System I allen A dasselbe Gewicht Eins und entsprechend ein und derselbe mittlere Fehler m zukomme, indem wir uns die Gleichungen I nöthigenfalls vor Beginn der Untersuchung mit den Quadratwurzeln aus ihren Gewichten multiplicirt denken. Der mittlere Fehler des nach VI errechneten s ergiebt sich aus

$$\mathrm{m.\,F.}\,(s_\mu) = m\sqrt{\sum_\alpha b^2_{\alpha\mu}},$$

setzt also die Kenntniss von m voraus. Wenn man nun, wie dies in der Regel zutrifft, m nicht anderswoher kennt, so ist man einzig und allein auf das angewiesen, was die Gleichungen XV aussagen. Diese Gleichungen sind Relationen zwischen n wirklich begangenen Beobachtungsfehlern, während die Berechnung von m begrifflich die Kenntniss der Fehlerfunction oder der relativen Häufigkeit aller bei den benutzten Beobachtungsmodis möglichen Fehler voraussetzt. Die Aufgabe, m aus den vorgelegten Beobachtungen abzuleiten, ist daher in Wahrheit wegen unzureichender Daten zunächst gar nicht zu lösen und kann nur dadurch lösbar werden, dass man die genannte Lücke in irgend einer Weise ausfüllt. Der Ausweg, den Gauss hierbei einschlägt, ist in verallgemeinerter Gestalt, folgender.

Ist U ein von beobachteten Grössen abhängender Ausdruck, so denke man sich aus allen möglichen Werthen von U das arithmetische Mittel gebildet, und zwar unter Berücksichtigung der relativen Häufigkeit des Vorkommens der einzelnen Beobachtungsfehler, die in U auftreten. Diese Bildung des Durchschnittswerthes von U möge kurz durch das Zeichen $D(U)$ ausgedrückt werden. Es ist dann z. B. für Beobachtungen mit den entsprechenden wahren Fehlern $x_1, x_2, \ldots$

$$D(x_\alpha) = 0, \qquad \text{XVI.}$$

da man in der Begründung der Ausgleichungs-Rechnung die systematischen Fehler als vorher eliminirt voraussetzt; ferner ist

$$D(x^2_\alpha) = m^2_\alpha,$$