nicht zu sein scheint, allein auch nicht für eine bestimmte Folge dieser eigenthümlichen Zahlen der Reihe behauptet wird. So sind die eigenthümlichen Zahlen der R7 nicht $= 1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6})$, sondern $1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}) \frac{1}{5}) = 1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{6}) \cdot \frac{1}{5} = 1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}) = 1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15}) = 1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{15}) = 1 - (\frac{10}{15} + \frac{1}{15}) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{15 - 11}{15} = \frac{4}{15}$. Also sind von der unendlichen Reihe der 7 nur noch $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ ihr eigenthümliche Zahlen, in dem angegebnen Sinne, welches in der Folge deutlicher gemacht werden wird.

Auch folgt zugleich hiemit, dass, wenn m nicht theilbar durch n, auch m nicht theilbar sein könne durch irgend eine Zahl der Reihe von n. Z. B. weil 15 nicht theilbar ist durch 2, so kann es auch nicht theilbar sein durch 4, 6, 8, 10 . . . . denn wäre es durch 4 theilbar, so läge es in der R4, also auch in der R2, wäre also auch durch 2 theilbar.

V) Alle zusammengesetzte Zahlen von n, oder auch die ganze Rn kann so allgemein benannt werden:

$$2^n \cdot 3^p \cdot 4^q \cdot 5^r \cdot 6^s \ldots\ldots n^{1+y} m.$$

oder am kürzesten nm.

Alle Zwischenzahlen von n aber:

$$2^n \cdot 3^p \cdot 4^q \cdot 5^r\, 6^s \ldots\ldots n^{1+y}.\, m \mp 1s, 2s, 3 \ldots\ldots s\, n-1$$

oder kürzer: $nm \mp 1s, 2s, 3s, 4.s \ldots\ldots s, n-1$.

Wo n, p, q, r, s . . . y auch 0 werden können. Bei n ist mit Fleiss der Exponent $1 + y$ gesetzt worden, weil n wenigstens in der ersten Potestät $= n$ vorhanden sein muss; denn n^0 gäbe $= 1$; weil die 0te Potestät jeder Zahl $= 1$ ist. (Denn n in die erste Potestät setzen, heisst, zu 1 das Verhältniss 1 : n setzen, und das andere Glied suchen, welches dann n ist; n aber in die 0te Potestät setzen, heisst zu 1 nicht das Verhältniss 1 : n setzen, so behält man natürlich 1.)

VI) Es giebt Zahlen, die soviel Factoren haben, als man will.

Erster Beweis. Denn man kann so viele Zahlen in einander produciren als man will, aber das Product gehört in die Reihen jedes seiner Factoren.

Zweiter Beweis. Die Reihe von n enthält Zahlen der Form $2^n \cdot 3^p \cdot 4^q \ldots\ldots n^{1+y}$.

Die Reihe von $n + 1$ von der Form: $2^n \cdot 3^p \cdot 4^q \ldots\ldots n^u \cdot (n+1)^{1+y}$.

(Daran nicht zu gedenken, dass jede solche Zahl noch mit jeder Zahl multiplicirt werden kann).

VII) Die Factoren jeder Zahl sind entweder alle gleich (so wie 81 ist $= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$) d. i. die Zahl ist eine Potenz irgend einer Wurzel; oder alle ungleich (wie z. B. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$); oder einige gleich andere ungleich z. B. $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

12.

Wir sollten nun untersuchen, wie man denn von jeder Zahl n alle mögliche Factoren finden könne; oder mit andern Worten, wie man alle die Zahlen finden könne, in deren Reihen n falle. Diese Frage wird aber besser gelöst werden können, wenn wir zuvor über die Primzahlen und ihre Reihe werden nachgedacht haben. Denn die Factoren von irgend einer Zahl, n, das ist diejenigen Zahlen, in deren Reihen n fallt, sind entweder Primzahlen oder zusammengesetzte. Ist das letztere, so haben sie wieder Factoren; und vielleicht diese wieder Factoren, bis man auf Primzahlen geräth; z. B. 360 hat den Factor 2; denn es ist $360 = 2 \cdot 180$. Es fällt also 360 sowohl in R2, als in R180. Aber 180 hat wieder Factoren, denn $180 = 2 \cdot 90$; 90 wieder u. s. f. Es ist also schon hier die Eintheilung der Factoren von n in einfache (simplices) und zusammengesetzte (compositos) deutlich. Darum eben müssen wir erst das Verhalten der einfachen Factoren (der Primzahlen) zu den zusammengesetzten durch genauere Betrachtung der Primzahlen erkennen.

Drittes Kapitel.

Von den Primzahlen.

(zu B, §. 6.)

13.

Eine Zahl ist eine *Primzahl*, oder absolute *Zwischenzahl*, wenn sie in keine Reihe der vorhergehenden Zahl fällt, daher keinen andern Factor hat, als sich selbst und die Einheit.

Um daher von einer beliebigen Zahl n zu untersuchen, ob sie eine Primzahl sei, darf man nur erforschen, ob eine von den vorhergehenden Zahlen ein Factor sei oder nicht.

Ist n eine gerade Zahl, so ist $\frac{n}{2}$ (d. i. $n : 2$) $=$ einer ganzen Zahl $\frac{1}{2}$ n, und $\frac{1}{2}$ n ist also der grösste Factor, den n haben kann. Denn sollte es auser $\frac{1}{2}$ n noch einen andern grösseren Factor geben, so müsste dessen Coefficient kleiner sein als 2; also weil nur von ganzen Factoren die Rede ist, 1, daher der grössere Factor als $\frac{1}{2}$ n müsste n sein; dann wäre es aber kein Factor der hier in Anschlag kommt, weil jede Zahl, auch die Primzahlen, durch sich selbst theilbar ist. Um also zu sehen, ob n eine Primzahl ist, versuche man nach einander

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \ldots\ldots \frac{n}{2}$$

und sehe, ob eine von diesen Zahlen in n dividirt eine ganze Zahl giebt, oder nicht; findet sich bis auf $\frac{1}{2} n = \frac{n}{2}$ kein Factor von n, so giebt es gar keinen, auser 1 und n; n ist also eine Primzahl. Denn:

Ist n eine ungerade Zahl, so ist auch $\frac{n}{2}$ keine ganze Zahl, also n nicht durch 2 theilbar; z. B. $n = 15$, ist $\frac{15}{2} = 7 + \frac{1}{2}$. Man nehme diejenige ganze Zahl grösser als n, die über $\frac{n}{2}$ die nächste ist (z. B. 16), so behaupte ich, sie kann kein