

$$\begin{aligned}\sum_{\gamma} e_{\beta\gamma} b_{\epsilon\gamma} &= \sum_{\alpha,\gamma,\delta} C_{\alpha\beta} a_{\delta\alpha} a_{\delta\gamma} b_{\epsilon\gamma} = \sum_{\alpha,\delta} C_{\alpha\beta} a_{\delta\alpha} e_{\delta\epsilon}, \\ b_{\epsilon\beta} &= \sum_{\alpha} C_{\alpha\beta} a_{\epsilon\alpha}, \\ \sum_{\epsilon} b_{\epsilon\beta} b_{\epsilon\gamma} &= \sum_{\alpha,\epsilon} C_{\alpha\beta} a_{\epsilon\alpha} b_{\epsilon\gamma} = \sum_{\alpha} C_{\alpha\beta} e_{\alpha\gamma}, \\ \sum_{\epsilon} b_{\epsilon\beta} b_{\epsilon\gamma} &= C_{\gamma\beta} = C_{\beta\gamma}.\end{aligned}$$

Hiermit lässt sich, wenn die Q verschwinden, XXIV in der Form

$$2 \sum_{\varphi,\psi} E_{\varphi\psi} C_{\varphi\sigma} C_{\psi\tau} = \lambda C_{\sigma\tau} \quad \text{XXV.}$$

schreiben. Bildet man die Determinante

$$G = |C_{\sigma\tau}|$$

mit den Unterdeterminanten

$$G_{\sigma\tau} = \frac{\partial G}{\partial C_{\sigma\tau}},$$

so erhält man aus XXV der Reihe nach

$$\begin{aligned}2 \sum_{\varphi,\psi,\tau} E_{\varphi\psi} C_{\varphi\sigma} C_{\psi\tau} G_{\omega\tau} &= \lambda \sum_{\tau} C_{\sigma\tau} G_{\omega\tau}, \\ 2 \sum_{\varphi,\psi} E_{\varphi\psi} C_{\varphi\sigma} e_{\psi\omega} G &= \lambda e_{\sigma\omega} G, \\ 2 \sum_{\varphi} E_{\varphi\omega} C_{\varphi\sigma} &= \lambda e_{\sigma\omega},\end{aligned}$$

woraus

$$2 G E_{\varphi\omega} = \lambda G_{\varphi\omega}$$

folgt. Mit diesen Werthen von E wird

$$\begin{aligned}2 G g_{\alpha\alpha} &= \lambda \sum_{\varphi,\omega} G_{\varphi\omega} b_{\alpha\varphi} b_{\alpha\omega}, \\ 2 G T &= \lambda \sum_{\varphi,\omega} G_{\varphi\omega} C_{\varphi\omega} = \lambda \sum_{\varphi} G e_{\varphi\varphi}, \\ 2 T &= \lambda (n - q)\end{aligned}$$

also wegen XXIII

$$M^2 = \frac{2 m^4}{n - q} \quad \text{XXVI.}$$

Diese für den Fall des Gaussischen Fehlergesetzes und die Methode der kleinsten Quadrate häufig abgeleitete Formel gilt hiernach für einen beliebigen Ausgleichungs-Modus, sobald die Q verschwinden und für S die vortheilhafteste Form gewählt wird. Für m erhält man