Zusatz zu § 14 N.° 7. (28 Apr. 1819)

§ Es seien $a$ und $b$ Zahlen, $a > b$: so ist $b$ entweder $n$ ganze Male, oder $n$ ganze mal und $1, 2, 3, \ldots \alpha, \beta, \ldots (b-1), b$.

Gesetzt nun $\frac{a}{b} \vdash nb + \alpha$; so ist

$\frac{a^2}{b^2} \vdash n^2b^2 + 2nb\alpha + \alpha^2$; also die zweite Potenz von $a$ läßt mit der zweiten Potenz von $b$ den Rest $\alpha^2$, also auch gegen $b$ den Rest $\alpha^2$

$\frac{a^3}{b^3} \vdash n^3b^3 + 3n^2b^2\alpha + 3nb\alpha^2 + \alpha^3$; giebt ebenso für $b^3$, und $b^2$ den Rest $\alpha^2$

$\frac{a^4}{b^4} \vdash n^4b^4 + 4n^3b^3\alpha + 6n^2b^2\alpha^2 + 3nb\alpha^3 + \alpha^4$, den Rest $\alpha^4$

$\vdots$

$\frac{a^m}{b^m} \vdash n^mb^m + \frac{m}{1}n^{m-1}b^{m-1}\alpha + \frac{m.(m-1)}{1.2}n^{m-2}b^{m-2}\alpha^2 + \ldots \frac{m}{1}nb\alpha^{m-1} + \alpha^m$, giebt den Rest $\alpha^m$ gegen $b$.

Die Reihe der Reste $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \ldots \alpha^m$ wächst, sobald $\alpha > 1$ ohne Ende, wenn aber $\alpha \vdash 1$, bleibt der Rest immer $= 1$.

Falls $\alpha = 2$ oder $> 2$, so muß irgend ein $\alpha^m > b$ werden; dann giebt $\frac{\alpha^m}{b} = \overset{2}{n}b + \overset{2}{\alpha}$

Nun $\frac{a^{m+1}}{b^{m+1}}$ aber, $\vdash n^{m+1}b^{m+1} + \frac{(m+1)}{1}n^mb^m\alpha + \ldots + \frac{m+1}{1}nb + \alpha^{m+1}$; also, da

$\frac{\alpha^m}{b} = \overset{2}{n}b + \overset{2}{\alpha}$, kommt $\frac{\alpha^{m+1}}{b^2}$

§ Wendet man dieß auf den Zehnzahlbau an z.B. ~~auf~~ mit der Zahl 7; so giebt

$\frac{10^0}{7} = 1 = -6$

a) $\frac{10}{7}$ den Rest $3, = -4$

b) $\frac{10^2}{7}$ —— $3^2 = 9 - 7 = 2 = -5$

c) $\frac{10^3}{7}$ —— $3^3 = 27 = 6$; oder gleich wol bloß zu schließen $2.3.$; $= -1$

d) $\frac{10^4}{7}$ —— $3^4 = 6.3$ (aus c)) $= 4 = -3$

e) $\frac{10^5}{7}$ —— $3^5 = 3.4 = 12 = 5 = -2$

f) $\frac{10^6}{7}$ —— $3^6 = 5.3. = 1 = -6$

g) $\frac{10^7}{7}$ —— $3^7 = 1.3 = 3 = -4$

Danach kann man jede Zahl auflösen, so daß man diese für 7 gefundene Periode darunter schreibt, die Multiplicatoren in die darüberstehende Zahl untereinandersetzt, und dann summirt, z.B.

| |
|---|
| 13 527 542 |
| 31 546 231 |
| $1.2 = 2 = 2$ |
| $9.4 = 12 = 5$ |
| $2.5 = 10 = 3$ |
| $6.7 = 42 = 0$ |
| $4.2 = 8 = 1$ |
| $5.5 = 25 = 4 = 1$ |
| $1.3 = 3 = 3$ |
| $3.1 = 3 = 3 = 6$ |
| $105 = 21 = 0$ |

(Francoeur math. pures I, p. 25)

§ also, wenn $+\overset{r}{\llcorner}$ und $-\overset{r}{\ulcorner}$ so kann die Periode für 10 und 7 so geschrieben werden

| | |
|---|---|
| 31 | 546231 |
| 231 | 231 231; welche Formel die bequemste ist |
| 546 | 546 ~~546~~ |
| | 231546 |

| | | |
|---|---|---|
| 13 | 527 | 542 |
| 31 | 231 | 231 |
| 3 | $7 = 0$ | $2 = 2$ |
| 3 | $6 = 6$ | $12 = 5$ |
| | $10 = 3$ | $10 = 3$ |
| 6 | 2 | $24 = 3$ |

$9 | 2 \vdash 7 \vdash 0$

§ Obiger § gilt auch für negative Reste, das heißt für das was an $nb$ fehlt; wenn also

$\frac{10}{b})^0 = +1$

$\frac{10}{b})^1 = -1$; so muß $\frac{10}{b})^2 = +1$; und so abwechselnd fort;

Diese Eigenschaft hat aber die Zahl 11

Sprachgebrauch 7 verstellt gegen 6 1; 7 mangelt gegen 9, 2.

verstellt $\llcorner$

mangelt $\ulcorner$