kein Theiler von n ſein, denn ſie iſt gröſser als $\frac{n}{2}$; aber $\frac{n}{2} \cdot 2 = n$, alſo kann auch der Coefficient von $\frac{n+1}{2}$ nicht 2 ſein um n zu geben, ſondern er muſs kleiner ſein als 2; alſo 1; dann aber müſste $\frac{n+1}{2} = n$ ſein, weil 1n nur n giebt. Alſo iſt auch eine ungerade Zahl eine Primzahl, wenn es bis auf $\frac{n}{2}$ keine ganze Zahl giebt, die ein Theiler von n iſt.

Iſt $\frac{n}{3}$ eine ganze Zahl, ſo wird 3 ein Factor von n; iſt aber 3 ein Factor von n, ſo kann es auch, wenn 2 kein Factor von n iſt, keinen Factor von n geben, der gröſser als $\frac{n}{3}$ iſt; denn $\frac{n}{3} \cdot 3$ iſt $= n$, alſo $\frac{n+x}{3} \cdot 3 = n + x$; ſoll alſo $\frac{n+x}{3}$ mit y multiplicirt n geben, ſo muſs $y < 3$ ſein; alſo weil nur von ganzen Zahlen als Factoren die Rede iſt, 2 oder 1. Aber 2 iſt kein Theiler der Vorausſetzung nach, und 1 iſt immer ein Theiler; im letztern Falle müſste auch $\frac{n+x}{3} = n$ ſelbſt ſein.

Wenn 2 und 3 kein Theiler iſt von n, ſo kann es auch dann keinen Theiler von n geben, der $> \frac{n}{3}$ wäre. Denn wenn man die nächſte ganze Zahl nimmt über $\frac{n}{3}$ ſo iſt ſie doch $> \frac{n}{3}$, alſo ihr Coefficient zu n, kleiner als 3, alſo 2, wider die Vorausſetzung. Um ſo mehr bei noch gröſseren Zahlen.

Geht aber n nicht durch 2 auf, ſo geht es auch durch keine Zahl auf, die durch 2 zuſammengeſetzt iſt, wie in dem Vorigen gezeigt wurde (15, IV.). Alſo auch nicht durch

4, 6, 8, 10, 12 . . . .

In dieſem Falle hat man nur noch zu probiren mit:

$3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 \ldots \frac{n}{2}$

Und wenn n auch nicht durch 3 aufgeht, ſo geht es auch nicht durch eine aus 3 zuſammengeſetzte Zahl auf; welche letzteren alſo aus der Reihe der Zahlen, womit man noch zu probiren hat, weggelaſſen werden. In dieſem Falle unterſuche man nur noch n mit:

$5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, \ldots \frac{n}{3}.$

Iſt 5 ein Theiler von n oder auch nicht, ſo iſt in beiden Fällen gewiſs, daſs es, wenn 2 und 3 n nicht theilen, keinen Factor von n geben könne, $> \frac{n}{5}$; aus ähnlichen Gründen wie bei 2 und 3. Da nun ferner, wenn 5 n nicht theilt, auch keine daraus zuſammengeſetzte Zahl durch 5 n theilen kann, ſo bleiben, wenn auch 5 kein Theiler von n iſt, nur folgende Zahlen noch zu unterſuchen übrig:

$7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \ldots \frac{n}{5}.$

Man hat alſo ~~nur diejenigen Zahlen nach einander zu unterſuchen~~, welche ſelbſt unter den vorigen nicht enthalten, alſo Primzahlen ſind. Alſo nur:

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 \ldots \frac{n}{2}$

Iſt 2 kein Theiler von n, ſo iſt die Grenze der Theiler $\frac{n}{2}$; iſt 3 kein Theiler, ſo iſt dieſe Grenze hereingerückt bis auf $\frac{n}{3}$, mit 5 wird ſie $\frac{n}{5}$ mit 7, $\frac{n}{7}$; mit 11, $\frac{n}{11}$ mit p, $\frac{n}{p}$. Geſetzt alſo es ſei $n = 101$, alſo 101 zu unterſuchen; 2 theilt 101 nicht, die Grenze iſt alſo $\frac{101}{2}$, daher, weil nur von ganzen Zahlen die Rede iſt 50; auch 3 nicht, alſo iſt die Grenze 33, auch 5 nicht, alſo iſt die Grenze 20; auch 7 nicht, alſo die Grenze 14, auch 11 nicht, alſo die Grenze 9; da nun hierdurch die Grenze der zu unterſuchenden Zahlen über die ſchon unterſuchten hereingerückt iſt, ſo giebt es gewiſs keinen Theiler von 101, es iſt alſo 101 ganz gewiſs eine Primzahl.

14. (Siehe den Zusatz vorn, auf dem leeren Blatt vor dem Titel.

Wenn nun gleich durch dieſe Bemerkungen die Zahl der für jede Zahl n zu unterſuchenden Zahlen ſehr abgekürzt wird, ſo bleibt doch deren eine ſehr groſse Anzahl übrig, um ſo gröſser, je gröſser n wird. Daher auch überhaupt es keinem Vernünftigen beifallen wird, auf dieſe Weiſe die Reihe der Primzahlen aufzuſuchen. Wir wollen jedoch durch weitere Betrachtungen dieſe Methode ſo weit abzukürzen ſuchen, als nur immer möglich iſt. Vielleicht aber, möchte Jemand denken, kann man es den decadiſch geſchriebnen Zahlen an der Endziffer oder an wenigen Endziffern anſehen, ob ſie durch irgend eine Zahl theilbar ſind oder nicht?

Bei 2 gilt dieſes allerdings; denn weil 2 ein Factor der Zahl 10 iſt, welche die Wurzel des nach ihr genannten decadiſchen Syſtems iſt, ſo iſt auch 100, 1000, 10000 u. ſ. f., kurz jede Poteſtät von 10 durch 2 theilbar. Es kommt alſo nur auf die Einer an, dieſe nun müſſen 0, 2, 4, 6, 8 ſein, wenn ſie durch 2 aufgehen ſollen. Wenn daher eine Zahl n durch 2 aufgehen ſoll, ſo muſs in der letzten Stelle 0, 2, 4, 6 oder 8 ſtehen. Alle ungerade Zahlen enden ſich alſo auf 1, 3, 5, 7, 9. Und da alle Primzahlen über 2 keine geraden Zahlen ſein können, ſo folgt ſogleich, daſs alle Primzahlen über 2, indem ſie der Form $2m + 1$ ſind, auf 1, 3, 5, 7, 9 ſich endigen müſſen. Nicht aber ſind deshalb alle Zahlen die ſich auf 1, 3, 7, 9 endigen, Primzahlen.

Auf gleiche Weiſe wollen wir daher von 3 unterſuchen, ob es ein decadiſches Kennzeichen der Zahlen gebe, die dadurch theilbar ſind. Betrachtet man eine einſtellige decadiſche Zahl, ſo muſs ſie 3, 6, 9 ſein, wenn ſie ſoll durch 3 aufgehen. Bei jedem 10 bleibt 1 übrig, weil $(3 \cdot 3) + 1 = 10$ iſt. Bei 20 alſo 2, bei 30, 3, bei 90, 9; d. i. nichts. Daraus folgt, daſs jede 2 ſtellige decadiſche Zahl durch 3 aufgehe, wenn ihre Ziffern von ihrem decadiſchen Werthe abgeſehen,

addirt