wiederkehren, also auch die in B, d. i. die zusammengesetzten Zahlen von 2 selbst. Da nun alle Zahlen in B durch die über ihnen stehenden 2 Factoren ausgedrückt werden können, so erhält man, wenn man diess thut, folgende Reihe:

A $1.2, 2.2, 3.2, 2.2.2, 5.2, 2.3.2, 7.2, \ldots$
B $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots$

Oder, weil auf die Ordnung der Factoren nichts ankommt (5):

A $1.2, 2.2, 2.3, 2.2.2, 2.5, 2.2.3, 2.7 \ldots$
B $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 \ldots$

Oder, wenn man die gleichen Factoren durch Exponenten ausdrückt, d. i. z. B. anstatt 2.2.2, schreibt 2^3, d. i. 2 in der dritten Potestät:

A $2, 2^2, 2.3, 2^3, 2.5, 2^2.3, 2.7, 2^4 \ldots$
B $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 \ldots$

Wenn man nun die aus 2 zusammengesetzten Zahlen *paare, gerade*, oder *gepaarte Zahlen* (numeros pares) nennt, so ist hieraus klar:

a) Dass in der Reihe der gepaarten Zahlen (der geraden Zahlan) alle Potestäten der 2 vorkommen müssen, das ist: $2^1, 2^2, 2^3, 2^4 \ldots\ldots 2^p$. Auserdem auch

b) alle Produkte der unpaaren oder ungeraden Zahlen, oder deren Potenzen in alle Potenzen der 2. Also

$2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.11, 2.13, \ldots$
$2^2.3, 2^2.5, 2^2.7, 2^2.9, 2^2.11, 2^2.13, \ldots$
$2^3.3, 2^3.5, 2^3.7, 2^3.9, 2^3.11, 2^3.13, \ldots$
$2^n.3, 2^n.5, 2^n.7, 2^n.9, 2^n.11, 2^n.13, \ldots$

Daher die Form der ganzen Reihe, wenn u alle unpaare Zahlen bedeutet, ist: $2^n.u^m$.; wo n und m jeden ganzen, bejahten Exponenten bedeutet.

Die Zwischenzahlen von 2, oder die ungeraden Zahlen erhält man demnach, wenn man an alle gerade Zahlen nach 1 setzt, oder von allen 1 wegnimmt. Da nun die Form aller geraden Zahlen $2^n u^m$ ist, so wird die Form aller ungeraden $2^n.u^m \mp 1$ sein. Oder kürzer, wenn m jeden ganzen Coefficienten bedeutet, da die Form der geraden Zahlen 2m oder m2 ist, so wird die der ungeraden $2m \mp 1$, oder $\mp 1 + 2m$ sein. Hieraus ist offenbar:

a) dass bei einer bestimmten Menge von Wiederholungen der 2 man die Hälfte gerade und die Hälfte ungerade Zahlen erhält; dass also z. B. unter den ersten 100 ganzer Zahlen 50 gerade und 50 ungerade sind.

b) dass die unendliche Reihe aller ganzen Zahlen zur Hälfte aus geraden, zur Hälfte aus ungeraden Zahlen bestehe, welche immer mit einander abwechseln.

9.

Die Reihe der zusammengesetzten Zahlen von 3 fängt also an:

A $1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3, 7.3, 8.3, 9.3, \ldots$
oder $3, -, 3^2, 2^2.3, -, 2.3^2, -, 2^3.3, 3^3, \ldots$
B $3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, \ldots$

Da nun in der Reihe A als Coefficienten alle ganze Zahlen vorkommen, also auch die in B, so kommen auch in B alle Potestäten von 3, multiplicirt in alle Potestäten jeder andern ganzen Zahl nach einander vor; und es ist daher die allgemeine Form dieser Reihe $3^n.u^m$. Da also auch in A als Coefficienten alle Potenzen der 2 (und alle gerade Zahlen) vorkommen, so kann man auch die Form dieser Reihe allgemein so bezeichnen: $2^n.3^p.(2m \mp 1)$, wo n und p wiederum alle ganze bejahte Exponenten und $2m + 1$ jede ungerade Zahl bedeutet; auch sowohl n als p, als auch $m = 0$ sein kann. Wenn m jeden Coefficienten bedeutet, so ist der kürzeste Ausdruck dieser Reihe 3^m. 3m

Die Reihe der Zwischenzahlen jeder Zahl n kann allgemein so ausgedrückt werden:

$(x < n),\ n + (x < n),\ 2n + (x < n),\ 3n + (x < n), \ldots$

wo x jede ganze Zahl bedeutet, die kleiner als n ist. Um also die Reihe der Zwischenzahlen von 3 auszudrücken, ist $x = 1$ und $= 2$; daher ist diese Reihe:

$1, 2, {}^* 3+1, 3+2, {}^* 2.3+1, 2.3+2, {}^* 3^2+1, 3^2+2, \ldots$
$1, 2, {}^* 4, 5, {}^* 7, 8, {}^* 10, 11, \ldots$

Daraus erhellet:

a) dass bei einer bestimmten Menge von Wiederholungen der 3, man von allen ganzen Zahlen bis dahin, $\frac{2}{3}$ Zwischenzahlen, und $\frac{1}{3}$ zusammengesetzte Zahlen der 3 hat. Also z. B. unter $33.3 = 99$ sind $\frac{2}{3}.99$ Zwischenzz. und $\frac{1}{3}.99$ zusammengess. Zahlen; das ist 33 zuss. Zahlen, und 66 Zwischenzz.; und es liegen allemal zwischen 2 zuss. Zahlen 2 Zwischenzahlen.

b) Die unendliche Reihe aller ganzen Zahlen besteht aus $\frac{2}{3}$ Zwischenzahlen von 3, und $\frac{1}{3}$ zuss. Zahlen derselben; es versteht sich, dass diess nur Sinn hat, wenn man diese absolut unendliche Reihe beliebig abbricht.

c) In den Coefficienten der 3 in der Reihe A dieses §, kommen nach einander *alle* ganze Zahlen vor, in welcher gerade mit ungeraden alterniren (also auch alle gerade Zahlen; daher müssen auch in B gerade Zahlen mit ungeraden abwechseln; die geraden aber sind schon in der Reihe der zuss. Zahlen der 2 enthalten. Also ist auch die Hälfte der unendlichen Reihe der zuss. Zahlen von 3 in der Reihe der 2 schon enthalten.

(Wir wollen der Kürze wegen unter *Reihe der Zahl n*, die unendliche Reihe der zusammengesetzten Zahlen von n verstehen).