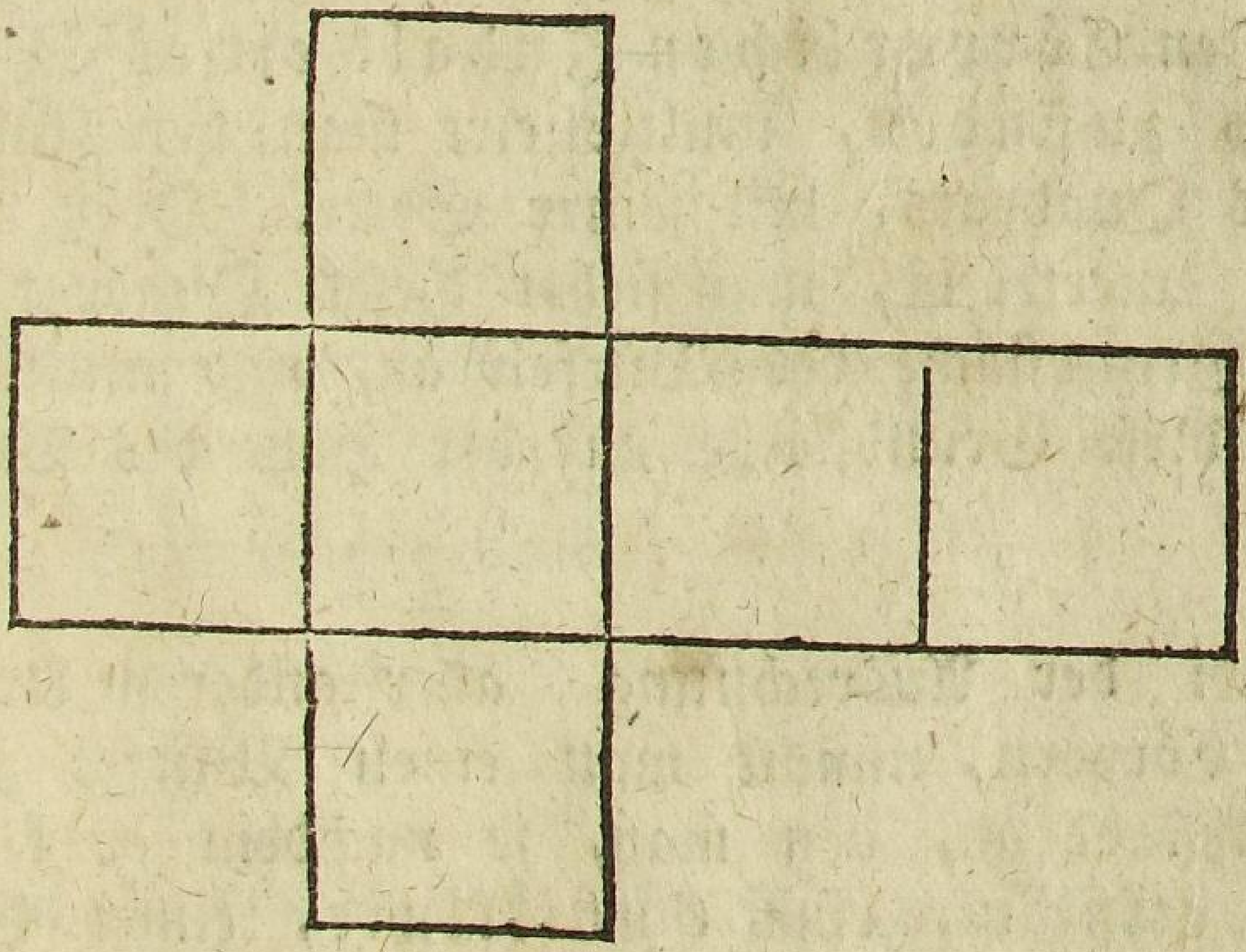
Auf waßergleichem Boden, kann man manche

Höhen durch den blosen Schatten meßen, besonders im Sommer, wenn die Sonne 45 Grad hoch stehet denn alsdann ist der Schatten gerade so groß als die Höhe.

Stehet die Sonne höher oder niedriger, so steckt man einen Stab lothrecht ein und mißet (so schnell als möglich, damit sich die Sonnenhöhe indeß nicht zu sehr ändere,) die Höhe des Stabs, die Länge seines Schattens und die Länge des Schattens desjenigen Gegenstandes, deßen Höhe man wißen will. Denn setzt man: wie sich verhält die Länge des Schattens des Stabs zu der Höhe des Stabs, eben so verhält sich die Länge des Schattens des Gegenstandes, zu seiner Höhe uud berechnet diesen Ansatz durch die Regel Detri.

Man kann auch auf eine sehr bequeme Art, die Höhen der Berge, ja sogar die Erhöhung eines Ortes über die Oberfläche des mittelländischen Meeres vermittelst des Barometers finden, aber dies, kann hier, eben so wenig, als die trigonometrischen Methoden, wodurch man alles weit schärfer findet, als durch geometrische Constructionen möglich ist, vorgetragen werden.

Behandlung der Körper
(Stereometrie.)



Zeichnet man (auf starkes Papier oder Pappdeckel,) sechs Quadrate dergestalt aneinander wie obenstehende Figur lehret, so hat man das

Netz oder die Oberfläche eines Würfels (Cubus.)

Schneidet man dieses Netz ringsherum aus, so kann man durch gehöriges Biegen, den Würfel wirklich darstellen.

Hieraus ergiebt sich nun sogleich wie die Oberfläche eines Würfels ausgerechnet wird. Man rechnet nur den Inhalt eines Quadrates aus und multiplicirt denselben mit 6.

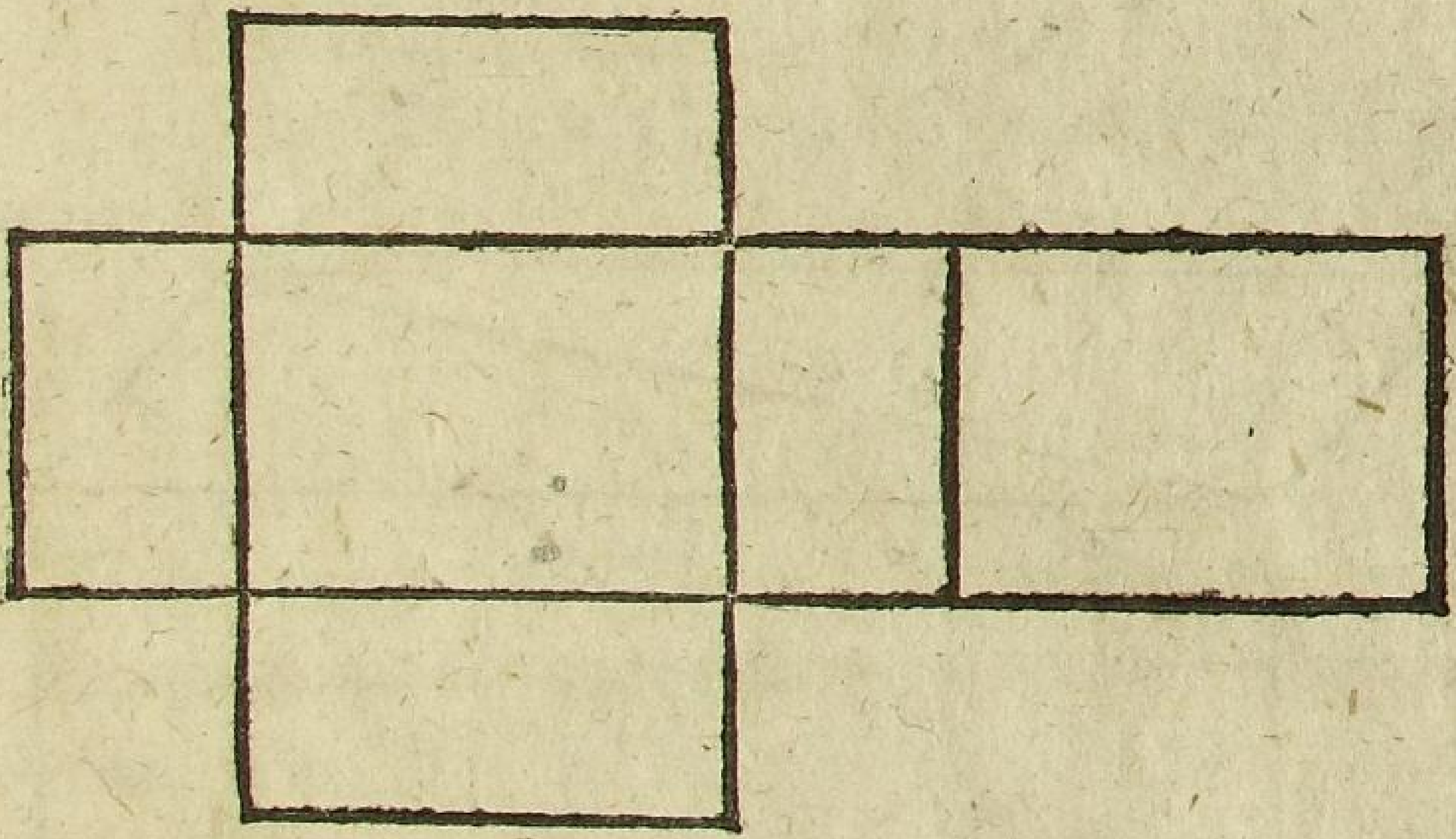
Den Cörperlichen Inhalt eines Würfels zufinden, multiplicirt man den Inhalt eines Quadrats, mit seiner Seite. Oder welches einerlei ist, man siehet dieses Quadrat als die Grundfläche des Würfels an, und multiplicirt diese Grundfläche mit der Höhe des Würfels.

