zu der Vorschrift von Gauss. Statt der Quadratsumme könnte man nun, wie von Herrn Bertrand hervorgehoben worden ist, mit demselben Rechte für S irgend eine andere quadratische Form der $\varDelta$ zu Grunde legen und erhielte entsprechend andere Formeln für die Berechnung von m und demgemäss auch andere Zahlenwerthe bei der numerischen Anwendung. Nur in einem speciellen Falle würde von vornherein jede Zweideutigkeit ausgeschlossen sein, nämlich wenn nur eine einzige überschüssige Gleichung vorhanden ist. Denn wenn $n = q + 1$ ist, so reducirt sich S auf den einen Term

$$S = E_{nn} \varDelta'_n \varDelta'_n,$$

der nur den einen disponibelen Coefficienten E enthält. Dieses E hebt sich aber in Zähler und Nenner von XX fort, so dass man für m immer denselben Werth erhält, wie man auch S als quadratische Form der $\varDelta$ ansetzen möge. Von diesem besonderen Falle abgesehen, bleibt die Unbestimmtheit in der Anwendung von XX zunächst bestehen und kann nur dadurch beseitigt werden, dass man nach der vertrauenswürdigsten Form von S fragt. Nun wird in dem Gedankengange der Theoria comb. das Vertrauen, das der Bestimmungsmodus einer gesuchten Grösse verdient, nach dem zugehörigen mittleren Fehler bemessen, d. h. unter allen zulässigen Formen von S ist diejenige die beste, für die der Ausdruck

$$M^2 = D\left[\left(\frac{S}{T} - m^2\right)^2\right]$$

zu einem Minimum wird. Diese Relation lässt sich umformen in

$$(MT)^2 = D(S^2) - m^4 T^2,$$

$$\left(\frac{MT}{m^2}\right)^2 = \sum_{\alpha,\beta} \sum_{\gamma,\delta} g_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta} \left\{\frac{D(x_\alpha x_\beta x_\gamma x_\delta)}{m^4} - \frac{D(x_\alpha x_\beta)}{m^2} \frac{D(x_\gamma x_\delta)}{m^2}\right\}.$$

Setzt man

$$D\left(x_\alpha^4\right) = (m_{4\alpha})^4,$$

so ist, wie man sich leicht überzeugt,