

Über die Ableitung des mittleren Fehlers.

Die von Gauss in der „Theoria combinationis etc.“ gegebene Herleitung der bekannten Regel zur Berechnung des mittleren Fehlers aus der Quadratsumme der übrigbleibenden Widersprüche ist neuerdings von Herrn Bertrand¹⁾ einer Kritik unterzogen worden, deren wesentlicher Punkt darin besteht, dass jene Regel nur eine unter der unendlich vielen sei, die man — immer innerhalb des Gedankenganges der Th. comb. bleibend — aufstellen könne, und dass diese verschiedenen und vorläufig gleichberechtigten Regeln zu verschiedenen Werthen für den gesuchten mittleren Fehler führen. Dieser Einwand ist allerdings zutreffend; für die Anwendungen der Ausgleichungs-Rechnung würde er aber nur dann in Betracht kommen, wenn es gelänge die Gaussische Vorschrift durch eine bessere und zugleich allgemein brauchbare Formel zu ersetzen. Es erscheint der Mühe werth, diese Frage etwas genauer zu untersuchen; hierbei wird sich ergeben, dass Gauss es mit Fug und Recht bei der von ihm gewählten Formel hat bewenden lassen.

Bei der Untersuchung wollen wir von der gewöhnlichen Form des Problems ausgehen, d. h. das System von n linearen Gleichungen zwischen q Grössen s

$$A_\alpha = a_{\alpha 1} s_1 + a_{\alpha 2} s_2 + \dots + a_{\alpha q} s_q \quad \text{I.}$$

($\alpha = 1, 2 \dots n$)

als gegeben voraussetzen. Hierin sind die a bekannte feste Zahlen, die s die kleinen Verbesserungen der vorläufigen Werthe, die man

1) Comptes Rendus Band 106, S. 1195 und 1259.