Bei der Ausrechnung aller anderen Arten von Cörpern, nimmt man einen Würfel zum Maaßstabe an, den man, je nachdem er klein oder groß ist, eine Cubiklinie, einen Cubikzoll, einen Cubikfuß, eine Cubikruthe u. s. w. nennet.

Nach der zehentheiligen (Decimal) Eintheilung des Maaßes, hat eine Cubikruthe, 1000

Cubikfuß. Ein Cubikfuß, 1000 Cubikzolle. Ein Cubikzoll 1000 Cubiklinien.

Aus dieser Ursache nennet man die Ausrechnung des cörperlichen Inhalts das Cubiren.

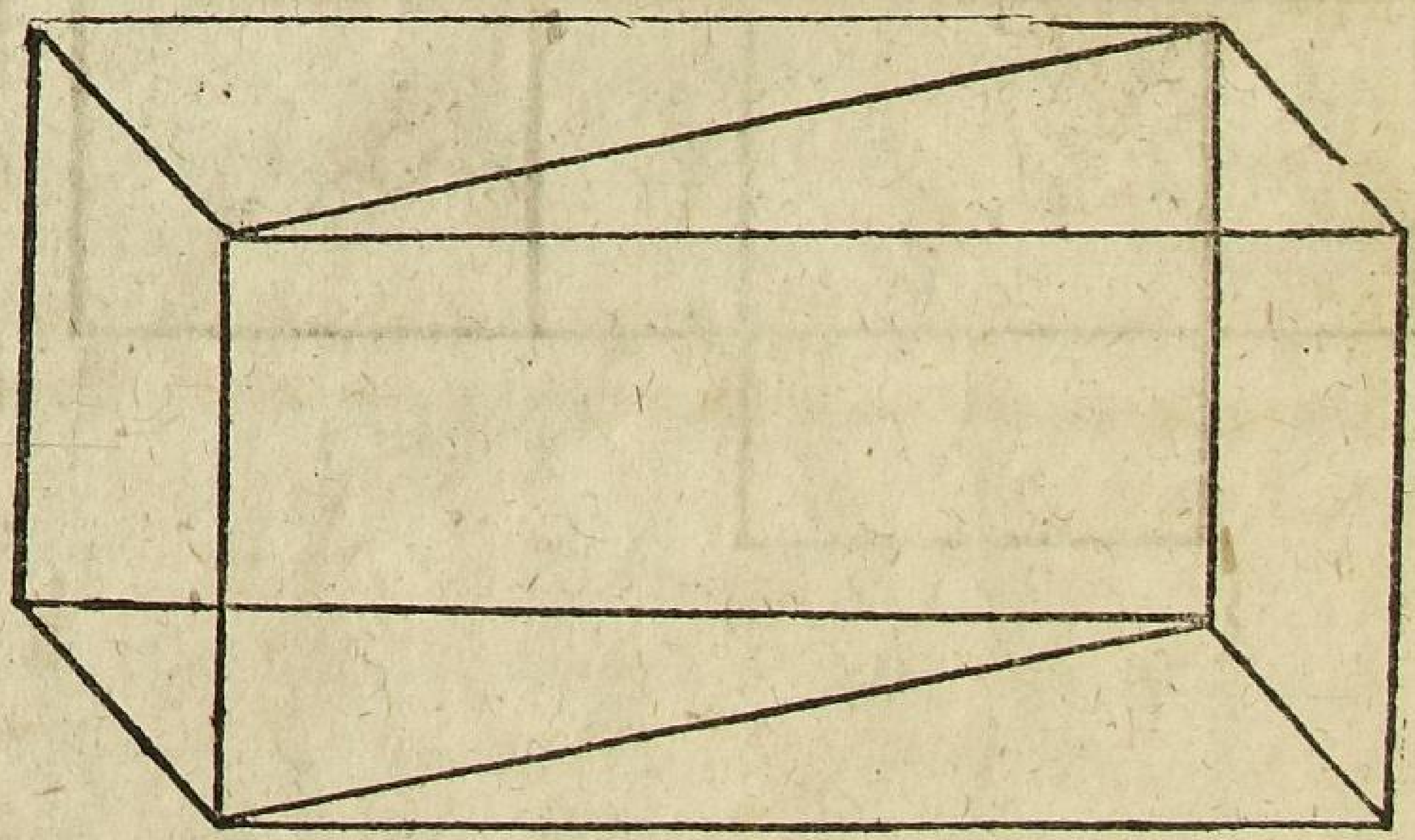


Ein Netz das aus sechs Rectangeln bestehet, die so geordnet sind, wie obenstehende Figur zeigt, giebt einen Körper, den man ein Parallelopippedon nennet.

Diese Rectangeln sind sich paarweise gleich.

Quadrirt man also drei davon, und verdoppelt den gefundenen Inhalt, so hat man die Oberfläche dieses Körpers.

Nimmt man eins von diesen Rectangeln zur Grundfläche an und quadrirt daßelbe, und multiplicirt den gefundenen Inhalt, mit der verticalen Seite des darauf stehenden (das heißt mit der Höhe) so findet man seinen cubischen Inhalt.



