On consultera sur les propriétés des nombres les beaux memoires d'Euler, Lagrange, … dans les collections de Turin, Berlin et Petersburg, la theorie des nombres de Legendre; les recherches arithmetiques de Gauss (traduits par Poulet de Lisle). Francoeur math. pures I p. 128.)

Uiber die Auffuchung einfacher Factoren und Primzahlen; über die Natur und das Gesetz der unendlichen Primzahlenreihe; über die Construction und den Gebrauch dieser Factoren und Primzahlentabelle.

Erstes Kapitel.

Vorbereitende Betrachtungen.

1.

Wenn dieselbe Sache bestimmt vielmal genommen wird, so ist sie in bestimmter Zahl vorhanden. Die Anschauung der Zahl ist also die Anschauung Mehrerer von derselben Art, als eines Ganzen; so dafs in diesem Ganzen jedes Einzelne angeschaut wird. Zahl aber an sich ist Einheit der Mehrheit Gleichartiger. Die Sache, welche bestimmtvielmal wiederholt wird, also ihre eigne Zahl giebt, heifst die Einheit. Diese Einheit kann eine begriffliche (logische) oder eine stetig grofse (der sinnlichen individuellen Anschauung) sein. Im ersten Falle kann alles zusammengezählt werden, was die Eigenschaften hat, welche der begrifflichen Einheit wesentlich sind; z. B. um Bäume zu zählen, kann ich Linden, Pappeln, Eichen, — kleine und grofse, zusammenzählen, weil es hiebei weder auf die weitern begrifflichen speciellen Bestimmungen, noch auch auf die Gröfse der einzelnen Bäume ankommt. Hier wird begrifflich subsumirt, oder immer das Individuum unter seinen Begriff geordnet. Daher denn auch bei diesem begrifflichen Zählen an weitere Abtheilung der Einheit in beliebige gleiche oder ungleiche Theile nicht gedacht werden kann. Nennt man eine *ganze Zahl* die, so aus ganzen Wiederholungen der Einheit besteht, so finden bei diesem begrifflichen Zählen blos ganze Zahlen (numeri integri) statt. Ist die Einheit eine stetige und individuell bestimmte Gröfse, z. B. eine bestimmte Linie, ein bestimmtes Stück Geld u. d. g. m., so läfst sie sich, an sich (nicht immer in der äuseren Darstellung), nach jedem Verhältnisse weiter eintheilen, oder als jede Zahl einer andern Einheit ihrer Art ansehen. Auch wenn man sie bestimmtvielemale genommen, läfst sich diese ihre *Vielheit* sogleich wieder als eine neue Einheit ansehen. Bei stetigen Gröfsen, z. B. einer bestimmten Länge, die man sich stetig vom Nichts bis zu jeder beliebigen Gröfse anwachsend denken kann, ist es also an sich ganz willkührlich, von welcher bestimmten Gröfse die Einheit sein solle, nach welcher man zählt. Wenn man also *im allgemeinen*, scheinbar leer, zählt, so wird, wenn von dem Zählen stetiger Gröfse die Rede ist, die Einheit bestimmbar, nicht aber individuell bestimmt gesetzt; insofern können wir die Einheit, die bei den folgenden Betrachtungen immer, wenn wir von Zahlen ohne Beisatz reden, vorausgesetzt wird, die absolute Einheit nennen; weil, wenn man ihr eine bestimmte Gröfse giebt, ganz ohne Grund (absolute) gerade diese und keine andere angenommen wird.

2.

Wird die absolute Einheit mehrere ganzemale genommen, so entstehen ganze Zahlen derselben. Es heifse uns die absolute Einheit beständig A. Wird also

A + A + A + A + ... u. s. f. ins Unendliche

genommen, so entstehen alle ganze Zahlen nach der Reihe von der kleinsten = 1 bis zu einer beliebig grofsen, ohne dafs eine übergangen wird. Wird nun A durch eine bestimmtlange Linie ausgedrückt, so entsteht folgendes natürliche Schema der unendlichen Reihe aller ganzen Zahlen:

```
  1    2    3    4    5    6    7    8    9
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------ .......
 A  + A  + A  + A  + A  + A  + A  + A  + A  + .........
```

Dafs aber diese Reihe bei jeder stetigen Gröfse ins Unendliche laufe, mufs bei dieser aphoristischen Betrachtung als Axiom gesetzt werden.

3.

Diese unendliche Reihe der ganzen Zahlen kann ermessen oder durchlaufen werden:

a) durch die absolute Einheit selbst, so fällt dieses Mafs immer wieder auf dieselben Punkte, und man setzt die unendliche Linie eben aus denselben Stücken zusammen, durch deren Aneinandersetzen eben die ganzen Zahlen entstehen;

b) oder durch irgend ein Stück Länge, das kleiner als A ist (ein eigentlicher Bruch von A); ist nun dieses Stück zu A rational oder in endlichem Verhältnisse, so kommt man immer auch auf alle, oder auf einige Punkte, auf welche auch die ganzen Wiederholungen von A fallen. Es kann jedes kleinere Stück als A, das rational zu A ist, ausgedrückt werden, durch die allgemeine Form $\frac{m-p}{m}$, wo eben, wenn m = m, der Zähler kleiner ist, als der Nenner.