Wenn man sowohl auf der untersten als auf der obersten Grundfläche eines Parallelopippedons Diagonalen ziehet und sich vorstellet, dieser Körper würde dadurch entzwei geschnitten so be=

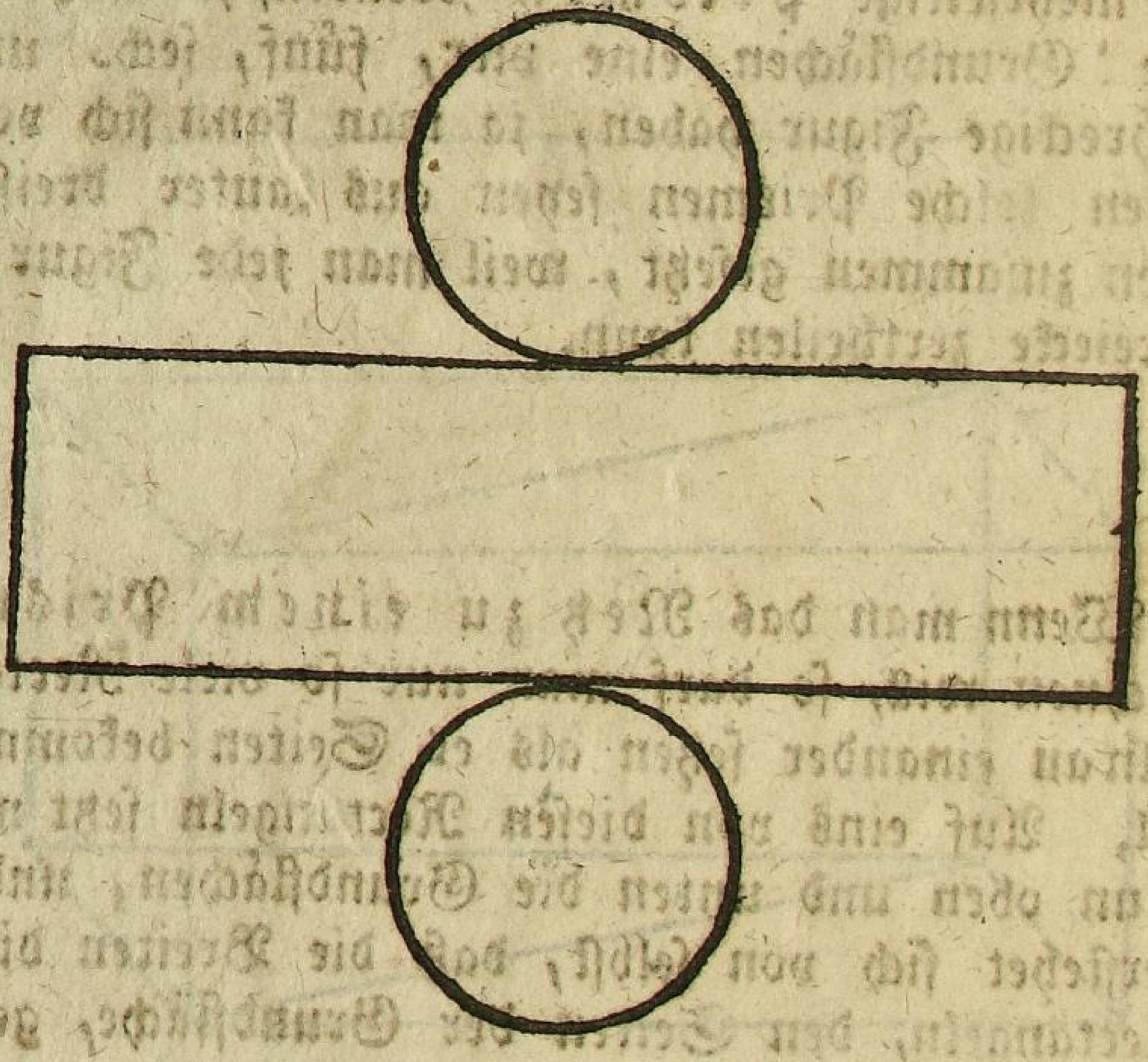
kommt man zwei keilförmige Körper, die zu ihren Grundflächen Dreiecke, und zu ihren Seitenflächen Rectangeln haben. Diese Körper nennet man dreiseitige Prismen. (Eksäulen.)

So wie man sich dreiseitige Prismen gedenken kann, so kann man sich auch vier, fünf, sechs und mehrseitige Prismen gedenken, je nachdem ihre Grundflächen eine vier, fünf, sechs und mehreckige Figur haben, ja man kann sich vorstellen solche Prismen seyen aus lauter dreiseitigen zusammen gesetzt, weil man jede Figur in Dreiecke zertheilen kann.

Wenn man das Netz zu einem Prisma zeichnen will, so darf man nur so viele Rectangeln an einander setzen als es Seiten bekommen soll. Auf eins von diesen Rectangeln setzt man dann oben und unten die Grundflächen, und es verstehet sich von selbst, daß die Breiten dieser Rectangeln, den Seiten der Grundfläche, gehörig entsprechen müßen.

Um die Oberfläche eines Prisma zu finden, darf man nur zu dem verdoppelten Inhalt seiner Grundfläche, den Betrag sämmtlicher Rectangeln addiren.

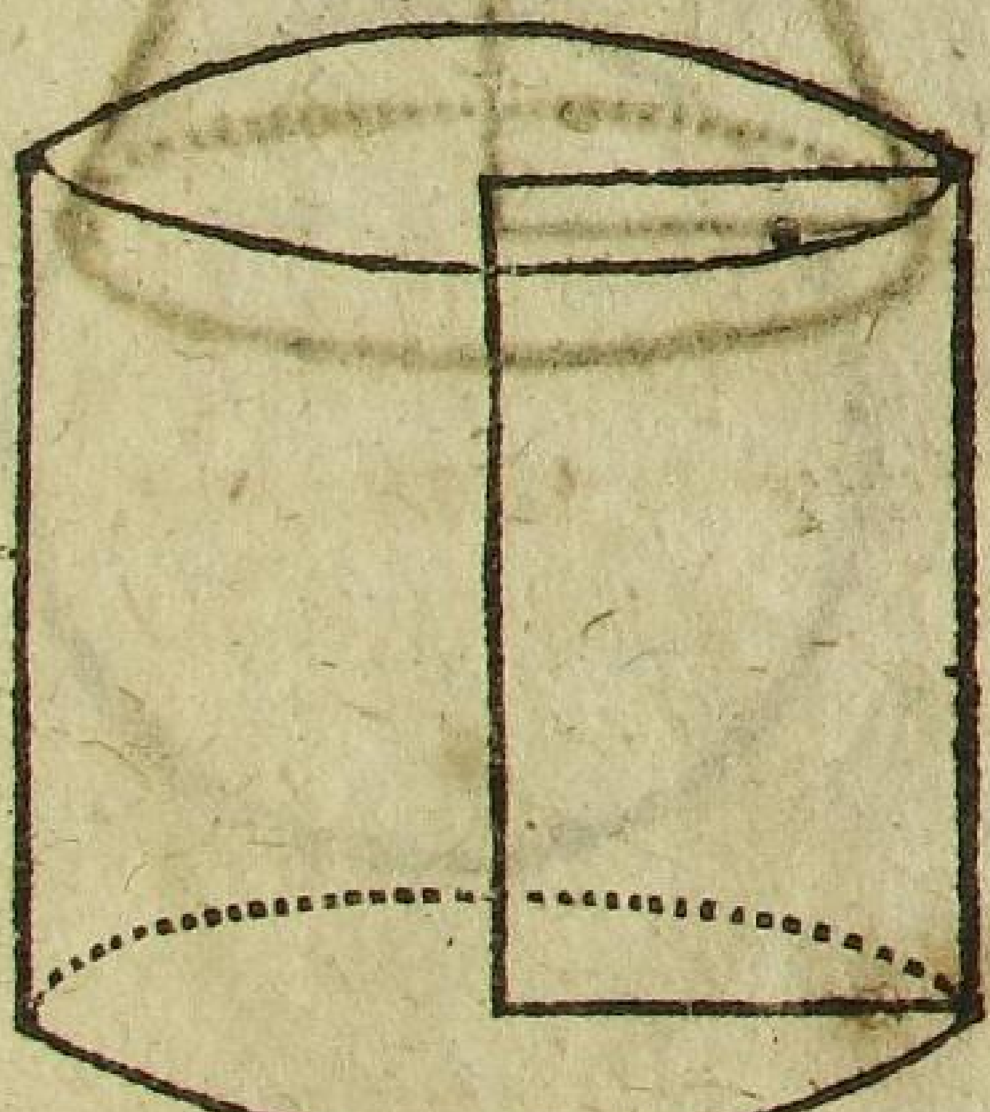
Um es zu cubiren multiplicirt man den Inhalt der Grundfläche mit der Höhe des Prisma.



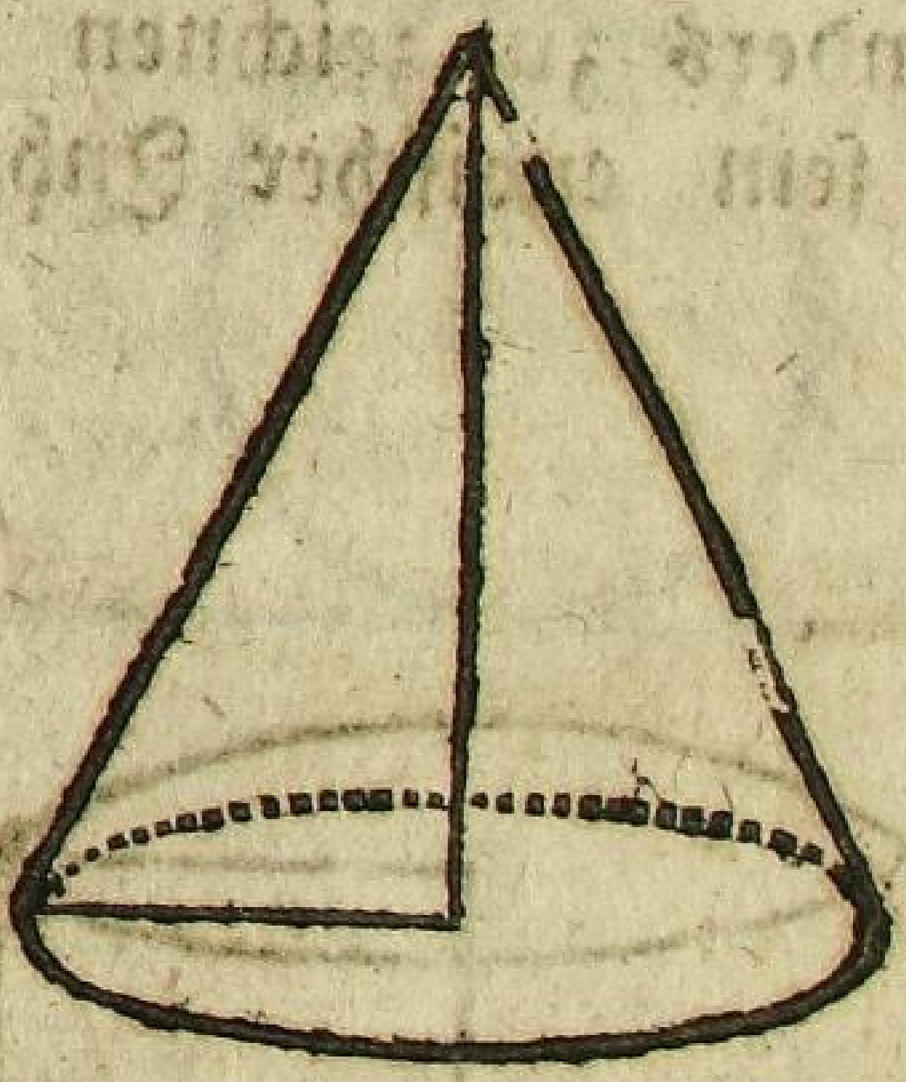
Da selbst der Kreis als ein Vieleck von unendlich vielen und gleichen Seiten gedacht werden kann, so kann man sich einen Körper vor=

stellen, deßen obere und untere Grundfläche ein Kreis wäre. Die Seitenflächen machten dann nur ein einziges Rectangel aus, deßen Länge oder Breite dem Umfange des Kreises, die andere Seite aber, seiner Höhe gleich wäre. Einen solchen Körper nennet man einen Cylinder, (Rundsäule oder Walze.)

Hieraus erhellet nun von selbst, wie das Netz eines Cylinders zu zeichnen und wie seine Oberfläche und sein cubischer Inhalt auszurechnen sey.

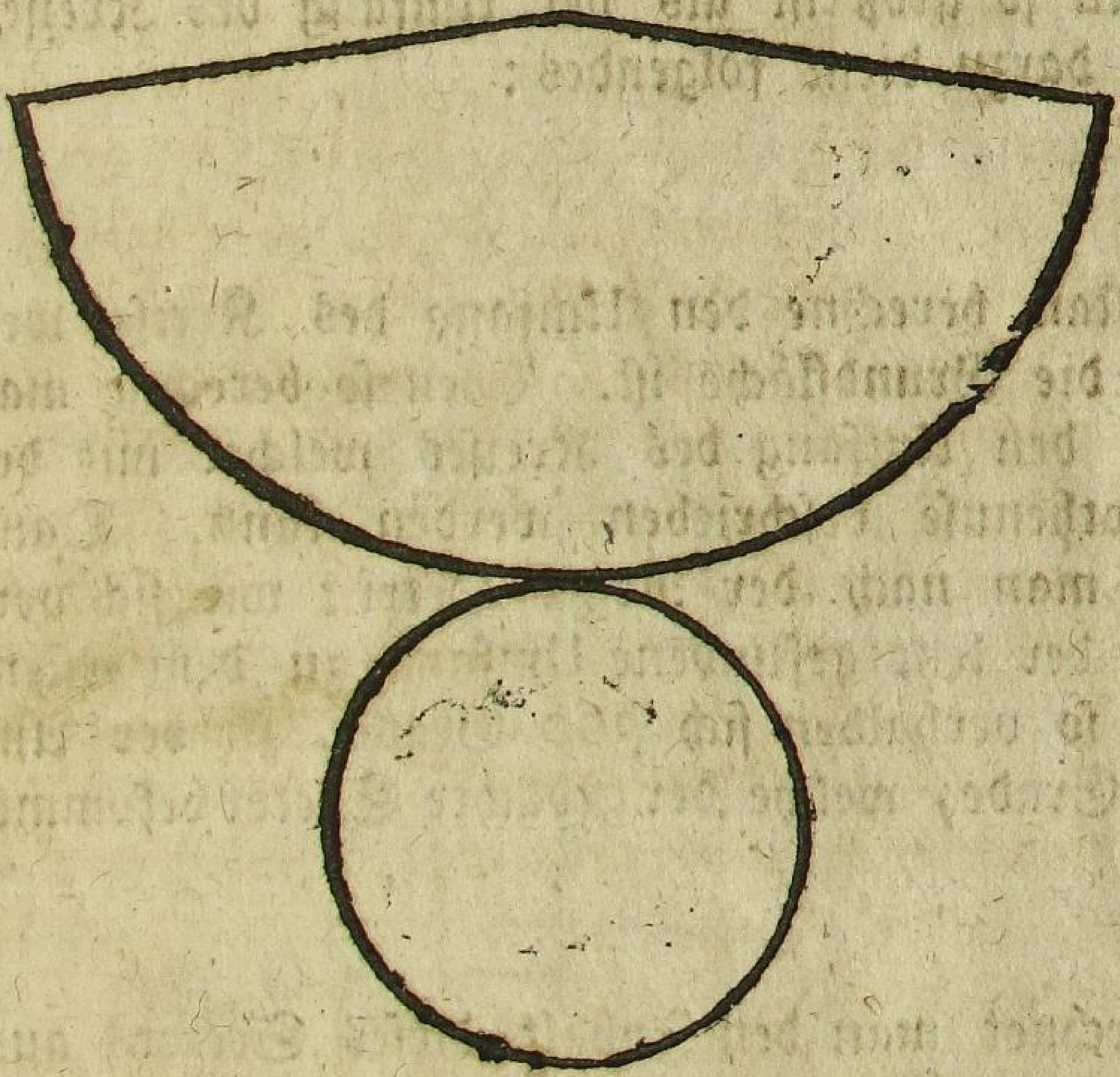


Man kann sich auch vorstellen ein Cylinder entstünde, wenn sich ein Rectangel um eine von seinen Seiten bewegte. Diese Seite nennet man die **Achse** oder **Mittellinie** des **Cylinders**.



Auf die nemliche Art kann man sich vorstellen, ein rechtwinkliches Dreieck bewegte sich um einen seiner Katheten. Den dadurch entstandenen Körper, nennet man einen **Kegel** (**Conus**)

Die gedachter Kathete ist seine Achse, und bestimmt zugleich seine Höhe.



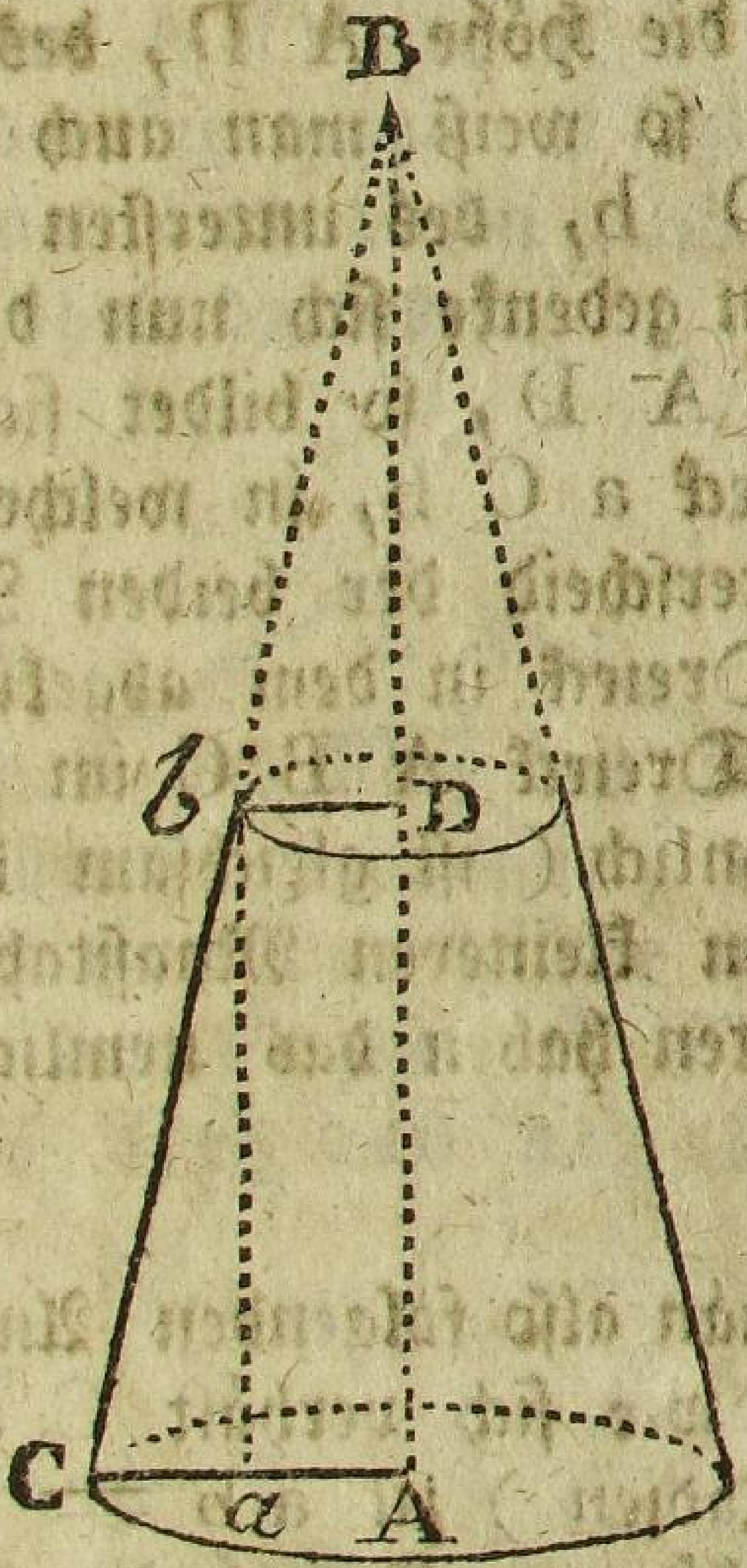
Beschreibt man mit der anderen Kathete einen Kreis, und mit der Hypothenuse einen Sector, deßen Bogen so groß ist als der Umfang des Kreises, so hat man das Netz des Kegels.

Es kommt nur hierbei darauf an, daß man den Winkel finde und darstelle, deßen Bogen genau so groß ist als der Umfang des Kreises, und darzu dient folgendes:

Man berechne den Umfang des Kreises welcher die Grundfläche ist. Eben so berechne man auch den Umfang des Kreises welcher mit der Hyhothenuse beschrieben werden kann. Dann sage man nach der Regel Detri: wie sich verhält der letzt gefundene Umfang zu dem ersten, aber so verhalben sich 360 Grade, zu der Anzahl Grade, welche der gedächte Sector bekommt.

Rechnet man den Inhalt dieses Sectors aus und addirt ihn zum Inhalt des Grundkreises, so hat man die Oberfläche des Kegels.

Der kubische Inhalt eienes Kegels, wird eben so gefunden, wie der eines Cylinders, nur muß man nur ein Drittel deßelben nehmen, wovon sich der Grund im folgenden ergeben wird.



Wenn man sich die Spitze eines Kegels parallel mit seiner Grundfläche weggescheitten denket, so hat man einen abgekürzten Kegel. (Conus truncatus.)

Die Behandlung eines solchen Kegels erfor=

dert, daß man die ursprüngliche Höhe A B des ganzen Kegels ausrechne, und dies geschiehet so:

Man weiß die Höhe A D, des abgekürzten Kegels, eben so weiß man auch die Radien A C und D b, des untersten und obersten Kreises. Man gedenke sich nun durch b eine Parallele mit A D, so bildet sich das recht winkliche Dreieck a C b, in welchem die Seite C a dem Unterscheid der beiden Radien gleich ist. Dieses Dreieck in dem abgekürzten Regel ist nun den Dreieck A B C im vollständigen Kegel ganz ähnlich (ist gleichsam das nemliche, nur nach einem kleineren Maaßtab dargestellt) und seine Seiten haben das nemliche Verhältniß.

Berechnet man also folgenden Ansatz nach der Regel Detri: wie sich verhält C a (der Unterscheid der Radien) zu a b = A D (der Höhe des abgekürzten Kegels.) Eben so verhält sich A C (der Radius der Grundfläche) zu A B (der Höhe des vollständigen Kegels): so hat man das was man suchte.

Jetzt ist man im Stande, nach den vorhin ertheilten Anweisungen das Netz des vollständi=

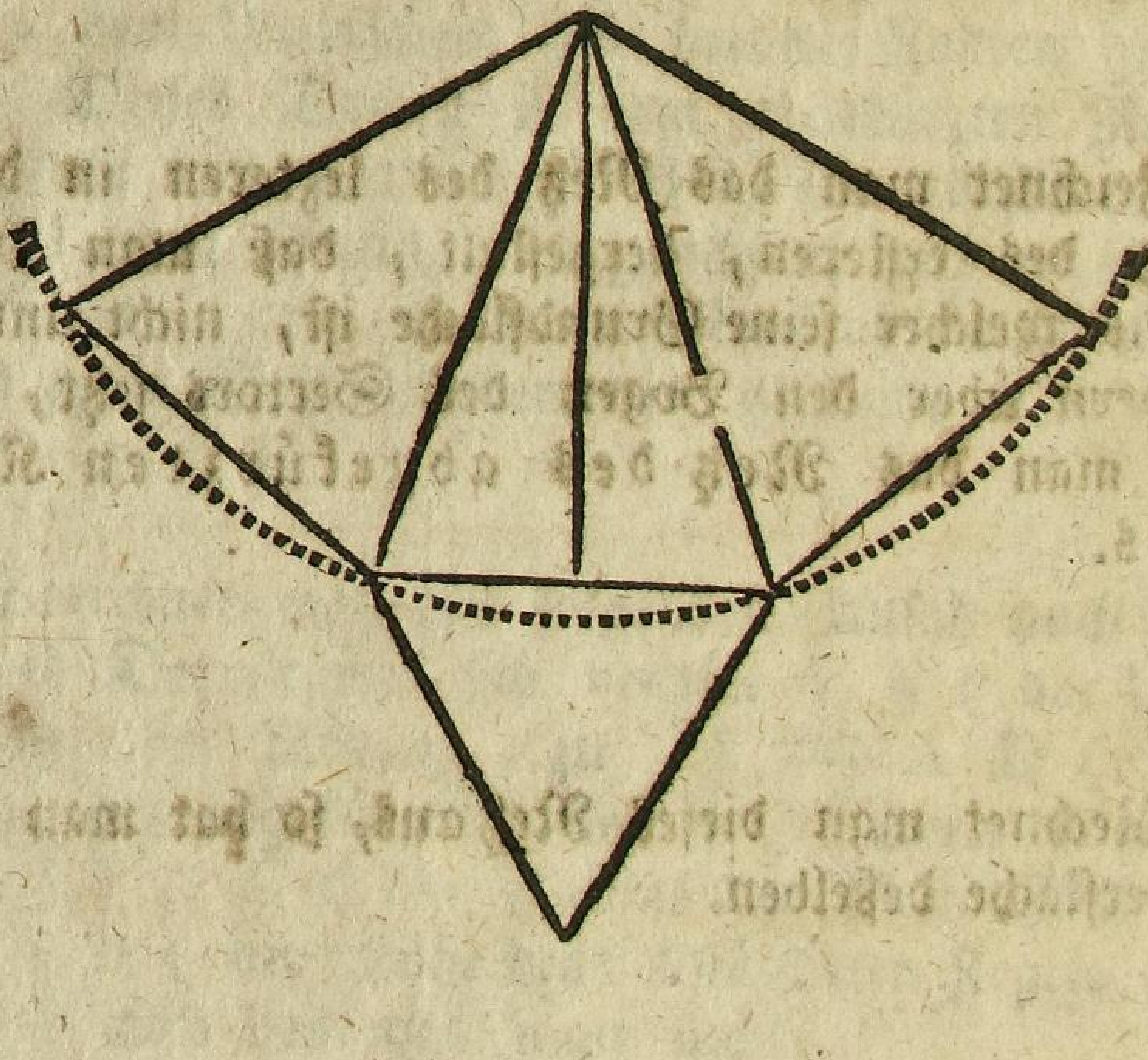
gen Kegels zu zeichnen, und deßen Oberfläche und cubischen Inhalt auszurechnen.

Ziehet man A D von A B ab, so hat man D B oder die Höhe des fehlenden Kegels. Nun kann man auch diesen nach Netz, Oberfläche und Inhalt darstellen.

Zeichnet man das Netz des lezteren in das Netz des ersteren, dergestalt, daß man den Kreis welcher seine Grundfläche ist, nicht unter sondern über den Bogen des Sectors sezt, so hat man das Netz des abgekürzten Kegels.

Rechnet man dieses Netz aus, so hat man die Oberfläche deßelben.

Und ziehet man den cubischen Inhalt des fehlenden Kegels von dem cubischen Inhalt des vollständigen Kegels ab, so hat man den Inhalt des abgekürzten Kegels.



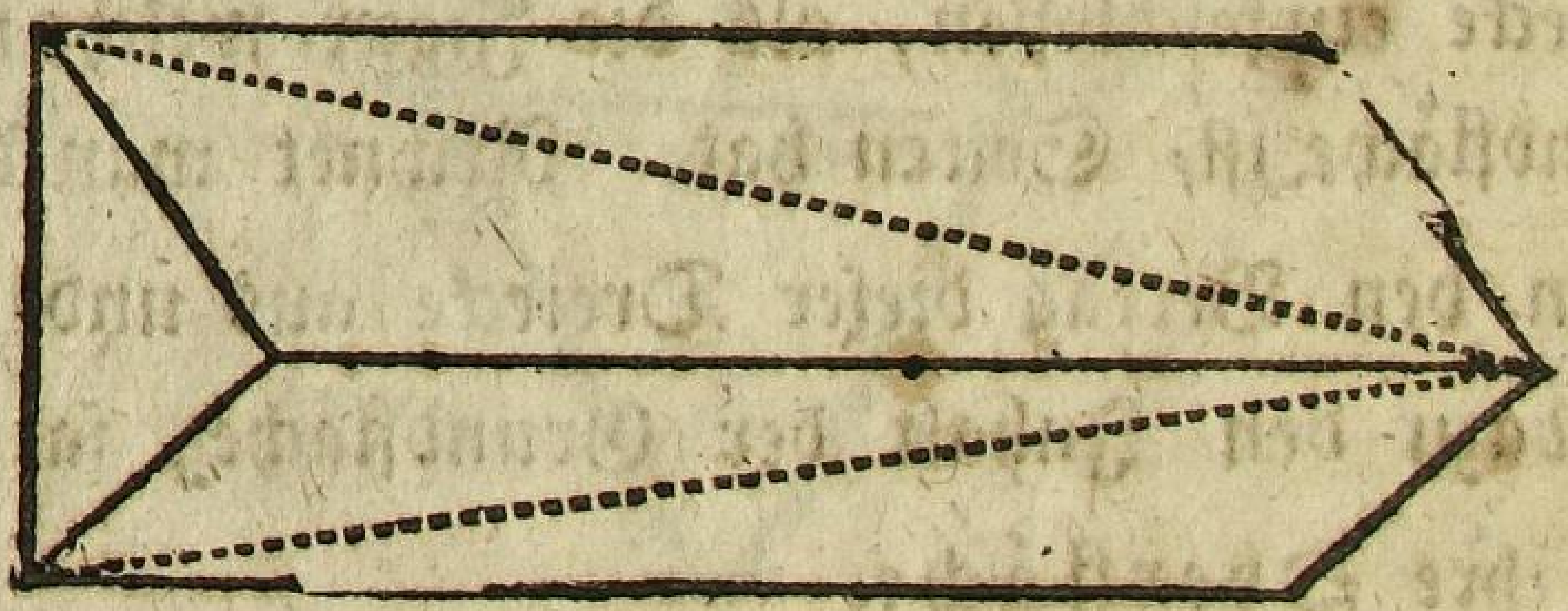
Denket man sich statt der kreisförmigen

Grundfläche eine andere geradlinichte Figur z. E. ein Dreieck, beschreibt man einen Bogen in welchem eine Seite dieser Figur eine Sehne wird, und trägt man die übrigen Seiten in der gehörigen Ordnung, gleichfalls in diesen Bogen daß sie auch Sehnen werden, und ziehet man endlich in die Zusammenstoßpunkte der Sehnen, aus dem Centro des Bogens gerade Linien, so hat man das Netz eines Körpers welchen man eine Pyramide (Spitzsäule) nennet.

Eine Pyramide ist ringsherum in soviele Dreiecke eingeschloßen, als die Figur welche ihre Grundfläche ist, Seiten hat. Rechnet man deswegen den Betrag dieser Dreiecke aus und addirt dazu den Inhalt der Grundfläche, sa hat man ihre Oberfläche.

Ihren cubischen Inhalt berechnet man gerade so, wie den eines Prisma, allein man nimmt von demjenigen was heraus kommt, nur den dritten Theil, wie bald erhellen wird.

Was eine abgekürzte Pyramide sey und wie sie behandelt werden müße, wird man sich aus demjenigen, was von dem abgekürzten Kegel vorgetragen worden, leicht selbst erklären können.

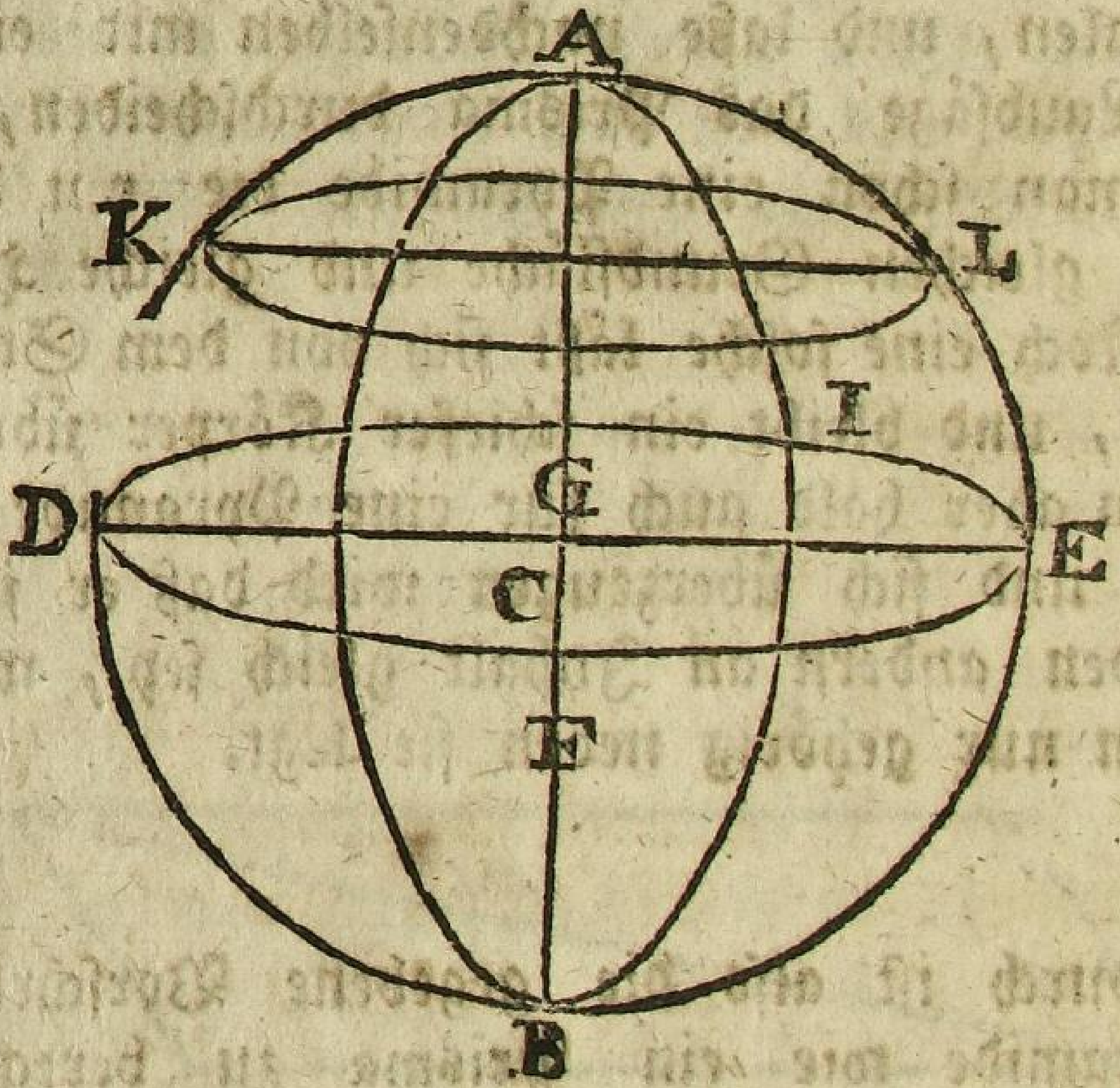


Eine Pyramide ist der dritte Theil von einem Prisma, womit sie gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Um dies recht deutlich einzusehen und sich davon zu überzeugen, laße man sich von einem Schreiner ein dreiseitiges Prisma verfertigen. Man ziehe auf zwei von deßen Seitenflächen, Diagonalen, und laße nachdenselben mit einer feinen Laubsäge das Prisma durchscheiden, so erhält man schon eine Pyramide die mit dem Prisma gleichen Grundfläche und gleiche Höhe hat. Noch eine solche läßt sich von dem Stücke absägen, und bleibt ein schiefer Körper übrig, den man aber bald auch für eine Pyramide erkennen, und sich überzeugen wird daß er jeder der beiden andern an Inhalt gleich sey, wenn man ipn nur gehörig neben sie legt.

Hierdurch ist also die gegebene Vorschrift: die Pyramide wie ein Prisma zu berechnen und von dem was heraus kommt nur den dritten Theil für ihren cubischen Inhalt zu nehmen gerechtfertiget.

Da man sich nun einen Kegel als eine Pyramide, und einen Cylinder als ein Prisma von unendlich viel Seiten vorstellen kann, und es bei Ausrechnung des cubischen Inhalts der Körper, nicht auf die Gestalt, sondern nur auf den Inhalt ihrer Grundfläche ankommt, so ist auch die für den Kegel gegeben Vorschrift gegründet.



Wenn sich ein halber Kreis um seinen Durchmeßer bewegt so beschreibt er eine Kugel (Globus.)

Dieser Durchmeßer wird die Achse der

Kugel genennet. Seine beide Endpunkte A und B, heißen ihre Pole.

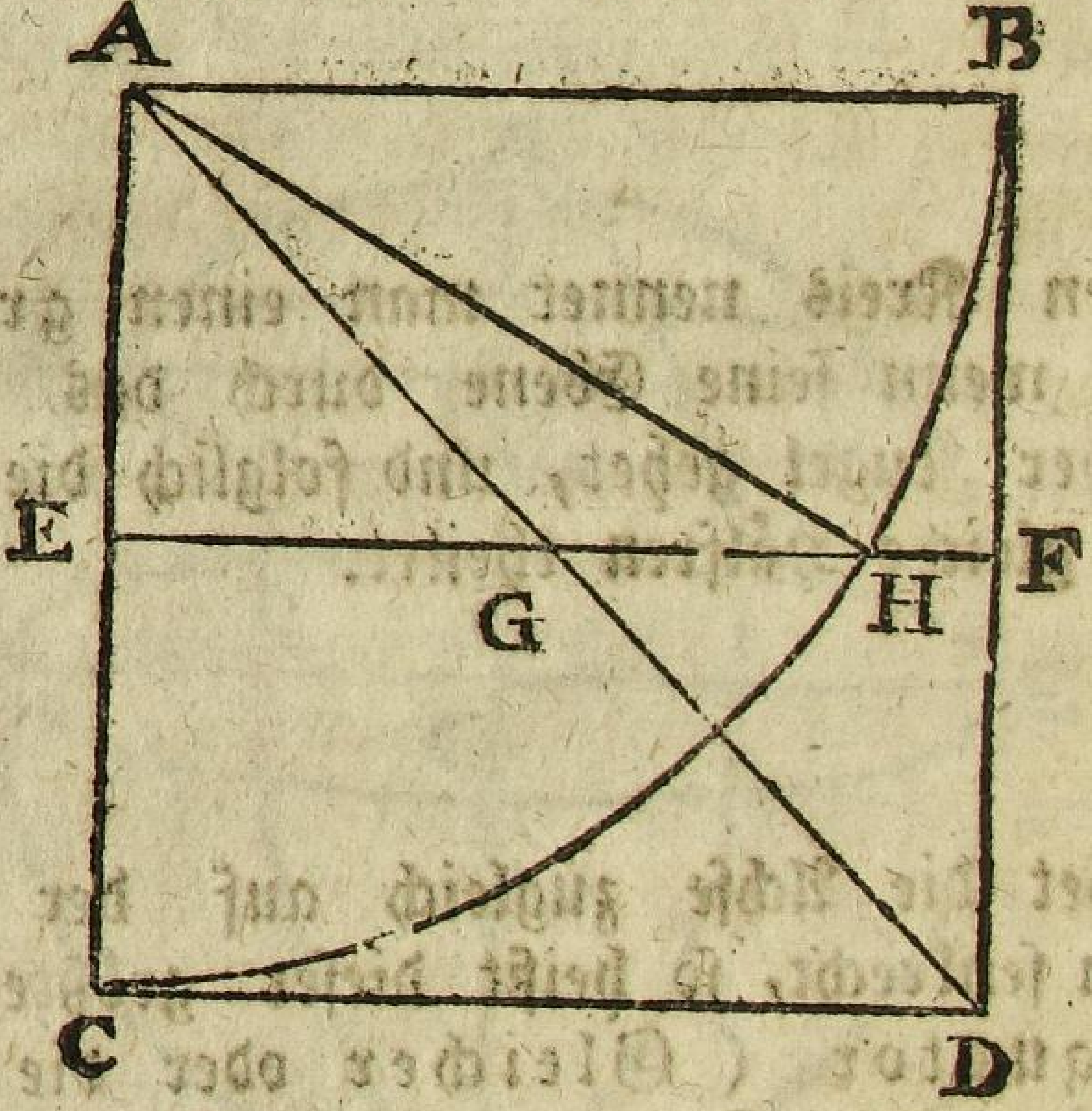
Durchscheidet man die 'Kugel mit einer Ebene, so erhält man jedesmal einen Kreis.

Diesen Kreis nennet man einen größten Kreis wenn seine Ebene durch das Mittelpunkt der Kugel gehet, und folglich die Kugel in zwei gleiche Hälften theilet.

Stehet die Achse zugleich auf der Ebene desselben senkrecht, so heißt dieser größte Kreis der Aequator (Gleicher oder die Mittellinie) der Kugel, wie D F E G.

Ein größter Kreis der durch die Pole gehet, und den Aequator winkelrecht durchschneidet, wie A H B J, wird ein Meridian (oder Mittagskreis) der Kugel genennet.

Ein kleiner Kreis dessen Ebene mit der Ebene des Aequators parallel ist, wie K L heißt ein Parallelkreis.



Die Kugel ist zwei Drittel von einem Cylinder, der mit ihr einerlei Durchmeßer und eine Höhe hat, welche diesem Durchmeßer gleich ist.

Man zeichne, um sich von diesem Satze

zu überzeugen, ein Quadrat A B C D, beschreibe in demselben aus A, den Quadranten C H B und ziehe die Diagonale A D, so bildet sich das rechtwinkliche Dreieck A C D.

Nun setze man, es drehete sich alles dies um die Linie A C, so wird das Quadrat einen Cylinder, (der halb so hoch als die Kugel ist) der Quadrant eine halbe Kugel, und das rechtwinkliche Dreieck einen Kegel beschreiben.

Macht man durch diese drei Körper parallel mit der Grundfläche des Cylinders, einen Schnitt E F, so werden auf der Ebene deßelben drei Kreise erscheinen, wovon derjenige der mit dem Radius E F beschrieben ist, dem Cylinder, der mit E H beschriebene der Kugel, und der mit E G beschriebene, dem Kegel zugehöret.

Diese drei Kreise kann man mit einander vergleichen, wenn man untersucht was die Qua=

drate ihrer Radien für Verhältniße gegen einander haben.

Dies ist nur nicht schwer, weil wenn man die Linie A H ziehet ein rechtwinkliches Dreieck A E H entstehet, wobei man den pythagorischen Satz anwenden kann. Es ist nemlich das Quadrat von A H so groß als die Quadrate von A E und E H zusammen genommmen.

Nun ist aber A H gleich A B, gleich E F, gleich dem Radius womit der Kreis im Cylinder beschrieben worden. A E ist gleich E G. Denn A C ist gleich C D, weil nun, indem die Linie E G parallel mit C D ist, sich C D zu A C eben so verhält wie E G zu A E so folgt daß A E, E G und also dem Radius, womit der Kreis im Kegel beschrieben worden gleich ist. Endlich E H ist der Radius selbst womit der Kreis in der Kugel beschrieben worden.

Der Kreis im Cylinder ist also so gros als die Summe, des Kreises in der Kugel und des Kreises im Kegel.

Diese Verhältniße finden allemal statt, man mag auch den Schnitt durch die drei Körper machen wo man will.

Eignet man nun jedem Schnitte eine gewiße, (jedoch äußerst geringe) Dicke zu, oder stellt man sich jeden als eine unendlich dünne Scheibe vor, so ist jeder Körper aus gleichvielen Schnitten oder Scheiben zusammen gesetzt.

Da nun alle diese Schnitte oder Scheiben einerlei Verhältniß gegen einander haben, so muß dieses Verhältniß auch bei den ganzen Körpern statt finden.

Folglich ist der Cylinder so groß, als die Kugel und der Kegel zusammen genommen.

Nun haben wir vorhin schon gesehen, daß der

Kegel ein Drittel des Cylinders ist, womit er gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Folglich ist die Kugel zwei Drittel.

Hiernach ist es nun leicht, den cubischen Inhalt einer Kugel auszurechnen. Man rechnet nemlich einen Cylinder von gleichem Durchmeßer und gleicher Höhe aus, dividirt den gefundenen Inhalt mit drei, und verdoppelt den Quotienten.

Was die Berechnung ihrer Oberfläche betrift, so stellt man sich vor, die Kugel sey aus unendlich vielen gleichen Pyramiden zusammen gesetzt, deren Spitzen sich im Mittelpunkte und ihre Grundflächen in der Oberfläche der Kugel befänden; oder man kann sich auch anstatt dieser unendlich vielen Pyramiden nur eine einzige vorstellen, deren Höhe so groß als der Radius, und ihre Grundfläche so groß als die Oberfläche der Kugel wäre. Weil nun der Inhalt dieser Pyramide, würde gefunden worden seyn, wenn man ihre Grundfläche mit ihrer Höhe multiplicirt und von dem Producte nur den dritten Theil genommen hätte, oder welches einerlei ist, wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theile der Höhe multipliciret hätte, so kann man hinwiederum die Grunfläche finden, wenn man den Inhalt mit dem dritten Theil der Höhe dividirt. Hiernach ist also die Regel zur Findung der Oberfläche der Kugel folgende: man dividire den cubischen Inhalt der Kugel, mit dem sechsten Theile ihres Durchmeßers.

Die bisher beschriebenen Körper haben in ihrer Form, noch eine gewiße Regelmäßigkeit, und laßen sich bequem nach den gegebenen Vorschriften behandeln. Das ist aber, bei unzähligen unförmlichen Körpern nicht der Fall. Sind sie indeßen nicht allzugroß, dergestalt daß man sie auf einer Wage abwägen, oder in einen Kasten legen, mit Waßer oder Sande überschütten und nachgehends wieder heraus nehmen kann, so läßt sich wenigstens ihr cubischer Inhalt finden, wie ein geringes Nachdenken leicht lehren wird.

Man behilft sich indeßen damit, daß man sie entweder ins Rohe, mit diesem oder jenem regelmäßigen Körper vergleicht, z. E. einen Berg mit einem Kegel, oder sich dieselben aus verschiedenen dieser Körper zusammen gesetzt vorstellet. Z. E. ein Haus aus einem Parallelopippedon und einem dreiseitigen Prisma, ein Faß aus einem Cylinder und zwei abgekürzten Kegeln u. s. w.

Es gibt auch Körper, wobei krumme Linien, die eine gewiße Regelmäßigkeit haben in Anschlag kommen Z. E. bei dem eben angeführten Faße die Krümmung der Dauben. Die Behandlung solcher Körper lehret die höhere Geometrie.

Druckfehler.

S. 55, Z. 13, v. o. ein, lies kein.

S. 63, Z. 6, v. u. O für o.

S. 64, Z. 6, v. o. B C I fur B C F.

S. 87, Z. 8, v. u. E für C.

S. 88, Z. 6, v. o. E fur C.

S. 90, Z. 12, v. o. Werkzeug für Weſtzeug.

S. 108, Z. 10, v. o. A E. für A C.

S. 135, Z. 11, v. o. 2 m für 2 M.

S. 136, fehlt an der Figur der Buchſtabe A unten, rechts.

S. 143, muß, in der Figur, in der Spitze der Magnetnadel, rechts, ein n ſtehen.